



ROGER DE ABREU SILVA

**COMPETÊNCIAS-CHAVE DE PROFESSORAS QUE ENSINAM MATEMÁTICA
NO 3º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**

CANOAS, 2024

ROGER DE ABREU SILVA

**COMPETÊNCIAS-CHAVE DE PROFESSORAS QUE ENSINAM MATEMÁTICA
NO 3º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade La Salle como requisito parcial para obtenção do título de doutor em Educação.

Orientadora: Prof.^a Dra. Luciana Backes
Coorientadora: Prof.^a Dra. Adriana Breda

CANOAS, 2024

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

S586c Silva, Roger de Abreu.
Competências-chave de professoras que ensinam matemática no
3º ano do ensino fundamental [manuscrito] / Roger de Abreu Silva. –
2024.
322 f. : il.

Tese (doutorado em Educação) – Universidade La Salle, Canoas,
2024.
“Orientação: Profa. Dra. Luciana Backes”.
“Coorientação: Profa. Dra. Adriana Breda”.

1. Formação de professores. 2. Matemática (ensino fundamental).
3. BNCC. 4. BNC-Formação. I. Backes, Luciana. II. Breda, Adriana.
III. Título.

CDU: 371.3:51

Bibliotecária responsável: Melissa Rodrigues Martins - CRB 10/1380

ROGER DE ABREU SILVA

**COMPETÊNCIAS-CHAVE DE PROFESSORAS QUE ENSINAM MATEMÁTICA
NO 3º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade La Salle como requisito parcial para obtenção do título de doutor em Educação.

Aprovado pela banca examinadora em 13 de dezembro de 2024

BANCA EXAMINADORA

Profa. Dra. Luciana Backes (orientadora)
Universidade La Salle – Canoas – Unilasalle

Profa. Dra. Adriana Breda (coorientadora)
Universitat de Barcelona– Barcelona (Espanha) – UB

Profa. Dra. Rute Henrique da Silva Ferreira
Universidade La Salle – Canoas – Unilasalle

Prof. Dr. Fabrício Pontin
Universidade La Salle – Canoas – Unilasalle

Profa. Dra. Vera Lucia Felicetti
Universidade do Planalto Catarinense – Lages – Uniplac
Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul – Porto Alegre – PUCRS

Prof. Dr. Vicenç Font Moll
Universitat de Barcelona– Barcelona (Espanha) – UB

Às professoras que dedicam sua vida ao ensino,
que compreendem que não são números, mas
seres humanos que levam os encantos do
conhecimento científico para um real
significado do cotidiano do aluno.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço aos pares, que, incansavelmente, contribuem para que este documento se torne um texto rico em significado, correlacionando-o com o percurso de escrita do autor e de seus orientadores, com a perspectiva de que não estamos redigindo apenas para um público seletivo, mas também para as professoras que necessitam de uma formação capaz de suprir as dificuldades inerentes ao ensino de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Agradeço ao município de Sapucaia do Sul, que me permitiu o ingresso na Universidade La Salle com o apoio de uma bolsa de estudos integral, conforme o processo seletivo realizado com base no Edital nº 067/2020 da Unilasalle.

Gratidão à professora doutora Vera Lucia Felicetti pelo acolhimento e dedicação na orientação desta investigação nos dois primeiros anos, e por confiar a mim vários projetos, como a inserção no Projeto *Recontextualizar*, no ano de 2022, em colaboração com a doutora Luciana Backes, e o estágio docente no curso de Pedagogia desta instituição. Agradeço, também, pela sua continuidade por meio de sua presença na banca de qualificação deste projeto de tese. Muito obrigado pela inspiração, tanto como pessoa quanto como pesquisadora, que transmite a todos os membros do seu grupo de pesquisa, o Grupo de Estudos Relacionados aos Estudantes (Geres).

À orientadora Luciana Backes agradeço o acolhimento desde a minha entrada no Projeto Recontextualizar, confiando-me a oportunidade de pesquisa e a escolha dos materiais pedagógicos envolvidos nesta tese. Pelo olhar crítico, minucioso e tranquilizador que transmite aos seus orientandos, deixo meu agradecimento, e por aceitar fazer parte da orientação desta tese e pelos aprendizados construídos em nossas orientações, especialmente pela sua liderança no Grupo de Pesquisa Convivência e Tecnologia Digital na Contemporaneidade (Cotedic).

À doutora Adriana Breda agradeço pela confiança na coorientação e pela amizade que ultrapassa as barreiras geográficas em que nos encontramos. Sou grato, também, pela disposição em colaborar na escrita deste trabalho, trazendo contribuições significativas a este esforço colaborativo. Seu olhar de pesquisadora inspira-me nesta caminhada desde os tempos de nossa formação inicial.

Aos colegas dos grupos de pesquisa Geres e Cotedic, agradeço pelos aprendizados, trocas de experiências, empenho e inspiração que me proporcionam.

Às professoras e colegas do Doutorado em Educação da Unilasalle, meu muito obrigado pelos ensinamentos.

Ao meu companheiro de vida, Verilton, que, com seu olhar observador e carinhoso, ajuda-me diariamente a ter coragem para seguir nesta investigação, apesar dos inúmeros desafios ao longo da minha trajetória como pesquisador, assessor e professor.

Agradeço aos colegas dos municípios de Sapucaia do Sul e Gravataí, que me inspiram diariamente a perseverar e aprimorar esta escrita.

Às EMEFs Primo Vacchi e Osório Ramos Correa, pela confiança, inspiração, acolhimento e motivação que sempre me proporcionaram. Obrigado pela valorização que dedicam aos seus professores.

Agradeço aos colegas da Secretaria de Educação de Sapucaia do Sul pela motivação, acolhimento e inspiração neste momento de escrita.

À minha família, meu sincero agradecimento!

RESUMO

Os processos de ensino e aprendizagem para o desenvolvimento de competências são uma exigência do sistema normativo brasileiro e, simultaneamente, um desafio para professores que ensinam Matemática, especialmente nos anos iniciais. Esta tese tem como objetivo geral analisar as configurações das competências-chave de professoras que lecionam Matemática no 3º ano do Ensino Fundamental, participantes de um ciclo formativo baseado no modelo de Competências e Conhecimentos Didático-Matemáticos bem como suas implicações na aprendizagem dos estudantes. O estudo foi desenvolvido no âmbito da linha de pesquisa Culturas, linguagens e tecnologias na educação, do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade La Salle – Unilasalle –, e sob um paradigma emergente-pragmatista, com delineamento descritivo-interpretativo e abordagem mista. Participaram duas professoras do 3º ano do Ensino Fundamental do município de Canoas-RS, pertencentes ao grupo intervenção, além de estudantes do grupo controle e intervenção. A análise quantitativa foi realizada por meio do teste *t de Student*, aplicado nas fases de pré-teste e pós-teste, para avaliar o desempenho dos estudantes na resolução de situações-problema. A análise qualitativa foi conduzida antes e durante o ciclo formativo, utilizando a Análise Textual Discursiva com categorias *a priori* baseadas nos Critérios de Adequação Didática e nas competências Matemática e de Análise e Intervenção Didática, conforme o modelo de Competências e Conhecimentos Didático-Matemáticos da Abordagem Ontossemiótica do Conhecimento e Instrução Matemática. Os resultados dessas análises foram triangulados com as normativas da Base Nacional Comum Curricular e da Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica. Os resultados revelaram que, embora ambos os grupos de alunos tenham apresentado avanços na aprendizagem entre os pré e pós-testes, os estudantes, cujas professoras participaram do ciclo formativo, obtiveram desempenho superior no pós-teste. Identificou-se um aumento significativo nas competências-chave das professoras participantes, com destaque para a Competência de Análise e Intervenção Didática. Essas docentes passaram a incorporar, em suas práticas pedagógicas, elementos como a representatividade dos objetos matemáticos, os conhecimentos prévios dos alunos e o uso de recursos manipulativos, como o ábaco e o material dourado, para estimular diferentes procedimentos e representações matemáticas. Houve avanços na promoção de interações entre professor e aluno e entre os próprios alunos, fortalecendo a autonomia e promovendo tanto a alfabetização quanto a alfabetização matemática dos estudantes. Conclui-se que o ciclo formativo, baseado no modelo de Competências e Conhecimentos Didático-Matemáticos, contribuiu para o aprimoramento das

competências de Análise e Intervenção Didática e Competência Matemática das professoras participantes. Esse progresso foi evidenciado tanto nas práticas pedagógicas quanto nos resultados obtidos pelos estudantes. Como perspectivas futuras, propõe-se a realização de pesquisas conjuntamente com Secretarias de Educação, bem como redesenhar a formação para abordar as competências menos desenvolvidas, ampliando sua aplicação em programas de formação continuada de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Palavras-chave: competências-chave do professor de matemática; critérios de adequação didática; abordagem ontossemótica; formação de professores dos anos iniciais; BNCC e BNC-Formação.

ABSTRACT

Teaching and learning processes at developing competencies are a requirement of the Brazilian regulatory system and, simultaneously, a challenge for mathematics teachers, especially in the early years. To analyze the key competencies of teachers who teach mathematics in the 3rd year of elementary school participating in a formative cycle based on the Didactic-Mathematical Competencies and Knowledge model and their implications for student learning. The study was developed within the scope of the research line Cultures, Languages, and Technologies in Education, of the Graduate Program in Education at La Salle University – Unilasalle –, and under an emergent-pragmatist paradigm with a descriptive-interpretive design and a mixed approach. Two 3rd-grade elementary school teachers from the municipality of Canoas-RS, part of the intervention group, in addition to students from the control and intervention groups. The quantitative analysis was carried out using the student's t-test, applied in the pre-test and post-test phases, to assess the student's performance in solving problem situations. The qualitative analysis was carried out before and during the formative cycle, using Textual Discourse Analysis with a priori categories based on the Didactic Suitability Criteria and the Mathematical and Didactic Analysis and Intervention competencies, according to the Didactic-Mathematical Competencies and Knowledge model of the Ontosemiotic Approach to Mathematical Knowledge and Instruction. The results of these analyses were triangulated with the regulations of the National Common Core Curriculum and the National Common Core for the Initial Formation of Basic Education Teachers. The results revealed that although both groups of students showed progress in learning between the pre-and post-tests, the students whose teachers took part in the formative cycle performed better in the post-test. There was a significant increase in the key competencies of the participating teachers, especially the Analysis and Teaching Intervention Competence. These teachers began to incorporate into their teaching practices elements such as the representativeness of mathematical objects, students' prior knowledge, and the use of manipulative resources, such as the abacus and golden material, to stimulate different mathematical procedures and representations. There was progress in promoting interactions between teacher and student and between the students themselves, strengthening autonomy and promoting both literacy and mathematical literacy in the students. The conclusion is that the formative cycle based on the Didactic-Mathematical Knowledge and Skills model contributed to improving the Didactic Analysis and Intervention and Mathematical Competence skills of the participating teachers. This progress was evident both in the teaching practices and in the results obtained by the students. As prospects, it is proposed that research

be carried out jointly with education departments, as well as redesigning formation to address less developed skills expanding its application in continuing education programs for teachers who teach mathematics in the early years of elementary school.

Keywords: mathematics teacher key competencies; didactic suitability criteria; ontosemotic approach; early years teacher formation; BNCC and BNC-Formation.

RESUMEN

Los procesos de enseñanza y aprendizaje para el desarrollo de competencias son una exigencia del sistema normativo brasileño y, al mismo tiempo, un desafío para los profesores de Matemáticas, especialmente en los primeros años de la educación básica. Esta tesis tiene como objetivo general analizar las configuraciones de las competencias clave de profesoras que imparten Matemáticas en el 3º curso de Educación Primaria, participantes en un ciclo formativo basado en el modelo de Competencias y Conocimientos Didáctico-Matemáticos, así como sus implicaciones en el aprendizaje de los estudiantes. El estudio se desarrolló en el marco de la línea de investigación Culturas, Lenguajes y Tecnologías en la Educación, del Programa de Posgrado en Educación de la Universidad La Salle – Unilasalle –, y bajo un paradigma emergente-pragmatista, con un diseño descriptivo-interpretativo y un enfoque mixto. Participaron dos profesoras del 3º curso de Educación Primaria del municipio de Canoas-RS, pertenecientes al grupo intervención, además de estudiantes de los grupos de control e intervención. El análisis cuantitativo se realizó mediante el Test *t de Student*, aplicado en las fases de pretest y postest, para evaluar el rendimiento de los estudiantes en la resolución de situaciones-problema. El análisis cualitativo se llevó a cabo antes y durante el ciclo formativo, utilizando el Análisis Textual Discursivo con categorías *a priori* basadas en los Criterios de Idoneidad Didáctica y en las competencias Matemática y de Análisis e Intervención Didáctica, según el modelo de Competencias y Conocimientos Didáctico-Matemáticos del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos. Los resultados de estos análisis fueron triangulados con las normativas de la *Base Nacional Comum Curricular* y de la *Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica*. Los resultados mostraron que, aunque ambos grupos de alumnos presentaron avances en el aprendizaje entre el pretest y el postest, los estudiantes cuyas profesoras participaron en el ciclo formativo obtuvieron un rendimiento superior en el postest. Se identificó un aumento significativo en las competencias clave de las profesoras participantes, destacándose la Competencia de Análisis e Intervención Didáctica. Estas docentes empezaron a incorporar, en sus prácticas pedagógicas, elementos como la representatividad de los objetos matemáticos, los conocimientos previos de los alumnos y el uso de recursos manipulativos, como el ábaco y el material dorado, para fomentar diferentes procedimientos y representaciones matemáticas. Se observaron avances en la promoción de interacciones entre el profesor y el alumno, así como entre los propios alumnos, fortaleciendo la autonomía y promoviendo tanto la alfabetización como la alfabetización matemática de los estudiantes. Se concluye que el ciclo formativo basado en el modelo de

Competencias y Conocimientos Didáctico-Matemáticos contribuyó al desarrollo de las competencias de Análisis e Intervención Didáctica y de Competencia Matemática de las profesoras participantes. Este progreso fue evidente tanto en sus prácticas pedagógicas como en los resultados obtenidos por los estudiantes. Como perspectivas futuras, se propone la realización de investigaciones en conjunto con las secretarías de educación, así como rediseñar la formación para abordar competencias menos desarrolladas, ampliando su aplicación en programas de formación continua de profesores que imparten Matemáticas en los primeros años de la Educación Primaria.

Palabras-clave: competencias clave del profesor de matemáticas; criterios de idoneidad didáctica; enfoque ontosemiótico; formación de profesores de los primeros años de la educación primaria; BNCC y BNC-Formación.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Resultados das palavras-chave (Capes e BDTD).....	40
Figura 2 – Resultados de busca das dissertações na Capes e BDTD	41
Figura 3 – Resultados de busca das teses na Capes e BDTD	41
Figura 4 – Área de conhecimento (Capes)	42
Figura 5 – Mapa mental Teses Análise Documental distribuído em Critérios de Adequação Didática (CAD) e Conhecimentos Didático Matemáticos (CDM)	45
Figura 6 – Mapa mental Teses-Formação que utilizaram a Formação Continuada distribuído em CDM e CAD	49
Figura 7 – Mapa mental Dissertações Análise Documental distribuído em Critérios de Adequação Didática (CAD)	54
Figura 8 – Síntese da origem da AOS	66
Figura 9 – Panorama de teses realizadas no Brasil que utilizaram a AOS e respectivos temas abordados	67
Figura 10 – Conhecimento Matemático Comum e Conhecimento Matemático Ampliado ...	73
Figura 11 – AOS: Articulação CCDM e CAD	77
Figura 12 – Representação visual – a "flor KOM" – das oito competências Matemáticas	79
Figura 13 – Competências do professor de Matemática no modelo CCDM	81
Figura 14 – Registro fotográfico da atividade da leitura adaptada	102
Figura 15 – Registro fotográfico das professoras construindo representações do número	104
Figura 16 – Registro fotográfico da apresentação do ábaco de copos e palitos	105
Figura 17 – Jogo amarradinho adaptado com o material dourado encaixável	106
Figura 18 – Ábaco das quatro operações	107
Figura 19 – Ábaco com o material dourado encaixável	107
Figura 20 – Significado de área como multiplicação	108
Figura 21 – Par ordenado	109
Figura 22 – Algoritmo de Isaías para a subtração de números naturais	110
Figura 23 – <i>Print</i> da videocâmara do <i>Meet</i> com o <i>slide</i> dos CAD	110
Figura 24 – <i>Print</i> da videochamada do <i>Meet</i> no último encontro	111
Figura 25 – Representação das estratégias: pictografia e algarismos	115
Figura 26 – Legenda de acertos e erros para pontuação do pré-teste e pós-teste	116
Figura 27 – Categorias <i>a priori</i>	118

Figura 28 – Mapa organizacional da análise	126
Figura 29 – Comparação entre os grupos intervenção e controle de todas as questões com as frequências das questões que melhoraram	135
Figura 30 – Relações numéricas representadas no material dourado	138
Figura 31 – Erro de interpretação do estudante sobre a noção de dezena no utilizar o material dourado	139
Figura 32 – Atividade com o material dourado	140
Figura 33 – Correspondência entre a representação do número com o material dourado e o valor posicional do número	141
Figura 34 – Solução da questão 1A do Pré-teste apresentada pelo estudante B11M	142
Figura 35 – Solução da questão 5 do Pré-teste apresentada pelo estudante B11Q	143
Figura 36 – Solução da questão 5 do Pré-teste apresentada pelo estudante B11T	143
Figura 37 – Explicação da noção de três dezenas realizada pela professora L	146
Figura 38 – Explicação da noção de oito dezenas realizada pela professora L	147
Figura 39 – Professora L mostrando o calendário a um dos alunos	148
Figura 40 – Reta numérica utilizada pelos estudantes da professora L	150
Figura 41 – Tarefas a partir da reta numérica propostas pela Professora L	151
Figura 42 – Reta numérica da sala de aula da professora L	152
Figura 43 – Gráfico das brincadeiras preferidas da turma da professora L	153
Figura 44 – Atividade dos bixos preferidos propostas pela Professora K	153
Figura 45 – Representação do ábaco realizado pela professora K	154
Figura 46 – Professora K representando uma dezena com os palitos amarrados com o atilho	154
Figura 47 – Material dourado encaixável	157
Figura 48 – Aula da professora L ao final da instrução do modelo CCDM	158
Figura 49 – Unidades relacionadas com a dezena por meio do uso do material dourado encaixável	159
Figura 50 – Professora L explicando no ábaco-cartaz	159
Figura 51 – Solução da questão 8 realizada pelo aluno C11M relacionada ao pré-teste	160
Figura 52 – Solução da questão 8 realizada pelo aluno C11M relacionada ao pós-teste	160
Figura 53 – Ábaco-cartaz elaborado pela professora L	161
Figura 54 – Professora K utilizando o ábaco-cartaz	161
Figura 55 – Solução da questão 9 realizada pelo aluno B11C relacionada ao pré-teste	162
Figura 56 – Solução da questão 9 realizada pelo aluno B11C relacionada ao pós-teste	162

Figura 57 – Interação do estudante com o material dourado	166
Figura 58 – Professora L explicando o significado de soma como aumento	173
Figura 59 – Atividade dos animais mais votados – turma da professora K	174
Figura 60 – Questão extraída da internet	180
Figura 61 – Solução apresentada pelo aluno B11J à questão 3 do Pré-teste	180
Figura 62 – Atividade com o uso do material dourado	183
Figura 63 – Mapa de Foco	194
Figura 64 – Problema apresentado na aula da Professora L	195
Figura 65 – Registro da aula da Professora L	202
Figura 66 – Professora L graduando o gráfico	206
Figura 67 – Planejamento professora K	207
Figura 68 – Configuração dos níveis das Competências-Chave das participantes antes da Instrução do Modelo CCDM	212
Figura 69 – Configuração dos níveis das Competências-Chave das participantes durante a instrução do Modelo CCDM	213
Figura 70 – Comparação dos níveis das Competências-Chave das participantes antes e durante a instrução do Modelo CCDM	214
Figura 71 – Relações entre os CADs e as competências CEBF-CGEB-Cemef das participantes do grupo intervenção, conforme Quadro 45	217
Figura 72 – Categorização – relações entre as categorias <i>a priori</i> , categorias prévias e categorias de análise	218
Figura 73 – Desenvolvimento das competências das participantes do grupo intervenção	219
Figura 74 – Processo de alfabetização	220
Figura 75 – Reprodução das linhas do caderno na lousa	221
Figura 76 – Expressão corporal realizada por uma das professoras	222
Figura 77 – Questão 1A	224
Figura 78 – Gráfico de comparação das médias dos pré e pós-testes (Questões 2 a 9)	228
Figura 79 – Porcentagem de acertos das questões dois a nove dos pré-teste e pós-testes	228
Figura 80 – Solução realizada pelo aluno C11O na questão 5 do Pré-teste	229
Figura 81 – Solução realizada pelo aluno B11M na questão 5 do Pré-teste	230
Figura 82 – Aula professora L	231
Figura 83 – Questão quatro do Pré e Pós-teste	233

Figura 84 – Questão nove do Pré-teste e Pós-teste	233
Figura 85 – Cubos encaixáveis	235
Figura 86 – Fichas coloridas	235
Figura 87 – Construção do número com material dourado encaixável durante ciclo formativo	237

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Teses e dissertações selecionadas que utilizaram teoria AOS entre os anos de 2016 e 2020	43
Quadro 2 – Lista das Teses/Dissertações de Formação Continuada identificadas	57
Quadro 3 – Competências Específicas da BNC-Formação	69
Quadro 4 – Competências específicas da Matemática para o Ensino Fundamental e Competências gerais da Educação Básica apresentadas na BNCC	70
Quadro 5 – Competências do CCDM, seus descritores e o que avalia	74
Quadro 6 – Os CADs e seus componentes	76
Quadro 7 – Relações entre as competências Matemáticas do professor (KOM) e CAD	79
Quadro 8 – Relações entre as competências (KOM) e os CADs (CCDM)	80
Quadro 9 – Níveis de desenvolvimento da subcompetência de análise da atividade Matemática do processo de instrução	83
Quadro 10 – Níveis de desenvolvimento da subcompetência de análise e gestão das interações	84
Quadro 11 – Níveis de desenvolvimento da subcompetência de utilização e gestão de recursos	86
Quadro 12 – Níveis de desenvolvimento da subcompetência de análise e valoração da adequação didática	88
Quadro 13 – Aspecto do conteúdo matemático	89
Quadro 14 – Níveis de desenvolvimento da subcompetência de resolução de tarefas	90
Quadro 15 – Níveis de desenvolvimento da subcompetência de análise proposição de problemas	91
Quadro 16 – Níveis de desenvolvimento da subcompetência de análise de práticas para resolução de problemas	92
Quadro 17 – Escolas participantes, distribuídas em quadrantes	98
Quadro 18 – Escolas participantes: intervenção e controle	100
Quadro 19 – Quantidade de Pré e Pós-testes – Grupo intervenção e controle	100
Quadro 20 – Etapas da pesquisa	112
Quadro 21 – Plano de análise	113
Quadro 22 – <i>Corpus</i> da análise qualitativa	114
Quadro 23 – <i>Corpus</i> da análise quantitativa	114

Quadro 24 – Níveis do desenvolvimento da subcompetência de análise da atividade Matemática do processo de instrução	119
Quadro 25 – Exemplo de ferramenta para valoração dos níveis da Subcompetência da Análise da Atividade Matemática	120
Quadro 26 – Ferramenta de organização das categorias estabelecidas pelos CADs	122
Quadro 27 – Nível da Subcompetência da Análise da Atividade Matemática antes da instrução no modelo CCDM	144
Quadro 28 – Nível da Subcompetência da Análise da Atividade Matemática durante a instrução do Modelo CCDM	149
Quadro 29 – Nível da Subcompetência da Análise da Atividade Matemática durante a instrução do Modelo CCDM	156
Quadro 30 – Nível da Subcompetência da Análise da Atividade Matemática durante a instrução do Modelo CCDM	163
Quadro 31 – Nível da Subcompetência de análise e gestão das interações antes da instrução do modelo CCDM	169
Quadro 32 – Nível da Subcompetência de análise e gestão das interações	171
Quadro 33 – Nível da Subcompetência de análise e gestão das interações durante a instrução do CCDM	175
Quadro 34 – Nível da Subcompetência de análise e gestão das interações após a instrução do CCDM	177
Quadro 35 – Nível da Subcompetência de análise, utilização e gestão de recursos antes do modelo CCDM	182
Quadro 36 – Nível da Subcompetência de análise, utilização e gestão de recursos durante a instrução do modelo CCDM	186
Quadro 37 – Análise e valoração do planejamento da professora L realizado com o uso dos CADs	188
Quadro 38 – Nível da Subcompetência de análise e valoração didática ao final da instrução do modelo CCDM	191
Quadro 39 – Nível da Subcompetência de resolução de tarefas antes da instrução do modelo CCDM	197
Quadro 40 – Nível da Subcompetência resolução de tarefas durante a instrução do CCDM	200
Quadro 41 – Nível da Subcompetência resolução de tarefas durante a instrução do CCDM	201

Quadro 42 – Nível da Subcompetência proposição de problemas antes da instrução do modelo CCDM	204
Quadro 43 – Nível da Subcompetência de proposição de problemas durante da instrução do modelo CCDM	208
Quadro 44 – Nível da Subcompetência de análise das práticas para a resolução de problemas durante o modelo CCDM	211
Quadro 45 – Relação entre os CADs e as competências CEBF, Cemef e CGEB	215
Quadro 46 – Relação dos dados quantitativos do grupo intervenção: habilidades da BNCC e suas habilidades prévias	234

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Grupo Controle: resultados da média, desvio padrão, diferença das médias e desvio padrão e nível de significância	128
Tabela 2 – Grupo Intervenção: resultados da média, desvio padrão, diferença das médias e desvio padrão e nível de significância	129
Tabela 3 – Diferença nas médias dos acertos em todas as questões antes e após a intervenção e a média da diferença entre as duas avaliações no grupo controle e intervenção	130
Tabela 4 – Teste qui-quadrado grupo controle – distribuição dos participantes em cada um dos grupos quanto ao acerto no pré-teste e pós-teste	131
Tabela 5 – Teste qui-quadrado grupo intervenção – distribuição dos participantes em cada um dos grupos quanto ao acerto no pré-teste e pós-teste	132
Tabela 6 – Teste qui-quadrado: grupo controle – distribuição dos participantes em cada um dos grupos quanto à mudança no acerto entre as avaliações em cada questão dos pré-testes e pós-testes	133
Tabela 7 – Teste qui-quadrado: grupo intervenção – distribuição dos participantes em cada um dos grupos quanto à mudança no acerto entre as avaliações em cada questão dos pré-testes e pós-testes	134

LISTA DE SIGLAS

AOS	Abordagem Ontossemiótica do Conhecimento e da Instrução Matemática
Apos	Ação, Processo, Objeto e Esquema
ATD	Análise Textual Discursiva
BDTD	Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
BNC-Formação	Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica
CAD	Critérios de Adequação Didática
Capes	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CCDM	Competências e Conhecimentos Didático-Matemáticos
CDM	Conhecimentos Didático-Matemáticos
CEBF	Competências Específicas da BNC-Formação
Cemef	Competências Específicas da Matemática para o Ensino Fundamental
CGEB	Competências Gerais da Educação Básica
Cinted/UFRGS	Centro Interdisciplinar de Novas Tecnologias na Educação da Universidade Federal do Rio Grande do Sul
EaD	Educação a Distância
EJA	Educação de Jovens e Adultos
ETC	Teoria Estendida das Conexões Matemáticas
Fapergs	Fundação de Amparo à pesquisa do Estado do RS
IFRS	Instituto Federal do Rio Grande do Sul
KOM	Kompetencer og Matematik – Desenvolvimento de Competências em Matemática
MEC	Ministério da Educação
MKT	Mathematical Knowledge for Teaching
NCTM	National Council of Teachers of Mathematics
Obmep	Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas
Ocde	Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico
PCNs	Parâmetros Curriculares Nacionais
Pibid	Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência
Pisa	Programa Internacional de Avaliação de Estudantes
PNAIC	Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa

Proedu	Programa de apoio a projetos de pesquisa e de inovação na área de Educação Básica
Profmat	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
PUCRS	Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul
RS	Rio Grande do Sul
Sebrae	Serviço Brasileiro de Apoio às Micro e Pequenas Empresas
SME	Secretaria Municipal de Educação do Município de Canoas
TAD	Teoria Antropológica do Didático
TCC	Teoria dos Campos Conceituais
TCLE	Termo de Consentimento Livre e Esclarecido
TICs	Tecnologias de Informação e Comunicação
TO	Teoria da Objetivação
TRRS	Teoria de Registro de Representação Semiótica
TSD	Teoria das Situações Didáticas
UAB	Universidade Aberta do Brasil
UB	Universidade de Barcelona
UFRGS	Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Unilasalle	Universidade La Salle
Uninter	Centro Universitário Internacional

SUMÁRIO

1	DA TRAJETÓRIA DE VIDA À TESE	27
1.1	Trajetória de vida	27
1.2	Trajetória acadêmica	28
1.3	Trajetória profissional	32
1.4	Dos elementos da pesquisa à Tese	34
1.5	Questão de pesquisa	37
1.6	Objetivo geral	37
1.7	Objetivos específicos	37
1.8	Tese	38
2	REFERENCIAL TEÓRICO	39
2.1	Revisão de literatura	39
2.1.1	<i>Mobilização de conhecimentos</i>	58
2.1.2	<i>Mudanças e reflexões sobre a prática docente</i>	59
2.2	Abordagem Ontossemiótica do conhecimento e instrução matemática: bases teóricas e filosóficas	60
2.3	Competências da BNC-Formação e as competências da BNCC	68
2.4	Modelo de competências e conhecimentos didático-matemáticos	72
2.5	Competência-chave do professor de matemática: competência de análise e intervenção didática e competência matemática	77
2.5.1	<i>Competências matemáticas do professor: do KOM ao CCDM</i>	78
2.5.2	<i>Competência de análise e intervenção didática: descrição e níveis de análise de cada subcompetência</i>	82
2.5.2.1	Subcompetência na análise da atividade matemática	82
2.5.2.2	Subcompetência em análise e gestão das interações	84
2.5.2.3	Subcompetência na análise, utilização e gestão de recursos	85
2.5.2.4	Subcompetência em análise e valoração da adequação didática	87
2.5.3	<i>Competência matemática: descrição e níveis de análise de cada subcompetência</i>	88
2.5.3.1	Subcompetência resolução de tarefas	89
2.5.3.2	Subcompetência proposição de problemas	91
2.5.3.3	Subcompetência análise das práticas de resolução de problemas antes da instrução do modelo CCDM	92

3	METODOLOGIA	94
3.1	Paradigma e abordagem da pesquisa	94
3.2	Contexto e sujeitos da pesquisa	96
3.2.1	<i>Projeto Recontextualizar</i>	96
3.2.2	<i>Etapa 2 do projeto Recontextualizar</i>	98
3.2.2.1	Seleção das participantes	98
3.2.2.2	Contexto do curso formativo “As Quatro Operações – Quem Quer Aumentar um Ponto?”	101
3.2.2.2.1	Primeiro encontro: contação de histórias	101
3.2.2.2.2	Segundo encontro: alfabetização matemática	103
3.2.2.2.3	Terceiro encontro: o sistema de numeração decimal	104
3.2.2.2.4	Quarto encontro: quatro operações básicas – operações com o ábaco	106
3.2.2.2.5	Quinto encontro: O que é uma boa aula de Matemática?	109
3.3	Etapas da pesquisa e forma de correção dos pré-testes e pós-testes	112
3.4	Plano e <i>corpus</i> de análise dos dados	113
3.5	Procedimentos de análise	113
3.5.1	<i>Análise quantitativa e técnicas de construção</i>	115
3.5.2	<i>Análise qualitativa</i>	117
3.5.2.1	Análise textual discursiva	125
4	ANÁLISE DOS DADOS EMPÍRICOS	127
4.1	Análise quantitativa do pré-teste e do pós-teste	127
4.2	Análise qualitativa	136
4.2.1	<i>Configuração das competências-chave do grupo intervenção</i>	136
4.2.1.1	Configuração da competência de análise e intervenção didática antes e durante a instrução do modelo CCDM do grupo intervenção	137
4.2.1.1.1	Análise da atividade matemática	137
4.2.1.1.1.1	Análise da atividade matemática antes da instrução do modelo CCDM	138
4.2.1.1.1.2	Análise da atividade matemática durante a instrução do modelo CCDM	145
4.2.1.1.2	Análise e gestão das interações	164
4.2.1.1.2.1	Análise e gestão das interações antes da instrução do modelo CCDM	165
4.2.1.1.2.2	Análise e gestão das interações durante a instrução do modelo CCDM	172
4.2.1.1.3	Análise, utilização e gestão de recursos	178
4.2.1.1.3.1	Análise, utilização e gestão de recursos antes da instrução do modelo CCDM	179
4.2.1.1.3.2	Análise, utilização e gestão de recursos durante a instrução do modelo CCDM	184

4.2.1.1.4	Análise e Valoração da adequação didática	187
4.2.1.1.4.1	Análise e valoração da adequação durante a instrução do modelo CCDM	187
4.2.1.2	Configuração da Competência matemática antes e durante a instrução do modelo CCDM com as participantes do grupo intervenção	192
4.2.1.2.1	Resolução de tarefas	193
4.2.1.2.1.1	Resolução de tarefas antes da instrução do modelo CCDM	195
4.2.1.2.1.2	Resolução de tarefas durante a instrução do modelo CCDM	197
4.2.1.2.2	Proposição de problemas	202
4.2.1.2.2.1	Proposição de problemas antes da instrução do modelo CCDM	202
4.2.1.2.2.2	Proposição de problemas durante a instrução do modelo CCDM	205
4.2.1.2.3	Análise das práticas de resolução de problemas	209
4.2.1.2.3.1	Análise das práticas de resolução de problemas durante a instrução do CCDM ..	210
4.2.2	<i>Configuração dos níveis das competências-chave das participantes: antes e durante a instrução do modelo CCDM</i>	211
4.3	Categoria emergente - Articulação entre os resultados quantitativos, a configuração das Competências-chave das participantes do grupo intervenção e as Competências da BNCC e BNC-Formação	214
4.3.1	<i>Alfabetização</i>	219
4.3.2	<i>Alfabetização matemática</i>	229
4.3.3	<i>Considerações sobre a articulação entre os resultados quantitativos, a configuração das competências-chave das participantes do grupo intervenção e as Competências da BNCC e BNC-Formação</i>	238
5	CONCLUSÕES	240
5.1	Conclusões com relação aos objetivos	240
5.1.1	<i>Conclusões relacionadas ao objetivo específico 1 (OE1)</i>	241
5.1.2	<i>Conclusões relacionadas ao objetivo específico 2 (OE2)</i>	242
5.1.3	<i>Conclusões relacionadas ao objetivo específico 3 (OE3)</i>	244
5.1.4	<i>Conclusões relacionadas ao objetivo específico 4 (OE4)</i>	245
5.1.4.1	Desenvolvimento da competência de análise e intervenção didática	245
5.1.4.2	Desenvolvimento da competência matemática	247
5.1.5	<i>Conclusões relacionadas à categoria emergente apresentada na ATD dos dados qualitativos e quantitativos</i>	249
5.1.6	<i>Dos objetivos atendidos à tese defendida</i>	251
5.2	Principais contribuições da pesquisa	252

5.3	Limitações do estudo e perspectivas futuras	253
5.4	Divulgação dos resultados parciais da pesquisa e publicações realizadas durante o período de doutoramento	255
5.4.1	<i>Artigos em revistas científicas</i>	255
5.4.2	<i>Capítulos de livro</i>	256
5.4.3	<i>Publicações em anais de congressos nacionais e internacionais</i>	256
5.4.4	<i>Apresentação em congressos nacionais e internacionais</i>	256
	REFERÊNCIAS	258
	APÊNDICE A – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido	271
	APÊNDICE B – Observação sistemática	273
	APÊNDICE C – Pré-Teste e Pós-Teste	274
	APÊNDICE D – Planejamento – Aula 1 – Etapa 2 – Projeto	
	Recontextualizar	275
	APÊNDICE E – Planejamento Aula 2 – Etapa 2 – Projeto	
	Recontextualizar	282
	APÊNDICE F – Planejamento Aula 3 – Etapa 2 – Projeto	
	Recontextualizar	285
	APÊNDICE G – Planejamento Aula 4 – Etapa 2 – Projeto	
	Recontextualizar	289
	APÊNDICE H – Aula 5 – Apresentação da aos – Etapa 2 –	
	Projeto Recontextualizar	293
	APÊNDICE I – Tabulação do Pré-Teste e Grupo Intervenção e Controle ...	315
	APÊNDICE J – Tabulação do Pós-Teste Grupo Intervenção e Controle	316
	APÊNDICE K – Exemplo Graduação dos Níveis Competências-Chave do	
	Professor de Matemática	317
	APÊNDICE L – Observação Sistemática (Base do CCDM)	318
	APÊNDICE M – Diário de Campo	319
	APÊNDICE N – Planejamento Professora L	322

1 DA TRAJETÓRIA DE VIDA À TESE

Este capítulo está dividido em oito seções. As três primeiras correspondem à Trajetória de vida (1.1), Trajetória acadêmica (1.2) e Trajetória profissional (1.3), que justificam a inserção do pesquisador na área da Educação, Educação Matemática e na Formação de Professores. A seção Dos elementos da pesquisa à tese (1.4) aborda a concepção teórica da pesquisa, sua vinculação com a Formação de Professores que ensinam Matemática e o Ensino por Competências e Habilidades. As quatro seções posteriores tratam das finalidades principais da tese, como a Questão de pesquisa (1.5), o Objetivo geral (1.6), os Objetivos específicos (1.7) e a Tese (1.8).

Convido o leitor a conhecer um pouco da minha história de vida pessoal, acadêmica e profissional, bem como os motivos que me levam a vivenciar este momento de construções e reflexões, direcionando-me a investigar as dificuldades no processo pedagógico dos docentes dos anos iniciais do Ensino Fundamental, na Educação Básica, e a colaborar para que essas dificuldades sejam amenizadas.

1.1 Trajetória de vida

Minha história de vida começa na infância, com a inspiração da profissão “professor”, transmitida ricamente por minha mãe (*in memoriam*), professora dos anos iniciais do município de Canoas (RS). Lembro-me da primeira vez em que entrei em sala de aula acompanhado por ela; seu amor por ensinar encantava os alunos. Desde aquele momento percebi o quanto a figura de um professor é significativa na trajetória de um estudante. O afeto, que ultrapassava a sala de aula, também estava presente em nosso cotidiano, com muitos alunos frequentando nossa casa, seja em um fim de semana ou durante alguns dias das férias na casa de praia da minha avó.

Da minha infância tenho lembranças das pastas carregadas de provas para corrigir que minha mãe trazia. Ali pude presenciar o uso da caneta vermelha, seja para marcar um “c” de “certo” ou com o cuidado de colocar um “x” nos erros. Recordo que a caligrafia dos estudantes me lembrava dos rabiscos que eu fazia em cadernos, nos quais costumava brincar. Também me lembro do quadro-negro que herdei da minha irmã, no qual ela costumava fantasiar ser minha professora de alfabetização. Nessas “aulas” eu recuperava os gizos guardados no estojo antigo da minha mãe e, assim, escrevia minhas primeiras palavras.

Não posso deixar de mencionar meu pai, militar da reserva, que sempre promoveu a experiência de estar em sala de aula como alfabetizador antes de sua carreira na Aeronáutica. Suas invenções e improvisações no sítio da família são inspiradoras. O local, conquistado e organizado por ele com tanto esforço, é repleto de recursos sustentáveis, provenientes do conhecimento científico para construir, cuidar do campo, dos animais e da horta. Esse valor pela sustentabilidade é inestimável, e até hoje orgulho-me de apresentar o sítio a colegas e amigos, ouvindo de meu patriarca as histórias que vão desde o “imaginário” ao gosto pela Ciência. Esses relatos certamente contribuíram para que eu desenvolvesse o gosto pela Matemática e compreendesse o fascínio por suas aplicações no cotidiano, o que também me levou a uma dedicação aos estudos. Essa importante lembrança fez com que eu sonhasse em ingressar na universidade, um sonho dos meus pais, que não puderam realizá-lo, mas transmitiram a cada um de seus filhos a importância da educação.

Com exceção da 5^a e 6^a séries do Ensino Fundamental, que foram cursadas em rede particular, estudei a maior parte da minha formação básica em escola pública. Sempre acreditei que era possível ter uma educação pública gratuita e de qualidade, desde que pudéssemos contar com professores comprometidos com o ensino. Tive a sorte de vivenciar aulas ministradas por professores que eram exemplos de comprometimento e persistência, que não mediam esforços para que suas aulas fizessem a diferença.

Encantado pela disciplina que mais me chamava a atenção – a Matemática –, inspirei-me em profissionais que demonstravam o quanto essa ciência é fascinante. Naquela época tive a oportunidade de ajudar colegas que apresentavam dificuldades, o que me incentivou a seguir meus estudos e prestar vestibular para Licenciatura em Matemática.

1.2 Trajetória acadêmica

Minha trajetória acadêmica foi marcada por muitas experiências que me transformaram em um professor em constante busca por desafios. No ano de 1999 concluí o Ensino Médio e, em 2000, recém-formado, optei por cursar Licenciatura em Matemática na Universidade La Salle (Unilasalle), na cidade de Canoas. A rotina de estudar à noite e trabalhar, durante o dia, na área do comércio, no entanto, limitava minhas possibilidades de avanço na área acadêmica que tanto me interessava.

No ano de 2002 ingressei na Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS) no curso de Bacharelado em Matemática Pura, visando a uma formação mais acadêmica, centrada nas disciplinas da Matemática pura, sem as de Educação. Como o curso de Bacharelado não habilita para lecionar após a Graduação, optei por uma transferência interna, no ano de 2004, para o curso de Licenciatura em Matemática na mesma universidade pública.

Durante o curso de Licenciatura em Matemática envolvi-me em pesquisas de práticas de ensino de Matemática, o que estimulou meu interesse por essas práticas e me tornou um professor com grande vontade de investigar a realidade educacional pública em busca de superar seus desafios.

Nesse envolvimento com a pesquisa na Graduação em Licenciatura (2004-2006), investiguei os saberes docentes e refleti sobre a relação entre a produção de saberes e práticas pedagógicas (Tardif, 2002) no âmbito das práticas de ensino do Curso de Licenciatura em Matemática da UFRGS.

Como bolsista de iniciação científica participei do projeto de pesquisa intitulado “A Produção dos Saberes Pedagógicos nos Processos de Vídeo-Formação na Formação Inicial de Professores de Matemática”, orientado pelo professor doutor Samuel Bello, no âmbito do Programa de Pós-Graduação da Faculdade de Educação da UFRGS. Neste projeto estive envolvido na elaboração e discussão sobre o currículo na formação inicial dos estudantes de Licenciatura.

O projeto supracitado investigou as conexões entre o saber matemático em nível superior e o saber matemático da escola básica. O objetivo foi compreender e comparar as concepções pertinentes à formação inicial, incluindo as de Matemática, ensino, aprendizagem, aula e os efeitos das práticas pedagógicas realizadas.

Em 2010 ingressei no Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (PUCRS). Durante o curso assumi a responsabilidade pelo laboratório de informática no turno da tarde em uma das escolas onde trabalhava. Com o conhecimento predominante em Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs), adquirido na minha formação acadêmica, havia uma forte conexão entre o uso do laboratório de informática e as aulas de Matemática que ministrava, devido à minha familiaridade com esse novo ambiente de trabalho.

Na mesma época participei da criação do Projeto de Monitoria no Laboratório de Informática para alunos interessados em atuar como monitores. Os objetivos desse projeto foram: inserir alunos dos Anos finais em atividades de Alfabetização Matemática; valorizar a experiência pessoal, estimulando a solução de dúvidas de colegas; e desenvolver o senso de responsabilidade dos alunos na escola para que pudessem validar seu conhecimento ajudando os outros.

A criação do Projeto de Monitoria partiu da hipótese de que, ao serem inseridos em atividades de alfabetização Matemática como monitores, estudantes com baixo rendimento em Matemática e dificuldades comportamentais poderiam desenvolver um senso de responsabilidade no ambiente escolar e validar seu conhecimento auxiliando o próximo. Assim,

esses monitores desenvolveram noções de cidadania que os prepararam para o mercado de trabalho, além de adquirirem habilidades por meio do interesse em aprender, posto que participaram ativamente da ação.

O Projeto de Monitoria no Laboratório de Informática proporcionou aos monitores a construção de conhecimentos matemáticos, especialmente em geometria plana e espacial, além de promover mudanças positivas em suas atitudes. Os estudantes assumiram um papel social dentro da escola, onde a colaboração foi evidente. O projeto contribuiu para que os monitores desenvolvessem uma nova visão dos processos de ensino e aprendizagem da Matemática. Com o uso do ambiente computacional começaram a enxergar a Matemática de uma forma mais divertida e, com isso, demonstravam motivação para aprender, contagiando outros estudantes.

Os monitores elaboravam estratégias de ensino para a resolução de problemas, facilitando a compreensão dos conteúdos, inicialmente considerando suas próprias experiências como estudantes e refletindo sobre como superaram suas dificuldades nas aulas de Matemática. Nesse contexto, relacionaram as estratégias de ensino elaboradas pelas professoras com o auxílio no processo de aprendizagem, utilizando uma linguagem mais acessível aos estudantes.

O *software* “Logo” permitiu aos monitores a construção de conhecimentos matemáticos, como rotação e translação de figuras geométricas, ao desafiá-los em atividades dinâmicas que envolviam movimento. Desenvolveram o conceito de ângulo por meio dos procedimentos da linguagem “Logo” e promoveram a troca de conhecimentos com os estudantes no laboratório, aprendendo, também, com os colegas em muitas atividades.

Além das aprendizagens dos monitores, eu, como professor e responsável pelo laboratório, também aprendi sobre as relações e mediações que ocorreram naquele ambiente.

Defendi a dissertação em 2013 (Silva, 2013) e, no mesmo ano, ingressei no curso de Especialização em Mídias na Educação pelo Centro Interdisciplinar de Novas Tecnologias na Educação da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (Cinted/UFRGS). Em 2014, durante meu contrato temporário, desenvolvi uma pesquisa com alunos da Educação de Jovens e Adultos no município de São Leopoldo (RS).

A pesquisa focou na contribuição do *software* GeoGebra para a Alfabetização Matemática de jovens e adultos. Apresentei as etapas e os resultados da pesquisa, que buscou identificar como o referido *software* poderia facilitar a compreensão de conceitos da Geometria Plana por meio da Geometria Dinâmica.

A pesquisa foi realizada em uma escola pública municipal de São Leopoldo, no Estado do Rio Grande do Sul, iniciada em 2014 e concluída em 2015. A investigação adotou uma abordagem qualitativa com o método de estudo de caso. A coleta de dados foi realizada por

meio de atividades desenvolvidas pelos alunos durante as aulas de Matemática, aplicação de questionários de diagnóstico antes e depois do processo e entrevistas realizadas após as atividades.

Utilizou-se o método de Análise Textual Discursiva (ATD) para a análise dos dados. Os principais resultados mostraram que a Geometria Dinâmica possibilita uma mais boa compreensão dos conceitos da Geometria Plana. A experiência com o uso do GeoGebra colaborou para o processo de aprendizagem Matemática entre jovens e adultos, ajudando na construção dos conceitos figural e conceitual de figuras geométricas, como o quadrado e o retângulo.

Em 2016 fui selecionado como professor temporário no Instituto Federal do Rio Grande do Sul (IFRS), *Campus* Canoas, onde adquiri experiências no Ensino Médio e Superior, aprimorando meus conhecimentos sobre Geometria Dinâmica em sala de aula e participando do Laboratório de Matemática dessa instituição. Essa experiência resultou em uma produção apresentada no IFRS – *Campus* Rio Grande.

Em 2019 participei do processo seletivo para o curso de Especialização em Educação Básica na Contemporaneidade: Práticas e Desafios, oferecido em parceria entre a rede municipal de ensino de Sapucaia do Sul (RS) e a Unilasalle, o qual concluí em maio de 2021.

Em 2020 entrei para o curso de formação continuada “Lesson Study e Critérios de Idoneidade Didática: Uma Formação Continuada para Professores que Ensinam Matemática”, promovido pela UFRGS em parceria com a Universidade de Barcelona (UB). Na ocasião, junto com um grupo de professores de Matemática, utilizei a ferramenta Critérios de Adequação Didática (CAD) para analisar e replanejar uma aula de Matemática executada no 9º ano do Ensino Fundamental.

Em 2021 ingressei no Doutorado em Educação da Unilasalle, após ser aprovado no processo seletivo do município de Sapucaia do Sul no final de 2020, o que me concedeu uma bolsa de estudo integral, conforme o Edital nº 067/2020 da Unilasalle. Durante o ano de 2021, além das disciplinas do Doutorado, realizei o estágio docente na disciplina “Ação Docente e Matemática”, supervisionado pela minha então orientadora do Doutorado (2021-2022) e professora titular da disciplina, Vera Lúcia Felicetti. Esse estágio proporcionou-me a experiência das dificuldades didático-matemáticas e do conteúdo matemático enfrentadas pelos graduandos em Pedagogia durante a formação inicial, além de evidenciar a necessidade de formações continuadas que fortaleçam o conhecimento no ensino de Matemática. Isso é essencial para que professores sem formação específica em Matemática possam compreender melhor os processos de ensino e aprendizagem dessa disciplina.

Em 2022 ingressei no Projeto “Recontextualizar as Ciências e a Contação de Histórias para os Processos de Ensino e de Aprendizagem da Educação Básica à Formação de Professores em Nível Internacional”, desenvolvido pelas doutoras Luciana Backes e Vera Lúcia Felicetti, professoras e pesquisadoras do Programa de Pós-Graduação em Educação da Unilasalle nas linhas de Culturas, Linguagens e Tecnologia na Educação e Formação de Professores, Teorias e Práticas Educativas. O projeto, em parceria com a Secretaria Municipal de Educação de Canoas, foi realizado nas escolas da rede municipal de ensino.

Como doutorando deste programa, integrei o grupo de formadores do projeto para o ensino de Matemática. Minha participação ocorreu no curso de extensão “Quem Conta um Conto, Aumenta um Ponto? Recontextualizar as Ciências por Meio de Histórias”, durante a 2ª etapa do projeto “As Quatro Operações – Quem Quer Aumentar um Ponto?”, contribuindo para a formação continuada no ensino de Matemática para professores do 3º ano do Ensino Fundamental.

Minha trajetória acadêmica teve grande conexão com minha trajetória profissional, percorrendo minha constituição como docente, dado que será apresentado na seção 1.3 a seguir.

1.3 Trajetória profissional

Entre 2002 e 2005 tive minhas primeiras experiências profissionais atuando como professor particular de Matemática e como monitor de Matemática para o Ensino Fundamental na Escola La Salle Santo Antônio, em Porto Alegre. Em 2006 passei a trabalhar 20 horas semanais como professor temporário em São Leopoldo (RS), lecionando para os Anos finais até 2007.

No mesmo ano ingressei em um concurso para uma vaga de professor de Matemática para os Anos finais do Ensino Fundamental em Gramado, com uma carga de 25 horas semanais. Após cinco meses solicitei exoneração devido à adaptação ao clima da cidade. Nesse ano comecei um contrato temporário de 40 horas semanais em Canoas (RS), onde tive minha primeira experiência com a disciplina de Matemática para o Ensino Médio, permanecendo até 2008.

Em 2009 atuei novamente como professor temporário no Estado do Rio Grande do Sul (RS), com carga de 20 horas semanais, na Escola General Flores da Cunha (antigo Instituto de Educação) em Porto Alegre, lecionando para o curso de Magistério e para o Ensino Fundamental. Ainda em 2009 fui nomeado no concurso para professor de 20 horas semanais nos Anos finais do Ensino Fundamental em Sapucaia do Sul. Em 2010 ingressei em outro concurso público para uma vaga de 20 horas semanais em Alvorada (RS), mas exonerei-me devido à distância entre as duas cidades.

De 2013 a 2015 atuei como Tutor de Educação a Distância (EaD) no Curso de Especialização em Matemática, Mídias e Didática para Educação Básica da UFRGS/Universidade Aberta do Brasil/Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (UFRGS/UAB/Capes). Em 2014 fui contratado temporariamente, por um ano, em São Leopoldo. Em 2015 passei a atuar como tutor nos cursos de Análise e Desenvolvimento de Sistemas, Gestão da Tecnologia da Informação e Engenharias no Centro Universitário Internacional (Uninter), polo Porto Alegre Centro, permanecendo até 2017.

Em 2016 solicitei licença de interesse em Sapucaia do Sul para assumir uma vaga de professor temporário no IFRS, *Campus* Canoas, com 40 horas semanais, lecionando para o Ensino Técnico Integrado ao Ensino Médio e para o Curso Superior de Tecnologia em Análise e Desenvolvimento de Sistemas. No mesmo ano participei de um concurso público em Gravataí, onde lecionei para a Educação de Jovens e Adultos (EJA).

Em 2020 o município de Sapucaia do Sul, em parceria com a Unilasalle, criou a seleção de professores para o Doutorado em Educação. Senti-me preparado para participar da seleção e ingressei no Programa de Pós-Graduação da Unilasalle.

No início de 2023 fui chamado pela Secretaria de Educação do município de Sapucaia do Sul para atuar na assessoria do ensino estruturado dos Anos Finais, focando nas demandas do componente curricular Matemática. Nesse cargo, além de acompanhar, junto com três colegas assessores, o desenvolvimento do Sistema de Ensino Estruturado, realizamos a análise de dados sobre o desempenho dos estudantes. Todo esse processo visa a melhorar as avaliações externas e a qualidade do ensino, fortalecendo meu envolvimento com este projeto de pesquisa. Também colaboro com a formação de professores dos Anos iniciais do Ensino Fundamental na rede Municipal de Sapucaia do Sul.

Tanto a minha trajetória acadêmica quanto a profissional foram marcadas pela busca por formações, que me levaram a aprofundar meus conhecimentos sobre as diretrizes curriculares, em especial a Base Nacional Comum Curricular. Dessa forma, pude ter uma visão clara da importância dessas diretrizes para a qualidade do ensino da Matemática e da necessidade de maior formação dos professores, o que me proporcionou o interesse na investigação do ensino de Matemática pelo desenvolvimento de competências.

A atuação profissional, nesta tese, está inserida na linha de pesquisa Culturas, Linguagens e Tecnologias na Educação do Programa de Pós-Graduação em Educação da Unilasalle. A pesquisa é desenvolvida por meio de um ciclo formativo pautado nos Competências e Conhecimentos Didático-Matemáticos (CCDM) para professores que atuam no 3º ano dos anos iniciais do Ensino Fundamental na rede municipal de ensino de Canoas, cidade da região metropolitana de Porto Alegre.

1.4 Dos elementos da pesquisa à Tese

A pesquisa para esta tese foi conduzida com base nos fundamentos teóricos e metodológicos da Abordagem Ontossemiótica do Conhecimento e da Instrução Matemática¹ (AOS) (Godino; Batanero; Font, 2019), em particular pelo modelo de Competências e Conhecimentos Didático-Matemáticos² (CCDM) (Font *et al.*, 2018; Godino *et al.*, 2017). Para este modelo, dentre as competências que devem ter um professor para ensinar Matemática, existem duas competências-chave: a **Competência Matemática** e a **Competência de Análise e Intervenção Didática**. Nesse sentido, desenvolver essas competências na formação inicial e continuada de professores que ensinam Matemática, a partir das ferramentas propostas pelo modelo CCDM, é de extrema relevância para o desenvolvimento profissional dos professores e para a melhora da qualidade do ensino e aprendizagem da Matemática.

Ao abordar a capacitação docente, o objetivo central é aprimorar as competências profissionais de professores que ensinam Matemática. Isso inclui o desenvolvimento de competências relacionadas tanto ao conteúdo matemático quanto à didática da Matemática, abrangendo os processos e componentes curriculares. A capacitação visa a promover competências e conhecimentos que ajudem o professor a refletir sobre sua prática pedagógica e a otimizar os processos de ensino e aprendizagem da Matemática (Godino; Burgos; Gea, 2021).

Uma das ferramentas da AOS, contemplada no modelo CCDM, são os **Critérios de Adequação Didática** (CAD, a partir de agora). Para essa abordagem teórica a adequação didática de um processo de ensino-aprendizagem é entendida como o grau em que ele (ou parte dele) atende a certas características que o permitem ser qualificado como adequado (ótimo ou idôneo) para atingir a adaptação entre os significados pessoais alcançados pelos alunos (aprendizagem) e os significados institucionais pretendidos ou estabelecidos (ensino), tendo em conta as circunstâncias e os recursos disponíveis (ambiente). Os CADs servem, *a priori*, para orientar o processo de ensino e aprendizagem da matemática e, *a posteriori*, para valorar se o processo de ensino e aprendizagem instituído foi adequado (Font; Planas; Godino, 2010; Godino, 2013). Este construto multidimensional é dividido em seis critérios: **epistêmico**, para valorar se a Matemática ensinada é “boa Matemática”; **cognitivo**, para valorar, antes de iniciar o processo instrucional, se o que se deseja ensinar está a uma distância razoável do que os alunos sabem; **de interação**, para valorar se a interação esclareceu dúvidas e dificuldades dos

¹ A partir desse momento a sigla AOS representará a Abordagem Ontossemiótica do Conhecimento e da Instrução Matemática.

² A partir desse momento a sigla CCDM representará Competências e Conhecimentos Didático-Matemáticos.

alunos; **de meios**, para valorar a adequação dos recursos materiais e temporais utilizados no processo instrucional; **afetivo** (ou emocional), para valorar o envolvimento (interesse, motivação) dos alunos no processo instrucional; e **ecológico**, para valorar a adequação do processo instrucional ao projeto pedagógico do centro, às diretrizes curriculares, às condições do meio social e profissional, etc.

Os CADs estão presentes em diferentes pesquisas consolidadas no âmbito da Educação Matemática (Godino, 2013; Godino *et al.*, 2016; Breda; Pino-Fan; Font, 2017; Breda; Font; Pino-Fan, 2018; Godino; Batanero; Font, 2019) e servem tanto como ferramenta para a formação de professores quanto como ferramenta de análise para valorar a adequação didática de uma aula de Matemática. Nesse sentido, a utilização dos CADs para refletir sobre o processo de ensino da Matemática permite a capacitação docente em relação às competências profissionais de um professor de Matemática. Essas competências abrangem tanto a habilidade de instruir os alunos a interpretar problemas e desenvolver métodos para sua solução quanto a prática do professor e sua reflexão para melhorar a didática do ensino e a aprendizagem da Matemática.

No contexto dos professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental, os CADs servem como base teórica para compreender as competências-chave necessárias a um professor de Matemática, como a **Competência de Análise e Intervenção Didática** e a **Competência Matemática**, e possibilita a reflexão sobre o que constitui uma aula adequada de Matemática para o Ensino Fundamental I da educação básica brasileira.

O modelo CCDM da AOS, por um lado, permite analisar o currículo a ser ensinado pelos professores dos anos iniciais, proporcionando uma compreensão do modelo de ensino por competências e habilidades contido na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018), vigente no Brasil desde o ano de 2019. Por outro lado, possibilita estudar os elementos da prática do ensino de Matemática, tais como a reflexão sobre: os elementos necessários para se ensinar um conteúdo matemático de forma adequada; a aprendizagem dos alunos (sistemas de avaliação e adaptação curricular que considere as diferenças individuais dos estudantes); as interações professor-aluno; os interesses e motivações dos estudantes; o entorno e contexto dos estudantes; o uso de recursos adequados para o processo de ensino e aprendizagem; e outras características presentes nos documentos referenciais do currículo brasileiro para os anos iniciais da Educação Básica, que já estão fundamentadas na BNCC.

A BNCC, aprovada em 2017, é um documento normativo que orienta a formulação de currículos para redes de ensino em todo o Brasil, introduzindo os conceitos de “competências” e “habilidades” em seus fundamentos pedagógicos e está presente no referencial curricular de todos os municípios do RS, incluindo a cidade de Canoas, onde ocorre esta pesquisa.

Sua prática começou em 2020, com a obrigatoriedade definida pelo MEC (Brasil, 2018). O documento enfatiza: “Ao adotar esse enfoque, a BNCC indica que as decisões pedagógicas devem estar orientadas para o desenvolvimento de competências” (Brasil, 2018, p. 13), justificando, assim, as ações para a formação de professores e a ampliação do entendimento sobre competências e habilidades.

De acordo com Perrenoud (1999), uma proposta curricular fundamentada em competências e habilidades não é automaticamente compreendida pelos professores; é necessário exercitar e vivenciar os conceitos por meio de etapas didáticas para uma compreensão mais profunda. Embora os termos “habilidade” e “competência” sejam conhecidos desde os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), muitos professores ainda têm dificuldade em compreendê-los adequadamente (Castro *et al.*, 2020), o que demonstra a necessidade de formação continuada para um melhor entendimento e desenvolvimento desses conceitos.

O ensino baseado em competências e habilidades tornou-se um tema amplamente discutido nas reformas curriculares de diversos países e é objeto de estudo de vários pesquisadores em Educação e Educação Matemática. Como destacado por Breda, Silva e Carvalho (2016, p. 22), “Hoje em dia, há uma tendência internacional em organizar os currículos dos alunos por competências. Trata-se de currículos ambiciosos, visto que desenvolver e avaliar competências é uma tarefa complexa.” Isso justifica a produção de materiais e a necessidade de formação continuada para professores de Matemática com o objetivo de desenvolver as competências e habilidades Matemáticas dos alunos. Para que isso aconteça é essencial que o professor tenha uma preparação formativa capaz de abordar os desafios do modelo de competências e habilidades.

Esta tese propõe uma análise detalhada da sala de aula de Matemática, examinando o que está sendo ensinado e suas relações com o ensino e a aprendizagem, utilizando os CADs como ferramentas para promover a reflexão das professoras e, assim, desenvolver aspectos da **Competência de Análise e Intervenção Didática** na docência, bem como a **Competência Matemática**. O objetivo socioeducativo é aprimorar a qualidade do ensino de Matemática para que ocorra a consolidação da aprendizagem por parte dos alunos. Para tanto, é necessário ressignificar o ambiente de ensino e aprendizagem e potencializar recursos materiais e pedagógicos. Por meio de um espaço de formação continuada, os professores podem refletir sobre sua prática e compreender melhor as competências necessárias para a melhoria do ensino de Matemática.

1.5 Questão de Pesquisa

Um dos fundamentos da BNCC (Brasil, 2018) é o ensino baseado em Competências e Habilidades, assegurando que as aprendizagens essenciais sejam alinhadas com a realidade local. Para que a BNCC se materialize efetivamente na prática, é crucial a capacitação continuada dos professores (Pereira; Silva; Felicetti, 2019). Essa formação prepara adequadamente os professores, especialmente os que ensinam Matemática. Diante desse cenário, a presente tese propõe-se a investigar a seguinte questão de pesquisa:

– Como configuram-se as competências-chave das professoras que ensinam Matemática no 3º ano do Ensino Fundamental ao participarem de um ciclo formativo pautado no modelo de Competências e Conhecimentos Didático-Matemáticos, e qual sua implicação na aprendizagem dos estudantes?

Tendo em vista que a competência no ensino de Matemática é entendida como um conjunto de conhecimentos e disposições que permitem um desempenho adequado no contexto profissional (Font; Breda; Sala, 2015), e que o ensino baseado em competências visa à qualidade do seu desenvolvimento, proporcionando conhecimentos específicos para valorizar as ações didáticas (Pereira; Silva; Felicetti, 2019), os objetivos da tese alinham-se diretamente com a questão de pesquisa.

1.6 Objetivo geral

Analisar as configurações das competências-chave de professoras que lecionam Matemática no 3º ano do Ensino Fundamental, participantes de um ciclo formativo baseado no modelo de Competências e Conhecimentos Didático-Matemáticos, bem como suas implicações na aprendizagem dos estudantes

1.7 Objetivos específicos

Para atender ao objetivo geral é necessário que se cumpram os seguintes objetivos específicos:

- OE1. Estabelecer bases para a criação de um ciclo formativo voltado ao desenvolvimento das Competências-Chave: Competência de Análise e Intervenção Didática e Competência Matemática do professor que leciona Matemática no 3º ano do Ensino Fundamental.
- OE2. Planejar e implementar um ciclo formativo direcionado a professoras que lecionam Matemática no 3º ano do Ensino Fundamental com base no modelo de Competências e Conhecimentos Didático-Matemáticos e nas normativas da BNCC, bem como da BNC-Formação.

- OE3. Comparar, quantitativamente, os resultados de desempenho dos alunos do 3º ano do Ensino Fundamental, tanto do grupo controle quando do intervenção, antes e após a participação das professoras do grupo intervenção no ciclo formativo baseado no modelo de Competências e Conhecimentos Didático-Matemáticos.
- OE4. Configurar o nível de desenvolvimento das Competências-Chave: Competência de Análise e Intervenção Didática e Competência Matemática, antes e durante a instrução do ciclo formativo baseado no modelo de Competências e Conhecimentos Didático-Matemáticos.

1.8 Tese

As professoras que participaram do ciclo formativo sobre o ensino de Matemática para o 3º ano do Ensino Fundamental, baseado no modelo de Competências e Conhecimentos Didático-Matemáticos, apresentam avanços nos níveis das competências-chave do professor de Matemática (Competência de Análise e Intervenção Didática e Competência Matemática). Esses avanços foram identificados tanto nas práticas pedagógicas das docentes quanto nos resultados dos testes de Matemática aplicados aos estudantes a partir das seguintes hipóteses:

1. O desenvolvimento das competências-chave das professoras (Competência Matemática e Competência de Análise e Intervenção Didática) permite a compreensão dos componentes curriculares e das competências matemáticas presentes nos documentos normativos da BNCC. Esses aspectos podem ser aprimorados e melhor compreendidos quando se utilizam os CAD, ferramenta que permite refletir sobre o que é essencial no ensino e aprendizagem de Matemática. Dessa forma, reconhece-se a existência da Competência Matemática e da Competência de Análise e Intervenção Didática das professoras que lecionam Matemática no 3º ano do Ensino Fundamental, possibilitando que as docentes reflitam e repensem seu planejamento e o ensino dos objetos matemáticos, com o objetivo de melhorar a qualidade das aulas de Matemática.
2. O ciclo formativo, planejado e implementado no âmbito das competências-chave das professoras, em suas aulas de Matemática, possibilita a compreensão da reflexão das docentes sobre a representatividade dos objetos matemáticos ensinados no 3º ano do Ensino Fundamental, contextualizando-os com aspectos didáticos que conduzem o ensino e aprendizagem de Matemática de forma adequada.
3. A configuração das competências-chave das professoras que ensinam Matemática no 3º ano do Ensino Fundamental, desenvolvida durante o ciclo formativo, aprimora o ensino e a aprendizagem de Matemática no 3º ano do Ensino Fundamental, podendo ser evidenciado na triangulação dos dados.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Nesta tese buscamos analisar a configuração das competências-chave do professor³ que ensina Matemática no 3º ano do Ensino Fundamental no contexto brasileiro. Para isso, é necessário ter como base um modelo teórico que sustente dita análise. Neste capítulo (Capítulo 2), como tema central, explicamos o modelo de Competências e Conhecimentos Didático-Matemáticos (CCDM) da Abordagem Ontossemiótica do Conhecimento e da Instrução Matemática (AOS), ferramenta teórica adotada nesta pesquisa, e, além disso, discorremos sobre as competências apresentadas na BNC-Formação e as competências propostas pela BNCC. Para tanto, no decorrer deste capítulo, na seção 2.1 apresentamos a revisão de literatura realizada. Na seção 2.2 explicamos as bases teóricas e filosóficas que sustentam a AOS. Na seção 2.3 explicamos, de forma minuciosa, as Competências da BNC-Formação e as Competências da BNCC. Na seção 2.4 discorremos sobre o modelo CCDM, especificando, na seção 2.5, as duas competências-chaves do professor de Matemática: Competência de Análise e Intervenção Didática (2.5.2) e Competência Matemática (2.5.3).

2.1 Revisão de literatura⁴

Neste subcapítulo abordamos a revisão de literatura. Inicialmente descrevemos como foi realizada a coleta de dados nos bancos de teses, incluindo os procedimentos e a seleção dos documentos para leitura. Em seguida foi realizada a Análise Textual Discursiva (Moraes; Galiuzzi, 2007) desses documentos, conforme apresentado em Silva *et al.* (2023), resultando nas categorias emergentes: **Mobilização de conhecimentos** e **Mudanças e reflexões sobre a prática docente**.

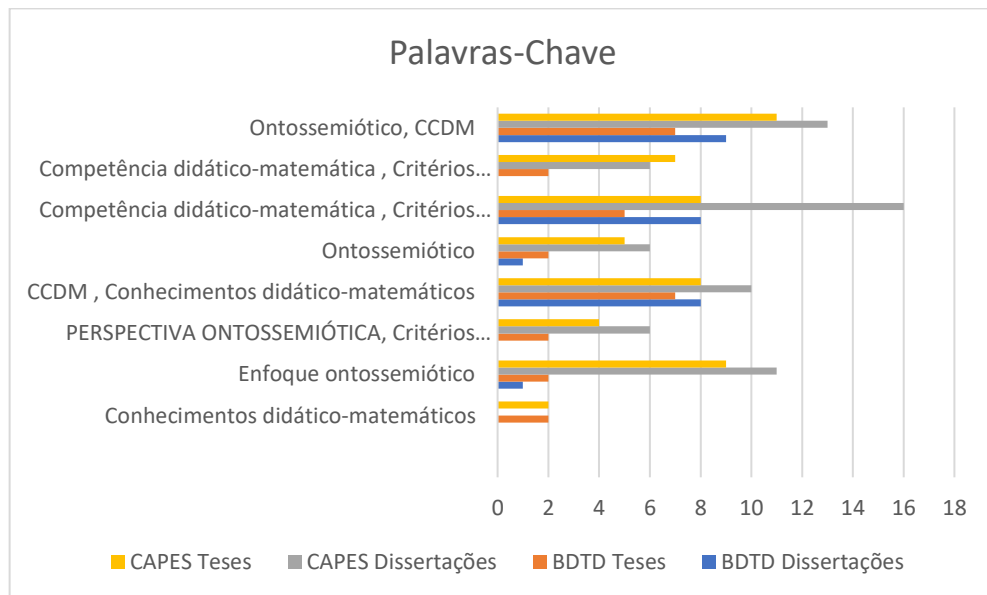
Para a busca do *corpus* atinente à revisão de literatura foram utilizados os bancos da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD) e a plataforma do Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes) com as palavras-chave: Conhecimentos didático-matemáticos, Competência didático-matemática,

³ Ao longo deste trabalho os termos “professor” e “professores” serão utilizados para designar o corpo docente em geral. Por sua vez, os termos “professora” e “professoras” referem-se especificamente às professoras que participaram como sujeitos desta tese.

⁴ Esta seção foi publicada como artigo intitulado “Enfoque Ontosemiotico de la Cognición y la Instrucción Matemática: formación continua en producciones de maestría y doctorado en Brasil (2016-2020)” (Silva *et al.*, 2023a), e faz parte da Edição Temática “Enfoque Ontossemiótico do Conhecimento e Instrução Matemáticos (EOS): Questões e Métodos”. Está disponível em: <http://revistaparadigma.online/ojs/index.php/paradigma/issue/view/87>.

Enfoque Ontossemiótico, Perspectiva Ontossemiótica, Critérios de Idoneidade Didática⁵, Ontossemiótico, CCDM e Critérios de Idoneidade Didática. A busca foi realizada individualmente para cada uma das oito palavras-chave no dia 29 de maio de 2021. Foram encontrados 45 trabalhos, dos quais 18 eram teses e 27 dissertações. A Figura 1, a seguir, apresenta a quantidade de teses e dissertações por palavras-chave buscadas.

Figura 1 – Resultados das palavras-chave (Capes e BDTD)

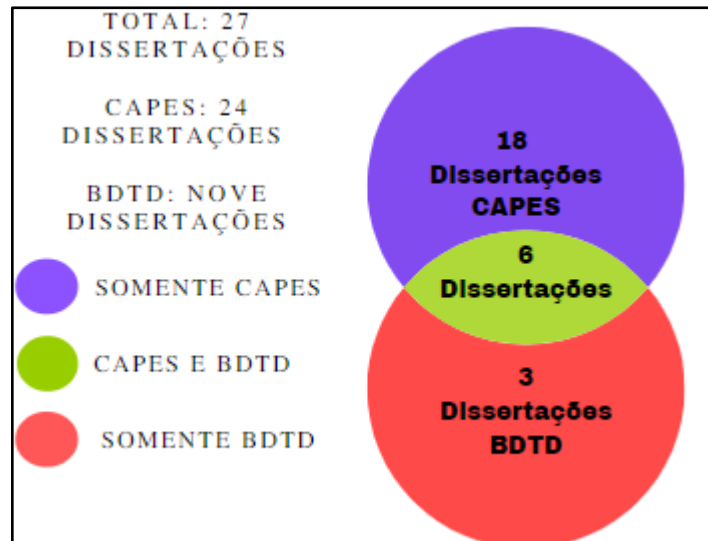


Fonte: Silva *et al.* (2023a, p. 278).

Os trabalhos de intersecção entre a BDTD e a Capes foram considerados para formar o *corpus* apenas em um dos repositórios. As Figuras 2 e 3 das buscas mostram as intersecções. Como pode ser observado na Figura 2, entre as 27 dissertações 6 foram encontradas nos 2 repositórios. Assim, considerou-se 18 dissertações do banco da Capes e 9 da BDTD para uma análise inicial.

⁵ Critérios de Idoneidade Didática é o mesmo que Critérios de Adequação Didática.

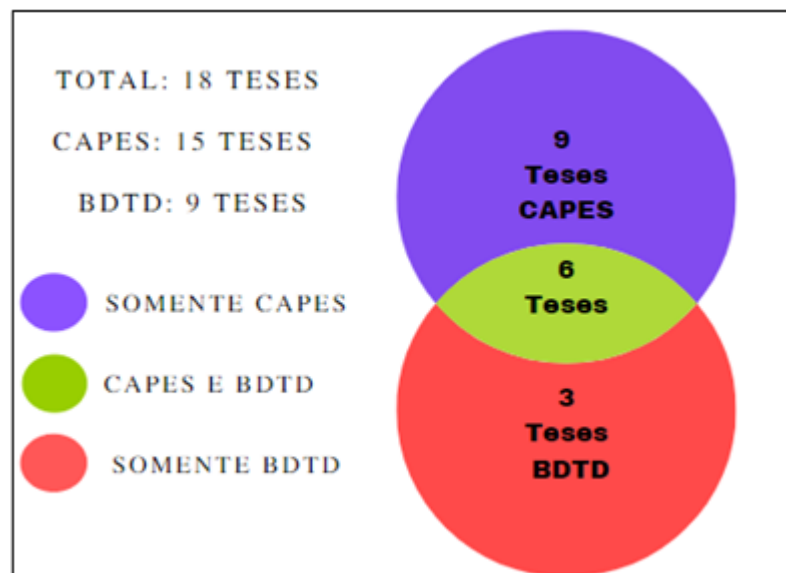
Figura 2 – Resultados de busca das dissertações na Capes e BDTD



Fonte: Silva *et al.* (2023a, p. 278).

Na Figura 3 apresentam-se 18 teses, sendo 6 delas constantes nos 2 bancos de dados, 9 teses somente no banco da Capes e 3 apenas na BDTD. Considerou-se, assim, 9 teses em cada repositório.

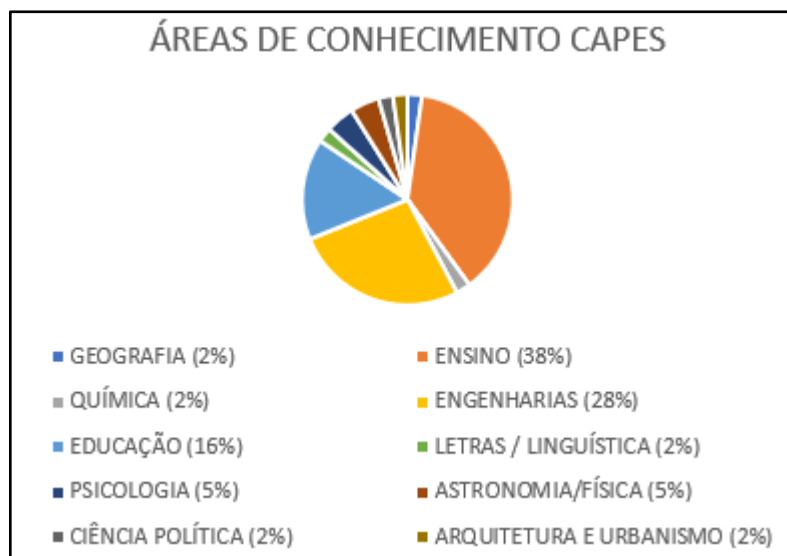
Figura 3 – Resultados de busca das teses na Capes e BDTD



Fonte: Silva *et al.* (2023a, p. 278).

Entre Dissertações e Teses, totalizam-se 45 trabalhos distribuídos nas diferentes áreas do conhecimento segundo a Capes, conforme mostra a Figura 4 a seguir.

Figura 4 – Área de conhecimento (Capes)



Fonte: Dados elaborados pelo pesquisador (2023).

Desse total de 45, tem-se que 38% foram defendidos na área de Ensino e 16% na área da Educação. Salienta-se que a representatividade de 28% na área de Engenharias coube à palavra-chave Ontossemiótico presente nesses trabalhos, mas não se aproximam da teoria do enfoque ontossemiótico na área da Matemática, foco do nosso estudo.

Neste projeto de pesquisa considerou-se para leitura, na íntegra, os trabalhos defendidos nos últimos cinco anos e pertencentes aos programas de Pós-Graduação em Educação e Ensino, Educação, Educação Matemática, Educação em Ciências e Matemática, Ensino de Ciências e Matemática, Educação Científica e Formação de Professores, Ensino e Educação Matemática e Tecnológica. Foram desconsiderados 26 trabalhos que não contemplavam essas áreas, resultando em 19 trabalhos (10 teses e 9 dissertações) a serem lidos e analisados integralmente. Considerou-se, também, nesta classificação, o recorte temporal de 2016 a 2020 devido o primeiro trabalho com anos iniciais do Ensino Fundamental, anos de interesse a este estudo, ser de 2016. Destes 19 trabalhos, 2 têm o contexto dos anos finais do Ensino Fundamental como foco no estudo, 4 do Ensino Médio, 7 dos anos iniciais do Fundamental e 6 voltados à formação de professores. No Quadro 1, a seguir é possível visualizar as teses e dissertações no recorte temporal 2016-2020 e que utilizaram a AOS.

Quadro 1 – Teses e dissertações selecionadas que utilizaram teoria AOS entre os anos de 2016 e 2020

Autor	Título/Área/Instituição	Nível	Ano
Adriana Breda	Melhorias no ensino de Matemática na concepção de professores que realizam o mestrado PROFMAT no Rio Grande do Sul: uma análise dos trabalhos de conclusão de curso/Educação em Ciências e Matemática/Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul.	D	2016
Rogério M. Ribeiro	Modelagem Matemática e mobilização de conhecimentos didático-matemáticos na formação continuada de professores dos anos iniciais/Universidade Federal de São Carlos/Educação/Universidade Federal de São Carlos.	D	2016
Marcos P.de Carvalho	Um estudo da inserção de estudantes da licenciatura em Matemática no contexto da escola pública: contribuições do PIBID/Educação Matemática/Universidade Anhanguera de São Paulo.	D	2016
Maria E. dos S. Soares	Conhecimentos didático-matemáticos mobilizados por professores dos anos iniciais: uma análise sob a perspectiva do Enfoque Ontossemiótico/Ensino de Ciências e Matemática/Universidade Luterana do Brasil.	D	2016
Vanice da S. F. Vieira	O ensino de Matemática proposto na coleção de livros didáticos usados nos cursos técnicos de nível médio do IFECT fluminense: contextos e aplicações/Ensino de Ciências/Universidade Cruzeiro do Sul.	D	2016
Andrielly V. Lemos	Estudos de recuperação no Ensino Fundamental: uma investigação no âmbito da geometria sob a perspectiva do Enfoque Ontossemiótico do conhecimento e da instrução Matemática/Ensino de Ciências e Matemática/Universidade Luterana do Brasil.	D	2017
José I. F. de Carvalho	Um estudo sobre os conhecimentos didáticos-matemáticos de probabilidade com professores de Matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental/Educação Matemática/Universidade Anhanguera de São Paulo.	D	2017
Kátia C. L. Santana	Relação professor-materiais curriculares em educação Matemática: uma análise a partir de elementos dos recursos do currículo e dos recursos das professoras/Educação Matemática/Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.	D	2017
José F. da Silva	Um estudo do programa de consolidação das licenciaturas no contexto da formação inicial de professores de Matemática/Educação Matemática/Universidade Anhanguera de São Paulo.	D	2017
Patrícia P. Carpes	Conhecimentos didático-matemáticos do professor de Matemática para o ensino de números racionais/Ensino de Ciências e Matemática/Universidade Franciscana.	D	2019
Luciana C. de Amorim	A atenção dada às emoções na sala de aula pelo professor de Matemática: contribuições dos critérios de idoneidade didática/Educação Científica e Formação de Professores/Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia.	M	2017
Celma B. Moreira	O desenvolvimento da percepção de espaço na criança da educação infantil: o papel das tarefas/Educação Científica e Formação de Professores/Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia.	M	2017
Janaína M. Souza	Materiais curriculares educativos de Matemática do pacto/PNAIC: um olhar desde os critérios de idoneidade didática/Educação Científica e Formação de Professores/Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia.	M	2018

Danilo M. de Vasconcelos	Entre palavras, quadros e números: uma análise ontossemiótica da construção do conceito de razões trigonométricas com a utilização de histórias em quadrinhos/Educação em Ciências e Matemática/Universidade Federal de Pernambuco.	M	2019
Geisa P. Gomes	A relação professor-materiais curricular no ensino de Matemática: uma análise sob a perspectiva ontossemiótica/Educação Científica e Formação de Professores/Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia.	M	2019
Lindomar S. A. Pereira	A gestão de tarefas Matemáticas por professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental/Ensino/Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia.	M	2019
André F. Q. Araújo	A inter-relação entre a estatística e a probabilidade: um estudo com professores de Matemática do Ensino Médio sobre a curva normal/Educação Matemática e Tecnológica/Universidade Federal de Pernambuco.	M	2020
Renata B. Ferreira.	Análise da geometria na coleção de livros didáticos de Matemática do ensino técnico integrado ao Médio do Centro Paula Souza/Ensino de Ciências e Matemática/Universidade Cruzeiro do Sul.	M	2019
Fernanda L. Ribeiro	A geometria nos materiais curriculares brasileiros pelo enfoque ontossemiótico/Ensino de Ciências e Matemática/Universidade Cruzeiro do Sul.	M	2018

D=Doutorado; M=Mestrado

Fonte: Silva *et al.* (2023a, p. 278).

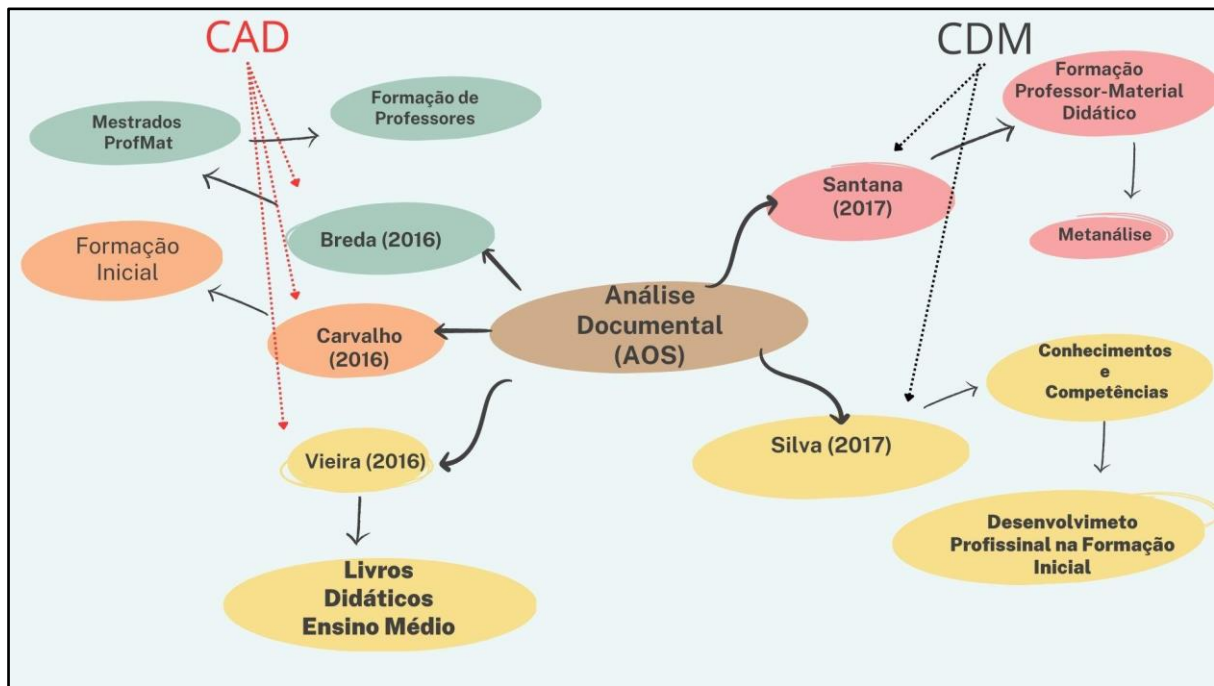
Todos os trabalhos expostos no Quadro 1 possuem, em sua base metodológica de análise, a AOS, tendo seis Teses com este construto teórico voltado aos Conhecimentos Didático-Matemáticos (CDM) e uma dissertação tratando de Competências e Conhecimentos Didático-Matemáticos (CCDM). Observa-se que a partir do ano de 2020, pela primeira vez, aparecem Competências e Conhecimentos Didático-Matemáticos.

Das dez teses coletadas, cinco têm análise documental como procedimento técnico de coleta de dados, sendo elas a de Carvalho (2016), Breda (2016), Vieira (2016), Santana (2017) e Silva (2017). Cinco têm a formação continuada de professores da educação básica como âmbito da pesquisa. Entre elas, quatro permearam o contexto do Ensino Fundamental, sendo duas os anos iniciais (Ribeiro, 2016; Soares, 2016) e três os Anos finais (Lemos, 2017; Carvalho, 2017; Carpes, 2019).

Das nove dissertações, quatro apresentam análise documental, sendo elas a de Moreira (2017), Ribeiro (2018), Souza (2016) e Ferreira (2019); a dissertação de Gomes (2019) analisa livros didáticos usados por três professoras dos anos iniciais; uma envolve observação participante nos Anos finais (Amorim, 2017) e três tratam da formação continuada, das quais duas com professores do Ensino Médio (Vasconcelos, 2019; Araújo, 2020) e uma da formação continuada de professores dos anos iniciais (Pereira, 2019).

Das teses que apresentaram a análise documental como coleta de dados, os autores Breda (2016), Carvalho (2016) e Vieira (2016) utilizaram os CADs para a organização e coleta de dados; já Santana (2017) e Silva (2017) utilizaram o CDM. A Figura 5 mostra essa distribuição:

Figura 5 – Mapa mental Teses Análise Documental distribuído em Critérios de Adequação Didática (CAD) e Conhecimentos Didático Matemáticos (CDM)



Fonte: Dados elaborados pelo pesquisador (2023).

Breda (2016), a partir da leitura de trabalhos de conclusão de curso, no âmbito dos cursos do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (Profmat)⁶, buscou investigar de que forma as professoras participantes do Profmat justificavam a melhora dos processos de ensino e aprendizagem da Matemática em suas propostas didáticas descritas nos seus trabalhos de conclusão de curso.

Para a análise dos dados e para a verificação da adequação didática dos trabalhos, a autora apresentou os

[...] critérios de idoneidade didática e os componentes e descritores que os fazem operativos e abordamos uma revisão da literatura, na qual, apresentamos as investigações que se utilizaram destes critérios na formação de professores de Matemática em diferentes países do mundo (Breda, 2016, p. 295)

⁶ Mestrado profissionalizante no Estado do Rio Grande do Sul.

Nesse sentido, Breda (2016) mostrou resultados relevantes para a compreensão dos trabalhos investigados quanto às propostas de inovação, uma vez que, embora tenha encontrado trabalhos com inovação Matemática, como a incorporação de conteúdos de ensino superior na educação básica e conexões intra e extramatemática, e inovação com uso de tecnologia, como *softwares* matemáticos que utilizam geometria dinâmica, muitos trabalhos apresentaram ausência de outros tipos de inovação no ensino de Matemática. “Por exemplo, nenhum dos trabalhos aborda a ideia de inovação no âmbito de novas estratégias avaliativas, na gestão e organização das classes ou em tarefas específicas para tratar o tema da diversidade em sala de aula” (Breda, 2016, p. 297).

Quanto ao planejamento de sequências didáticas, Breda (2016) encontra a ausência de trabalhos que abordem o redesenho da sequência, sendo apenas um trabalho com esta menção. O mapeamento desenvolvido para encontrar as características da análise em didática que justificam a melhoria do ensino de Matemática, todavia, destaca que

Os argumentos dados pelas professoras para justificar que incorporar atividades que visam o estabelecimento de relações intra-matemáticas favorece a melhoria do ensino de Matemática são as de que este tipo de relação, além de motivar os alunos, faz com que estes realizem processos matemáticos relevantes para sua formação – como a intuição, a argumentação e a investigação –, ampliando o significado dos diferentes conteúdos e a possibilidade de interpretação dos resultados dentro dos diferentes pontos de vista da Matemática (Breda, 2016, p. 298).

Quanto à relação da tese de Breda (2016) com a formação continuada, utilizando-se o construto AOS, a autora encontra fragilidades de planejamento de sequências didáticas, mostrando que existe a necessidade de reflexão das propostas e um “equilíbrio no uso dos diferentes critérios (epistêmico, cognitivo, de meios, de interação, emocional e ecológico) mostrando que esse equilíbrio no planejamento e sua aplicação pode ser mais bem refletido ao usarmos os Critérios de Adequação Didática em formações continuadas.

Carvalho (2016) fez um estudo de caso, investigando as contribuições do programa institucional de bolsas de iniciação à docência (Pibid) de cinco alunos do curso de Licenciatura em Matemática da cidade de Guarani, Minas Gerais. Investigou o que os futuros professores de Matemática levaram em conta na organização, seleção de conteúdos e na elaboração de suas práticas pedagógicas, e de que forma o Pibid contribui na construção de conhecimentos profissionais e para a reflexão docente sobre as inovações curriculares de modo a consolidar uma prática docente diferenciada para o processo de ensino e aprendizagem de Matemática na Educação Básica.

Para a fundamentação teórica Carvalho (2016) embasou-se no conhecimento profissional do professor (Ball; Thames; Phelps, 2008), categorizando esses conhecimentos conforme

Shulman (1987). Utilizando os Critérios de Adequação Didática, Carvalho (2016) identificou que os futuros professores de Matemática fundamentaram suas aulas em livros didáticos e em questões da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (Obmep), porém o curso de Licenciatura em Matemática e o Pibid não os prepararam para a utilização de metodologias inovadoras:

O Pibid, apesar de ter celebrado discussões nas reuniões de orientação acerca da logística da maneira com que as futuras professoras deveriam interagir com os alunos, horários e turmas que iriam atuar, se as aulas seriam ministradas em dupla ou de forma individual, também não deu suporte do ponto de vista da metodologia para uma atuação eficaz em sala de aula (p. 152).

Quanto aos critérios de adequação didática, Carvalho (2016) salienta a questão Epistêmica referente a erros e ambiguidades presentes nas aulas dos licenciandos, ressaltando que poderiam ser evitados “se esses futuros professores tivessem discutido previamente com o grupo do Pibid-licenciandos, supervisor e coordenador de área as atividades a serem desenvolvidas em suas aulas” (p. 152). Carvalho (2016) finaliza sua tese compreendendo que são necessárias mais pesquisas sobre o Pibid, mas destaca a urgência de formações de professores de Matemática, contribuindo com a necessidade de termos formações continuadas capazes de suprir as deficiências de cunho didático-pedagógico entre professores que ensinam Matemática.

Vieira (2016) fez uma análise documental de livros didáticos aplicando os seis critérios de adequação didática da AOS para sua análise, respondendo às questões de pesquisa:

Que tipo de situações Matemáticas são propostas numa coleção de livros didáticos, adotados no IFFLUMINENSE?
De que maneiras são apresentados os conceitos, proposições e procedimentos utilizados nessa coleção? Que tipo de linguagens e argumentações são utilizadas na coleção analisada? (p. 20).

A autora (2016) buscou investigar os livros didáticos adotados pelo IFFLUMINENSE, verificando os contextos matemáticos do conteúdo apresentado aos cursos técnicos integrados ao Ensino Médio, para, assim: “Analisar os objetos primários: linguagem, conceitos, proposições, procedimentos e argumentações, das atividades propostas na referida coleção” (p. 21).

Vieira (2016), com o aprofundamento das ferramentas da AOS, na análise documental dos livros de Ensino Médio integrado, conseguiu concluir que a investigação contribuiu para a adequação didática e de conteúdo dos livros, beneficiando os autores e sua reelaboração para que atendam ao público do Ensino Médio integrado.

Santana (2017) analisou, por meio das dimensões matemáticas e conhecimentos didático-matemáticos presentes na AOS, a relação professor-material curricular de elementos de recursos curriculares, pesquisa bibliográfica e meta-análise. O estudo foi qualitativo do tipo pesquisa bibliográfica e metanálise, e buscou “compreender o papel dos materiais curriculares na interação dinâmica entre os artefatos e as professoras que os utilizam [...]” (Santana, 2017, p. 36) por intermédio da seguinte questão de pesquisa: “Que relações podem ser estabelecidas entre professores e materiais curriculares de Matemática?” Santana (2017, p. 149) analisou e refletiu sobre a relação professor-material curricular. Sua tese foi organizada no formato *multipaper*, composta por três artigos: Referenciais analíticos para materiais curriculares de Matemática (Artigo 1), Conhecimentos mobilizados por professores ao interagir com materiais curriculares de Matemática (Artigo 2) e Materiais curriculares de Matemática e suas características que promovem a mobilização de conhecimentos das professoras (Artigo 3).

Em sua pesquisa sobre os materiais curriculares, Santana (2017) elenca os materiais desenvolvidos sobre o ensino de Matemática com a relação às Normas do *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM), destacando o surgimento dessa aproximação na década de 70 do século 20 e aumentando esse crescimento na década de 90 do mesmo século, relacionando-os como modo de ampliação de formas de ensino de Matemática presentes no NCTM. Em sua coleta de dados Santana (2017) encontra a proposta da AOS nas análises dos livros didáticos do Artigo 1 e o modelo de Conhecimentos Didático Matemáticos (CDM) nos artigos 2 e 3, refletindo sobre os conhecimentos mobilizados com os materiais curriculares e quais características os materiais curriculares fornecem para a mobilização de conhecimentos das professoras.

A partir da metanálise do seu relatório de pesquisa, Santana (2017) infere que as professoras de Matemática mobilizam conhecimentos “para tomar decisões referentes aos tipos de usos que pretendem fazer com os materiais curriculares” (p. 152). Elas “[...] modificam algumas de suas práticas, a partir dos conhecimentos que obtiveram ao utilizarem elementos dos materiais curriculares” e trazem suas percepções quanto aos materiais didáticos, “tomando decisões quanto ao uso, seja por reprodução, adaptação ou improvisação” (p. 9).

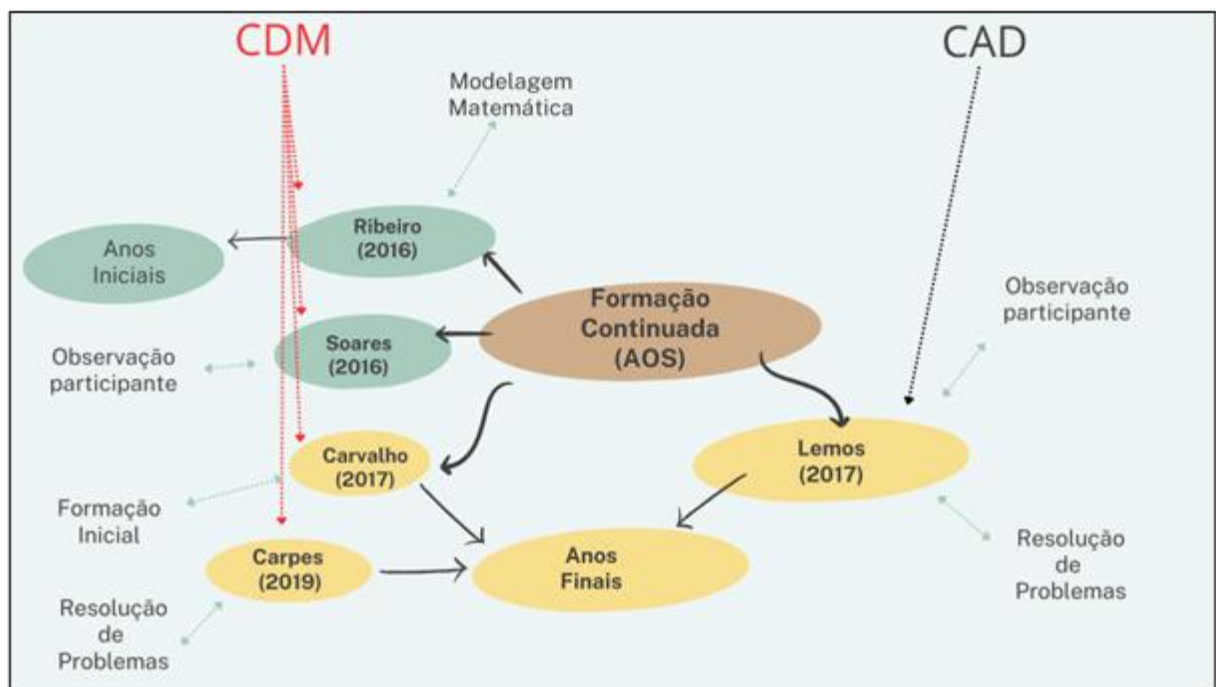
Podemos verificar, nas pesquisas de Santana (2017), a importância da AOS e do modelo CDM para a compreensão e melhora de uma aula de Matemática, uma vez que, ao referenciar o papel da AOS nos conteúdos curriculares para o ensino de Matemática, e para uma melhor adequação didática, Santana (2017) corrobora o emprego da AOS e das ferramentas do CCDM para a utilização durante uma formação de professores que ensinam Matemática. Outro

destaque desta tese é de que a AOS e o modelo CCDM têm seu fundamento na perspectiva consensual apresentada na descrição do NCTM.

Silva (2017) apresentou processos de Construção de Conhecimentos, Competências na AOS e o desenvolvimento profissional de futuras professoras de Matemática e Professores formadores por meio de análise documental e entrevistas semiestruturadas. Fundamentou-se nos Conhecimentos necessários à docência de Matemática de Shulman (1987) e de Ball, Thames e Phelps (2008) (Mathematical Knowledge for Teaching – MKT) e relacionou as categorias de conhecimentos do MKT a do CDM para avaliar os CADs nos processos de formações de professores, assim como a competência profissional.

Das teses que apresentaram a Formação Continuada como coleta de dados, Ribeiro (2016), Soares (2016), Carvalho (2017) e Carpes (2019) utilizaram o CDM para a organização e coleta de dados. Já Lemos (2017) usou o CDM. Esta distribuição pode ser mais bem visualizada na Figura 6 a seguir.

Figura 6 – Mapa mental Teses-Formação que utilizaram a Formação Continuada distribuído em CDM e CAD



Fonte: Dados elaborados pelo pesquisador (2023).

Ribeiro (2016) investigou usando a modelagem Matemática e a mobilização de conhecimentos didático-matemáticos na formação continuada de professores dos anos iniciais, e empregando o Modelo CDM na AOS e o Modelo de Conhecimento Matemático para o ensino,

de Ball, Thames e Phelps (2008). Nesse estudo foi trabalhado o Conhecimento Comum de Conteúdo apresentado pelas professoras participantes.

Ribeiro (2016) investigou como as formações continuadas poderiam contribuir “para reflexões acerca do conhecimento para se ensinar Matemática” (p. 8) e para expor as reflexões das professoras dos anos iniciais sobre a formação continuada, tendo como foco

[...] analisar a articulação entre um ambiente de aprendizagem de Modelagem para a formação de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais, na perspectiva proposta por Barbosa (2001a, 2002), e as discussões propostas por meio do Modelo do Conhecimento Didático-Matemático (CDM) proposto por Godino (2009) (Ribeiro, 2016, p. 24).

Nesse contexto, Ribeiro (2016) buscou, por meio da formação continuada, a reflexão das práticas do ensino de Matemática levando às professoras a possibilidade de “compreender a formação continuada não apenas como um programa que irá suprir as possíveis lacunas de sua formação inicial, mas sim entendê-la como parte integrante do processo profissional do professor” (p. 24), assim como levar ao grupo de professores em questão a compreensão de que precisam reconhecer a importância de ir além do “conhecimento especializado de conteúdo” nos processos de ensino.

A tese de Ribeiro (2016) teve como questão de pesquisa: “Quais conhecimentos didático-matemáticos são mobilizados em uma formação continuada em um ambiente da Modelagem para professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental I?” (p. 25).

Quanto à mobilização de conhecimentos didático-matemáticos, Ribeiro (2016) buscou identificar sua relação com a dimensão Matemática como o “conhecimento de conteúdo” e o “conhecimento ampliado de conteúdo”, e na dimensão didática considerou as categorias da AOS: epistêmica, de meios, de interação e ecológica.

Em suas conclusões Ribeiro (2016, p. 181) compreende que as professoras dos anos iniciais

[...] formam-se e caminham para a prática docente, por vezes, sem o conhecimento adequado de recursos e estratégias que contribuam para que tenham uma compreensão conceitual consistente e que permita lhes realizar as necessárias conexões entre objetos matemáticos e suas aplicações.

Ribeiro (2016) também conclui que a formação continuada deve ser entendida como um prolongamento necessário e natural da formação inicial, “[...] implicando em uma (re)elaboração ou a (re)criação dos conhecimentos didático-matemáticos que são construídos por eles” durante a formação inicial e que devem ser levados ao longo de sua prática docente.

Ribeiro (2016, p. 183) evidenciou que a formação continuada de professores dos anos iniciais

[...] leva a problematizações acerca de seus conhecimentos e de suas práticas, de forma que despertassem, nelas, o interesse e o envolvimento necessário para que elas compreendessem, na perspectiva apresentada por Machado (1995), os objetos matemáticos, os pressupostos teóricos, seus conhecimentos e suas práticas que foram problematizadas ao longo da formação.

Outro aspecto importante, identificado por Ribeiro (2016), foi de que os conhecimentos relacionados às dimensões didáticas do modelo CDM foram de extrema importância no ambiente de aprendizagem, neste caso o da modelagem Matemática, para prover as reflexões que estão presentes na prática docente em Matemática, enfatizando que a “formação continuada deve ser articulada com a prática em sala de aula” (p. 193). Desta forma, Ribeiro (2016), em sua tese, destaca a importância de formações continuadas que problematizem a prática docente e que gerem reflexões pertinentes para o melhoramento do ensino de Matemática nos anos iniciais.

Soares (2016) fez um estudo de campo (Bogdan; Bicklen, 1994) buscando reunir elementos que respondessem à questão de pesquisa: Quais os conhecimentos didático-matemáticos (na perspectiva da AOS) que são mobilizados por um grupo de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental na rede pública municipal de Pelotas a partir de um processo de formação continuada? Soares (2016) investigou quais conhecimentos didático-matemáticos para o ensino foram de domínio desses grupos de professores e quais foram as dificuldades encontradas “em relação ao que ensinar e como ensinar; investigar o papel da experiência na constituição do conhecimento didático-matemático do professor que ensina Matemática nos anos iniciais.”(p. 32)

A formação continuada aplicada por Soares (2016) ocorreu em dois momentos – dentro e fora do ambiente escolar –, apontando a necessidade de que formações continuadas ocorram desta forma, pois

[...] a formação fora da escola possibilita a troca de experiências e reflexões com professores de diferentes realidades, em grupos maiores, heterogêneos, por outro, no ambiente escolar, propicia a proximidade entre o professor formador e os demais, facilitando a comunicação e os questionamentos, além de possibilitar combinação de horários de atividades das professoras com o de formação (p. 193).

Soares (2016) comenta que a formação continuada de professores que ensinam Matemática, formados em Pedagogia, não tem o objetivo de suprir lacunas de conteúdos matemáticos presentes na formação inicial, mas, sim, de oportunizar um melhor conhecimento didático-matemático, minimizando a responsabilidade dos cursos de Pedagogia “no sentido de dar conta da formação Matemática necessária ao professor, para que exerça, de forma idônea, a atividade docente” (p. 191).

Em seus resultados Soares (2016) encontrou docentes entre o grupo que, com exceção de dois professores, haviam concluído o curso superior de Licenciatura em Pedagogia, cumprindo a exigência mínima para o exercício da docência nos anos iniciais. Mesmo com a formação exigida, constatou-se dificuldades nos conhecimentos didático-matemáticos e no conteúdo dos números racionais – frações e números decimais –, inferindo baixa adequação de meios devido, principalmente, à falta de conhecimento das tecnologias digitais e sua operacionalidade por carência de recursos nas escolas e fraca adequação epistêmica-cognitiva por “conflitos semióticos” apresentados pelas professoras “presentes na adequação cognitiva, os quais se caracterizam pelos equívocos que podem emergir da solução de uma tarefa Matemática e acabam por justificar o erro” (Soares, 2016, p. 194).

Soares (2016) utilizou-se das ferramentas da AOS (Godino, 2009, 2012) para análise do conhecimento didático-matemático do grupo de professores, apontando análise e reflexão da própria prática destes docentes, considerando o “conhecimento proveniente da experiência do professor como elemento relevante na prática docente” (Soares, 2016, p. 192-193), corroborando a importância desse construto para análise e reflexão da prática docente em uma formação continuada de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais.

Lemos (2017) fez uma observação participante e analisou e selecionou propostas de estudos de recuperação do conteúdo de Geometria, metodologias, recursos, etc., fundamentando-se na AOS. A proposta foi executada junto a um grupo de 15 alunos do Ensino Fundamental de uma escola pública do município de São Leopoldo (RS).

Lemos (2017) teve como sua questão de pesquisa:

Como desenvolver uma proposta de estudos de recuperação referente à Geometria a ser ensinada e aprendida nos Anos finais do Ensino Fundamental, sob a perspectiva do Enfoque Ontossemiótico do Conhecimento e da Instrução Matemática? (p. 28).

Em sua investigação Lemos (2017) pôde refletir, nas propostas de recuperação do conteúdo de geometria dos anos finais apresentadas, questões

[...] epistemológicas, cognitivas, didáticas, metodológicas, interacionais e mediacionais. Considerando um olhar tanto para o conhecimento matemático como para o processo de ensino e aprendizagem, o Enfoque Ontossemiótico do Conhecimento e da Instrução Matemática (EOS) (p. 326).

Lemos (2017) concluiu que as ferramentas de análise da AOS “se constituíram em elementos essenciais para se obter tanto uma visão detalhada da proposta como um olhar mais geral, possibilitando a identificação de pontos fortes e frágeis dos materiais” (p. 326). Em suas conclusões ressaltou a importância dos

[...] componentes situações-problemas, linguagens, recursos e envolvimento como pontos fortes e alcançados satisfatoriamente em todos os tópicos da proposta, e os componentes argumentos e análise/síntese foram os que os estudantes apresentaram maiores dificuldades (p. 326-327).

Lemos (2017) mostrou o quanto é importante trabalharmos com as ferramentas da AOS para poder adequar materiais que possam ser aplicados no contexto do ensino de Matemática no conteúdo de geometria em uma recuperação de conteúdo, mostrando que, ao trabalharmos o construto AOS, surgirá elementos, como a adequação didática, para uma possível e melhor compreensão do ensino e da aprendizagem de Matemática.

Carvalho (2017) analisou como uma formação continuada favorece a construção de Conhecimentos Didático-Matemáticos sobre probabilidade entre professores dos anos finais do Ensino Fundamental pertencentes ao projeto observatório da educação da universidade Anhanguera de São Paulo, em cooperação com a Secretaria Estadual da Educação do Estado de São Paulo. Trabalhou a elaboração de uma Engenharia Didática durante uma formação continuada de 40 professores, realizando um estudo preliminar, desenho, realização e avaliação de uma aula de Matemática, fundamentando-se nas ferramentas da AOS e do CCDM.

A pesquisa de Carvalho (2017) desenvolveu-se em quatro etapas: (1) estudo preliminar/diagnóstico, (2) desenho, (3) implementação e (4) avaliação. Na fase 1 Carvalho (2017) identificou os conhecimentos prévios das professoras referentes ao conteúdo de probabilidade, verificando que elas “apresentam lacunas nos conhecimentos sobre o conteúdo e seu ensino: comum, avançado e especializado, caracterizados pela teoria do Conhecimento Didático-Matemático do professor de Matemática” (p. 327). Nesse sentido, as professoras apresentavam baixa adequação didática epistêmica sobre o conteúdo abordado. Na fase 2 a utilização das ferramentas da AOS permitiu verificar a importância dos desenhos nas formações continuadas entre professores de Matemática, devido: a ser “um processo que esteja articulando formação Matemática com formação didática, a nossa proposta formativa traz esta contribuição para futuros desenhos formativos” (Carvalho, 2017, p. 328). Na fase 3 o autor (2017) deteve-se em responder: “Quais são os conhecimentos desenvolvidos e ampliados por professores de Matemática participantes de um programa de formação sobre probabilidade, destinado aos Anos finais do Ensino Fundamental?” Ele concluiu que consistem em compreender as diferenças dos conceitos implícitos no conteúdo de probabilidade, como eventos e probabilidades e seus significados. Na fase 4 a proposta de Carvalho (2017) permitiu ampliar, entre as professoras analisadas, as concepções sobre a “Matemática com ciência, desconstruindo a ideia de uma Matemática como uma ciência unicamente determinística” (p.

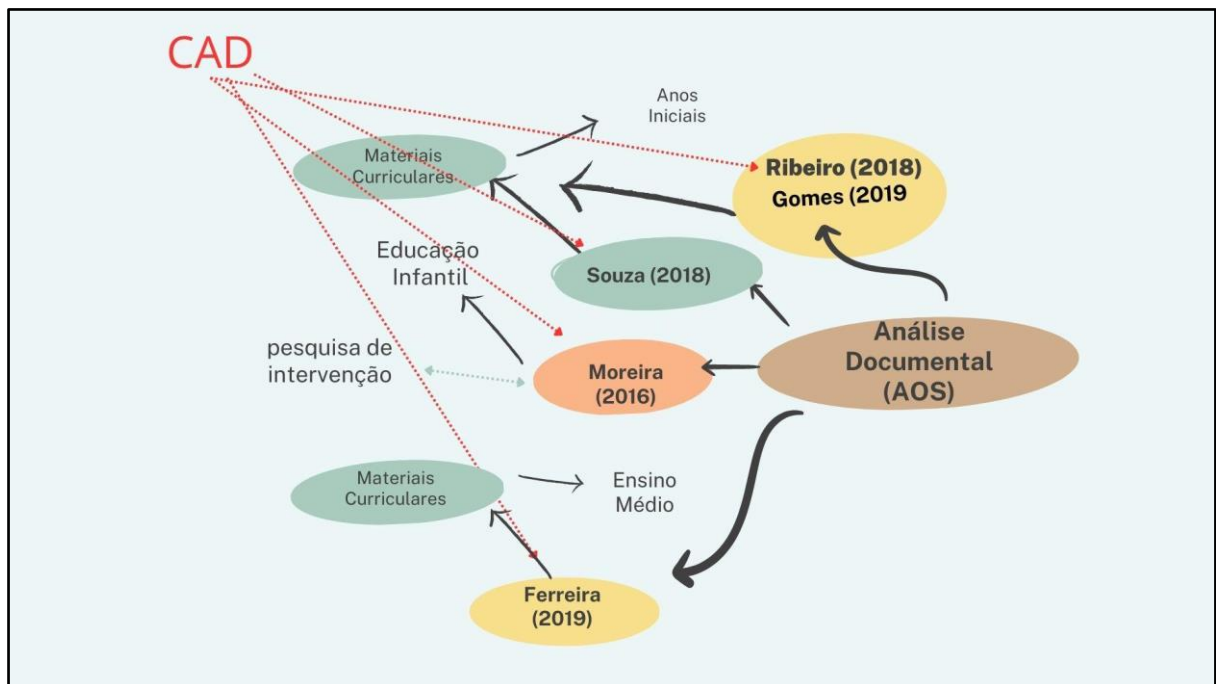
329), concluindo que a formação continuada “acentuou a prática reflexiva com respeito aos conhecimentos didático-matemáticos relativos à probabilidade” (p. 329).

A pesquisa de Carvalho (2017) demonstra-nos o quanto é significativo elaborar uma formação continuada que trabalhe com os conceitos de determinado conteúdo matemático em conjunto com os construtos teóricos da AOS e do CCDM, permitindo reflexões para uma adequação didática capaz de gerar discussões apropriadas ao melhoramento das práticas desenvolvidas em Matemática pelas professoras que ensinam Matemática.

Carpes (2019) trabalhou os Conhecimentos Didático-Matemáticos (CDM) presentes na AOS para avaliar cursos de Formação de Professores. Os dados foram analisados a partir de um guia com os critérios do CAD. Para que fosse possível a análise foi utilizada a resolução de problemas, o que permitiu a reflexão das professoras em relação ao material presente nos livros didáticos e o desenvolvimento de competências.

Das dissertações que apresentaram a Análise Documental como coleta de dados, Souza (2016), Moreira (2017), Ribeiro (2016), Ferreira (2019) e Gomes (2019) usaram os CADs para a organização e coleta, conforme mapa mental exposto na Figura 7.

Figura 7 – Mapa mental Dissertações Análise Documental distribuído em Critérios de Adequação Didática (CAD)



Fonte: Dados elaborados pelo pesquisador (2023)

Moreira (2017) trabalhou a análise documental de materiais curriculares da Educação Infantil no conteúdo de Geometria, trazendo as potencialidades e Limites por meio de Análise pelo CAD. O estudo foi do tipo pesquisa de intervenção e observação participante, cujos integrantes foram crianças do grupo 3 de uma Unidade de Educação Infantil. As técnicas utilizadas foram a observação (participante ou não), a entrevista e a análise de documentos. Os CADs puderam evidenciar a necessidade de redenhos dos planejamentos.

Ribeiro (2018) apresentou a análise de quadros de adequação didática nas dimensões do CAD: epistêmica, de meios e ecológica, em materiais curriculares do 5º ano do Ensino Fundamental. Utilizou-se a pesquisa bibliográfica como técnica de coleta de dados. Percebeu-se a necessidade de uma reflexão mais ampla sobre o material apresentado pelos Parâmetros Curriculares Nacionais e inseridos na nova Base Nacional Comum Curricular, que, na época, ainda não estava definida.

Souza (2018) fez uma pesquisa documental sobre o Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC) por meio de análise pelos CADs da AOS e sua interpretação de dados sobre o tratamento didático-matemático dado ao eixo de conteúdo de grandezas e medidas. A dissertação foi distribuída em três artigos, tendo estes os dados para as conclusões. A pesquisa mostrou que, mesmo o programa tendo outros marcos teóricos, foi possível inferir-se significativamente a maioria das dimensões do CAD.

Ferreira (2019) fez a análise de livros didáticos a partir das ferramentas da AOS no conteúdo de Geometria. Ele apresentou quadros de adequações didáticas nos CADs: epistêmico, de meios e ecológico. O estudo foi aplicado no Ensino Médio, nos cursos técnicos integrados. Foram analisados seis tipos de objetos primários: situações Matemáticas, a linguagem, os conceitos, proposições, procedimentos e argumentações. A análise permitiu inferir a necessidade de escolha do livro didático para a reflexão e a análise do material em conjunto com as dimensões do CAD.

Quanto à técnica de observação participante, Gomes (2019) realizou nos anos iniciais e Amorim (2017) nos Anos finais. Gomes (2019) apresentou a relação problema-materiais curriculares por meio de análise com as ferramentas da AOS. Analisou três professores dos anos iniciais e examinou, com base no CAD, a introdução do material e sua relação com a prática em sala de aula. Os dados foram organizados em dois artigos e resultaram na necessidade de uma prática mais reflexiva, uma vez que não houve equilíbrio entre as dimensões do CAD.

Amorim (2017) apresentou, por meio de uma observação participante, as noções teóricas (descrever, analisar, comparar) de duas professoras da rede pública. Trabalhou os aspectos

emocionais a partir do CAD da AOS de Godino e colaboradores e utilizou os conteúdos dos anos finais, como os produtos notáveis. Como resultado, evidenciou que quando o professor empreende atividades motivadoras por intermédio de situações-problema, maior é o diálogo entre ele e seus alunos, estimulando a autonomia e reflexões no processo de ensino e aprendizagem.

Quanto à formação continuada, Vasconcelos (2019) e Araújo (2020) trabalharam no contexto do Ensino Médio e Pereira (2019) nos anos iniciais. Vasconcelos (2019) trabalhou a construção de uma sequência didática de História em quadrinhos, tendo como técnica de análise a base teórico-metodológica da AOS e o CAD. Utilizou como técnica o questionário aplicado aos estudantes e uma sequência didática para análise dos conflitos semióticos presentes no processo. O autor concluiu que a sequência didática apresentou uma adequação didática com análise alta, reforçando que outras metodologias que compõem o processo melhoram o desenvolvimento da aprendizagem.

Araújo (2020) investigou os Conhecimentos Didático-Matemáticos (CDM) na formação continuada de professores do Ensino Médio, apresentando um estudo dos conhecimentos didático-matemáticos iniciais das professoras com base no modelo Conhecimento e Competências Didático-Matemáticos (CCDM). O estudo apresentou duas etapas. A primeira investigou os conhecimentos didático-matemáticos iniciais das professoras de Matemática do Ensino Médio sobre a relação entre estatística e probabilidade por meio da curva normal, a segunda foi desenvolvida uma formação voltada para abordagem articulada entre estatística e probabilidade pela curva normal, concluindo que as professoras apresentavam lacunas nos CDMs. A segunda etapa inferiu-se a formação continuada com pauta no desenvolvimento do CCDM, e, assim, pode-se ter um avanço na construção, ressignificação e ampliação de conhecimentos.

Pereira (2019) investigou a gestão de tarefas Matemáticas de um grupo de professores dos anos iniciais antes e depois de um processo formativo em uma pesquisa-ação, utilizando o CAD. Os dados foram coletados na formação, entrevistas semiestruturada, nas sequências de tarefas apresentadas pelos participantes e na observação direta. Os resultados mostraram as dificuldades que as professoras dos anos iniciais têm nas gestões de tarefas matemáticas, em seu planejamento, e no domínio dos conhecimentos matemáticos. O estudo proporcionou reflexões e o reconhecimento das limitações e mudanças de práticas para um ensino de Matemática mais adequado.

Todos os trabalhos apresentaram, em suas bases metodológicas, o AOS, contendo os Critérios de Adequação Didática e suas dimensões, posto que, a partir do ano de 2019,

apresentou-se, nessa metodologia, os Conhecimentos Didáticos Matemáticos, e no ano de 2020 pela primeira vez aparecem as Competências e Conhecimentos Didático-Matemáticos.

Dos 19 trabalhos analisados, em duas teses e duas dissertações foram identificados estudos de Formação Continuada de Professores que ensinam Matemática, como é possível visualizar no Quadro 2 a seguir, com o título, o autor e ano, a instituição/Estado, o nível e a metodologia das produções.

Quadro 2 – Lista das Teses/Dissertações de Formação Continuada identificadas

Título	Autor/Ano	Instituição/ Estado	Nível *	Metodologia
Modelagem Matemática e mobilização de conhecimentos didático-matemáticos na formação continuada de professores dos anos iniciais	Rogério Marques Ribeiro (2016)	Universidade Federal de São Carlos/ São Paulo	D	Pesquisa Qualitativa, pesquisa-ação.
Conhecimentos didático-matemáticos mobilizados por professores dos anos iniciais: uma análise sob a perspectiva do Enfoque Ontossemiótico	Maria Elaine dos Santos Soares (2016)	Universidade Luterana do Brasil/ Rio Grande do Sul	D	Pesquisa qualitativa do tipo observação participante e análise documental.
A Gestão de Tarefas Matemáticas por professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental	Lindomar Santana Aranha Pereira (2019)	Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia/Bahia	M	Pesquisa Qualitativa, pesquisa-ação estratégica. A análise foi feita com a ATD (Análise Textual Discursiva) em conjunto com os Critérios de Idoneidade Didática.
A inter-relação entre a estatística e a probabilidade: um estudo com professores de matemática do Ensino Médio sobre a curva normal	André Felli Queiroz Araújo (2020)	Universidade Federal de Pernambuco	M	Pesquisa Qualitativa com a descrição do CCDM.

Fonte: Dados elaborados pelo pesquisador (2023).

A revisão de literatura aqui apresentada, em destaque as teses e dissertações expostas no Quadro 2, permitiram compreender os principais elementos abordados na formação continuada de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais e que utilizaram a AOS. Da análise realizada nessas teses (Ribeiro, 2016; Soares, 2016) e dissertações (Pereira, 2019; Gomes, 2019) emergiram duas categorias que mostram a articulação da formação continuada com as ferramentas da AOS, sendo elas: a mobilização de conhecimentos e mudanças e reflexões da prática docente.

2.1.1 Mobilização de conhecimentos

Ao realizarem formações continuadas que tratam sobre a reflexão de conteúdos a ensinar e analisar transposições didáticas (Chevallard, 1991) das aulas dos participantes, os professores repensam as estratégias de ensino aplicadas e validam estes conhecimentos conforme as reflexões geradas nas formações. Desta maneira, a formação continuada permite que o professor reformule sua aula no sentido de adequar sua prática, contemplando sua reflexão no decorrer do processo de ensino e aprendizagem. Podemos considerar que na disciplina de Matemática, por essa apresentar diferentes formas de ensino e aprendizagem, a reflexão sobre as práticas proporciona às professoras o repensar de conteúdos e a mobilização de conhecimentos didático-matemáticos presentes em suas aulas, possibilitando o enriquecimento do processo de ensino desenvolvido no Ensino Fundamental, principalmente dos anos iniciais, que carecem destes instrumentos em suas formações, tanto inicial quanto continuada.

Nesse sentido, a AOS, em seu modelo de CCDM, traz em sua abordagem essa mobilização de conhecimentos, isto é, as professoras de Matemática articulam os conhecimentos que estão em jogo em uma aula de Matemática por meio da forma como descrevem, explicam e avaliam a sua prática no ensino de Matemática (Breda; Pino-Fan; Font, 2017). O que podemos perceber nas leituras dos trabalhos é a relevância que as formações continuadas de professores trazem à prática docente e a mobilização de conhecimentos, contribuindo para a ampliação dos conhecimentos didático-matemáticos para que estes sejam explorados e apresentados de forma que haja uma compreensão mais acurada sobre a aula de Matemática. Godino, Batanero e Font (2019) asseveram que o construto AOS permite analisar e compreender os processos instrucionais e proporcionar sua conexão com a mudança de prática das professoras de Matemática, que corrobora a relação mobilização de conhecimentos e mudança de prática, relacionadas pelos autores analisados.

A análise nos trabalhos lidos permitiu compreender que a AOS, em uma formação continuada de professores, desenvolve a ação crítica e reflexiva quanto aos conhecimentos abordados pelas professoras em relação à sua prática docente. Conforme estudo analisado por Soares (2016), em sua tese doutoral, a formação “[...] oportunizou discussões que permitiram a mobilização de conhecimentos em uma variedade de contextos da prática” (p. 8) e “a investigação também abriu espaço a reflexões que encaminham novas questões de pesquisa direcionadas a um aprofundamento de aspectos relacionados ao conhecimento didático-matemático das professoras” (p. 195). Já a tese de Ribeiro (2016) relata que a formação

continuada proporcionou que as professoras se “envolvessem em discussões que lhes permitiram usar seus conhecimentos em uma variedade de contextos da prática, contribuindo, assim, para que elas compreendessem como precisam saber esses conteúdos e ajudá-las a compreender como usá-los” (p. 194). Ambos os autores expuseram que a dimensão Didático-Matemática dos conhecimentos específicos da Matemática deve estar relacionada às práticas em sala de aula. Reconhecemos, aqui, em suas conclusões, as dimensões da AOS: Epistêmica, ao abordar diferentes contextos e representatividade do conteúdo a ser ensinado; Cognitiva, ao relacionar a mobilização de conteúdos às práticas, pois assim realizar-se-á uma melhor transposição didática do conteúdo aos alunos, proporcionando, igualmente, melhores possibilidade de aprendizagens; e a Ecológica, ampliando os contextos e inovações didáticas, visando, assim, à relação didático-matemática com a mudança de prática.

Resultados semelhantes são encontradas na dissertação de Pereira (2019): “[...] as professoras ao gerirem as tarefas Matemáticas na sala de aula apresentam dificuldades nos conhecimentos didático-matemáticos na gestão do planejamento; as professoras reconhecem a sua importância para o processo de ensino e aprendizagem” (p. 9). Nessa investigação a mobilização dos conhecimentos tem sua gênese nas dificuldades das professoras. Podemos concluir, por meio da análise realizada nesses quatro trabalhos elencados no Quadro 2, que muitos educadores demonstram dificuldades na mobilização de conhecimentos e manifestam a necessidade de formação docente com forte relação didático Matemática de conteúdo, corroborando o que leciona Soares (2016), que identificou a “baixa adequação epistêmico-cognitiva, pois as docentes mostraram dificuldades relacionadas ao conhecimento específico do conteúdo” (p. 138). Por conseguinte, os trabalhos apresentados refletem sobre a existência de uma grande lacuna de conhecimentos de conteúdo didático-matemático entre as professoras que ensinam Matemática, sendo um campo de pesquisas com grande potencial para formações continuadas nesta dimensão didático-Matemática de mobilização de conhecimentos.

2.1.2 Mudanças e reflexões sobre a prática docente

A AOS, em sua origem, prediz ferramentas que promovem a análise e a reflexão didática (Godino; Batanero, 1994) tratando-se de formação de professores, como a formação continuada. Esse construto oportuniza a reflexão da prática pedagógica por professores que estão em formação (Breda; Font; Lima, 2015), de modo a melhorar a ação pedagógica por intermédio da AOS no decorrer da formação por meio de mudanças (adequações didáticas) e reflexões sobre suas práticas.

Pereira (2019), em seu estudo, afirmou que a formação trouxe “contribuições para a mudança na prática das professoras” e “propiciou o desenvolvimento de reflexões e o reconhecimento de limitações nas práticas docentes” (p. 9). O “reconhecer as limitações” contribui para a tomada de consciência sobre o processo pedagógico, identificando aspectos a serem melhorados e instigando a reflexão docente, pois o professor, ao refletir, evidencia a necessidade de adequação de sua prática em relação à realidade do aluno, e pode construir estratégias que melhorem essa prática.

Nesse ínterim, a investigação de Soares (2016) também contempla a reflexão como mecanismo para que as professoras desenvolvam “posturas mais críticas e reflexivas frente ao ensino de Matemática, levando-as a querer realizar efetivamente mudanças em suas práticas” (p. 8). A presença dessa contemplação mostra quão significativa é a mudança no contínuo agir durante a formação do perfil desses professores. Nas demais produções a reflexão foi abordada enquanto teor da Adequação Epistêmica, no intuito de que a reflexão no conteúdo abordado efetiva a mudança da prática. Dessa forma, para Ribeiro (2016), é a “mobilização de conhecimentos em uma variedade de contextos da prática, contribuindo, assim, para a compreensão da importância das reflexões acerca das Dimensões Didática e Matemática do CDM para a prática docente” (p. 8).

Observa-se que as professoras, após a reflexão sobre o conteúdo abordado e sua prática docente, proporcionada pela formação continuada, conseguem inferir-se criticamente a uma mudança da prática pedagógica, construindo potencial de compreender as dimensões Didático-Matemáticas presentes nas aulas de Matemática e fortalecendo a necessidade da reflexão crítica sobre o conteúdo a ser ensinado.

2.2 Abordagem Ontossemiótica do Conhecimento e Instrução Matemática: bases teóricas e filosóficas

A AOS é um construto teórico da Educação Matemática estruturado desde os primórdios da década de 90 do século 20 pelo pesquisador Juan D. Godino⁷ e colaboradores. Originou-se das discussões geradas no âmbito das pesquisas em Educação Matemática e outras áreas afins, além das discussões relacionadas às experiências e práticas docentes de professores de Matemática. É um sistema teórico inclusivo que abrange os demais modelos teóricos de

⁷ Professor da Universidade de Granada, Espanha. Disponível em: <http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/pages/articulacion.html>

pesquisa da área de Educação Matemática e, em seu fundamento, busca analisar os processos de ensino e aprendizagem da Matemática e de que forma podemos melhorá-lo (Godino, 2012).

Com o objetivo de compreender a natureza dos objetos matemáticos envolvidos no processo pedagógico e qualificar os processos de ensino e aprendizagem de Matemática, a AOS busca tratar dos significados pessoais e institucionais destes objetos a fim de analisar e problematizar a instrução Matemática para a sua melhora (Godino; Batanero; Font, 2009).

As bases teóricas da Abordagem Ontossemiótica do Conhecimento e Instrução Matemática (AOS), recentemente apresentadas por Godino, Batanero e Font (2019), visam a responder a diversos problemas surgidos no campo da Educação Matemática. O primeiro deles é o problema de ordem epistemológica (como a Matemática é originada e evolui?). Na AOS entende-se que a atividade Matemática é uma ação humana focada na resolução de problemas, que ocorre em um determinado contexto espaço temporal por meio de uma série de práticas que, frequentemente, são interpretadas como processos (como atribuir significados, formular conjecturas, argumentar, etc.). A ferramenta proposta pela AOS para lidar com esse problema é a identificação e categorização das situações-problema, bem como a descrição da sequência de práticas realizadas durante a resolução dessas situações-problema.

O segundo problema é de natureza ontológica (o que constitui um objeto matemático e quais tipos de objetos estão envolvidos na prática Matemática?). Na AOS essas práticas são mediadas por diferentes objetos que desempenham funções distintas (representação, regulação, explicação e justificação). Além disso, a configuração ontossemiótica permite a integração das noções de práticas, objetos e processos, assim como das dualidades que existem entre eles. Para tanto, essa abordagem oferece a ferramenta chamada configuração ontossemiótica de práticas, objetos e processos, mais bem aprofundado em Godino (2014).

O terceiro problema é de ordem semiótico-cognitiva (o que significa compreender um objeto matemático? O que um objeto representa para um sujeito em um dado momento, situação ou contexto?). A AOS parte do princípio de que o conhecimento de um objeto, por parte de um sujeito (individual ou institucional), é composto pelas funções semióticas que esse sujeito é capaz de estabelecer, nas quais o objeto atua como expressão e conteúdo. Além disso, a correspondência entre um objeto e o sistema de práticas no qual ele participa é interpretada como o “significado do referido objeto” (seja institucional ou pessoal). Para delimitar os significados de um objeto matemático a AOS propõe a ferramenta denominada análise dos sistemas de práticas (pessoais e institucionais) e das configurações ontossemióticas envolvidas nesses sistemas (Godino, 2014; Godino; Batanero, 1994).

O quarto problema está relacionado ao campo educativo-instrucional (O que é ensinar? O que é aprender? Como esses conceitos se conectam? Que tipo de interação entre sujeitos, conhecimento e recursos é desenvolvida nos processos educativos para maximizar a aprendizagem?). Nessa perspectiva, afirma-se que o objetivo da aprendizagem é a apropriação dos significados e objetos institucionais pelos alunos, permitindo-lhes resolver certos problemas e se desenvolver como indivíduos. Além disso, o estudo dos significados pessoais dos alunos é um elemento crucial no contexto educacional, uma vez que a assimilação dos significados institucionais almejados depende dos significados pessoais preexistentes nos alunos. Para examinar os processos instrucionais a AOS utiliza a análise da configuração didática (sequência de ações docentes e discentes, bem como os recursos empregados no estudo de uma situação-problema) e da trajetória didática (sequência de configurações didáticas). A otimização dos processos de ensino e aprendizagem requer levar em consideração fatores globais e, muitas vezes, locais, uma vez que, dadas as condições do contexto, é necessário refletir sobre as circunstâncias e recursos que são essenciais para a melhoria desses processos.

O quinto problema é de ordem ecológica (quais fatores influenciam e sustentam o desenvolvimento dos processos educacionais e quais normas os regem?). A AOS considera fundamental identificar os fatores e normas que orientam os processos de ensino e aprendizagem, permitindo avaliar a pertinência das intervenções de professores e alunos. Isso envolve levar em conta o conjunto de fatores e normas que influenciam o ensino e a aprendizagem, a evolução dos padrões que auxiliam no controle e funcionamento dos processos educativos, além de identificar maneiras de intervir em fatores que impactam o sistema. A ferramenta disponibilizada pela AOS para identificar esse conjunto de normas é denominada tipos de normas e meta-normas (Godino, 2014).

O sexto problema está relacionado à melhoria dos processos de ensino e aprendizagem (quais ações e recursos aplicados em um contexto específico de instrução para melhorar a aprendizagem de Matemática?). Para lidar com essa questão a AOS propõe princípios, conhecidos como critérios de adequação didática (CAD), que não são tratados como regras ou leis universais, mas, sim, como orientações consensuais na comunidade de Educação Matemática (Breda; Font; Pino-Fan, 2018) sobre como os processos de ensino e aprendizagem de Matemática devem ser conduzidos e aperfeiçoados. Esses critérios devem ser aplicados de forma local, sendo avaliados e adaptados pelas professoras e referindo-se a cada uma das dimensões envolvidas nos processos instrucionais: epistêmica, ecológica, cognitiva, afetiva, de interação e de meios (Godino, 2013; Breda; Pino-Fan; Font, 2017).

Finalmente, o sétimo problema relaciona-se à formação docente (quais competências e conhecimentos as professoras necessitam desenvolver para aprimorar os processos de ensino e aprendizagem da Matemática?). Na AOS a formação de professores deve considerar as diversas dimensões, fases, aspectos e níveis de análise presentes nos processos de ensino e aprendizagem da Matemática. Além disso, os docentes precisam possuir o conhecimento didático-matemático necessário para analisar e interpretar os processos educativos, assim como as competências profissionais essenciais para atuar adequadamente nesses processos. As ferramentas propostas pela AOS para enfrentar esse desafio são: dimensões e componentes do conhecimento didático-matemático (CDM) (Pino-Fan; Godino, 2015) e componentes da **Competência Matemática e de Análise e Intervenção didática** (Godino *et al.*, 2017).

A AOS, ao caracterizar-se como uma abordagem teórica integradora, desenvolve-se e opera na intersecção de diversas teorias. Um dos trabalhos de integração envolve a noção de significado e sentido (Godino; Burgos; Gea, 2021). Este trabalho descreve as várias abordagens sobre a noção de significado e adota a perspectiva defendida pela AOS, que incorpora os pressupostos semióticos, ontológicos e epistemológicos de teorias semióticas gerais de Louis Hjelmslev, Charles Sanders Peirce e Ludwig Wittgenstein. Além disso, examina como os objetos matemáticos são abordados em três teorias: a lógico-realista, de Friedrich Ludwig Gottlob Frege, a teoria dos campos conceituais, de Gérard Vergnaud, e o triângulo epistemológico, de Horst Steinbring, identificando concordâncias e complementariedades com a abordagem AOS.

Outro estudo investiga as conexões Matemáticas por meio da análise da Teoria Estendida das Conexões Matemáticas (ETC) e da abordagem Ontossemiótica (AOS) (Rodríguez-Nieto *et al.*, 2021a,b). Especificamente identificam-se semelhanças e complementaridades nas respectivas concepções de conexões Matemáticas ao aplicar esses *frameworks* teóricos a um protocolo de resposta de um aluno na resolução de uma tarefa sobre o objeto matemático derivado. A principal conclusão é que ambas as teorias se complementam para proporcionar uma análise mais detalhada das conexões Matemáticas.

Além disso, são observadas concordâncias e complementaridades entre a Teoria da Objetivação (TO), de Luis Radford, e a AOS (Godino; Beltran-Pelicer; Burgos, 2020). A reflexão é contextualizada por intermédio de um estudo empírico sobre a interpretação de um gráfico cartesiano que representa o movimento relativo abordado na teoria da objetivação. Embora ambas as teorias compartilhem princípios socioculturais sobre a natureza da Matemática e dos processos de aprendizagem, os autores concluem que, na análise das

dimensões epistemológica, ontológica e semiótico-cognitiva, e suas implicações na dimensão instrucional, as ênfases são distintas.

Outra articulação é feita entre a noção de objeto matemático na teoria de Ed Dubinski e a abordagem Ontossemiótica (AOS) para comparar e contrastar suas concepções (Font *et al.*, 2016). Os resultados revelam pontos de convergência e conexões entre as teorias, sugerindo uma complementaridade entre seus conceitos. Um estudo subsequente, visando a identificar os objetos primários nas construções mentais de estudantes universitários ao resolver problemas sobre gráficos de funções, destaca o potencial do uso da teoria da Ação, Processo, Objeto e Esquema (APOS) e AOS, e a possibilidade de aplicar essa análise a outros objetos matemáticos (Borji *et al.*, 2018).

As noções da teoria de registro de representação semiótica (TRRS), de Raymond Duval, e de configuração ontossemiótica da AOS também foram relacionadas. Godino *et al.* (2016) analisam uma tarefa que exige a formulação de uma conjectura e sua demonstração usando representações icônicas e algébricas, aplicando essas duas abordagens teóricas distintas. Constatam que, ao utilizar a TRRS, é possível identificar contradições na atividade cognitiva do sujeito, dependendo do sucesso na resolução da tarefa. Em contraste, com as ferramentas da AOS é possível oferecer uma explicação do ponto de vista epistêmico sobre as deficiências do conhecimento do sujeito sobre um problema específico, descrevendo detalhadamente os objetos e processos matemáticos envolvidos. Um estudo similar foi realizado por Pino-Fan, Assis, Castro (2015).

Foram também estudadas as semelhanças, diferenças e complementaridades entre os modelos teóricos da Teoria das Situações Didáticas (TSD), a Teoria Antropológica do Didático (TAD) e a Teoria dos Campos Conceituais (TCC), com o objetivo de estabelecer um marco unificado para o estudo dos fenômenos cognitivos e instrucionais em didática da Matemática (Godino *et al.*, 2006; Godino, 2023). Especificamente, os autores demonstram como a ontologia Matemática, proposta na AOS, junto com a noção de função semiótica, pode contribuir para o avanço e a articulação coerente dessas teorias. D'Amore e Godino (2007) apresentam as principais características dos pontos de vista antropológico e ontossemiótico como marcos teóricos em investigações de Didática da Matemática, enfatizando analogias e diferenças entre essas abordagens e abrindo caminho para novos desenvolvimentos teóricos. Wilhelmi, Font e Godino (2005) confrontam a forma como conceitos teóricos são produzidos e desenvolvidos na teoria das situações didáticas e na abordagem ontológica e semiótica, além de comparar os métodos de pesquisa de ambas as abordagens.

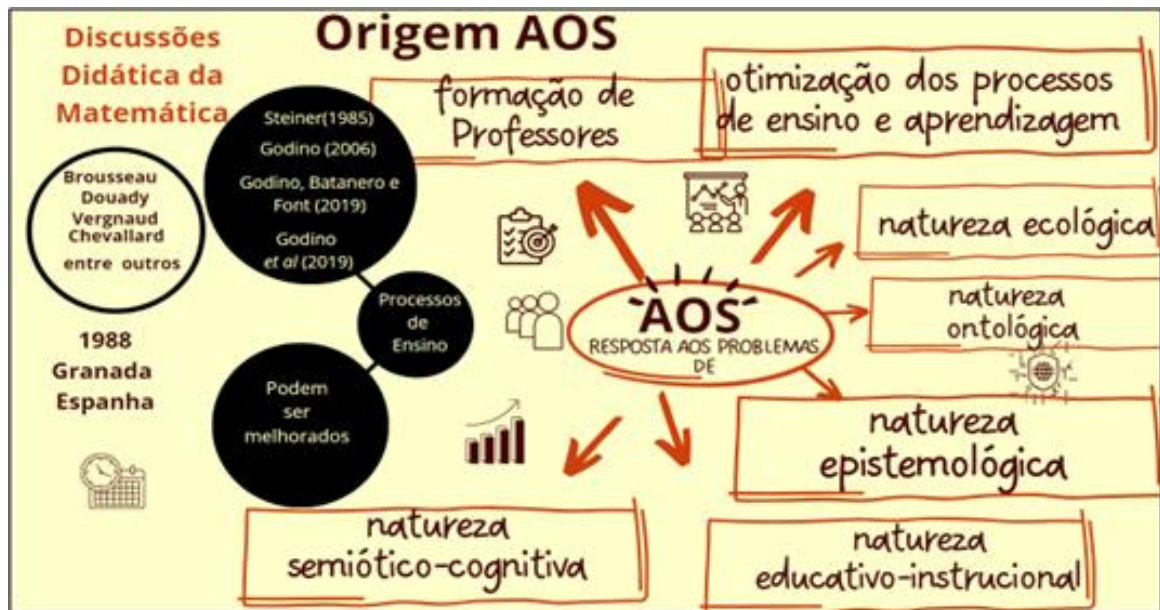
Drijvers *et al.* (2013) refletem sobre a perspectiva da gênese instrumental e a AOS, analisando um episódio de ensino e aprendizagem sob essas lentes teóricas. Os resultados dessa análise conjunta oferecem uma visão abrangente sobre o fenômeno observado e ajudam a identificar as possibilidades e restrições de cada abordagem, bem como as possibilidades de integrá-las. Também foram examinadas as características fundamentais da Etnomatemática e da AOS, apresentando os referenciais teóricos de cada uma, comparando questões paradigmáticas e identificando algumas concordâncias e complementaridades entre as duas abordagens (Oliveras; Godino, 2015).

Finalmente, a AOS apresenta um modelo de conhecimento docente que integra e expande os desenvolvimentos dos diversos modelos sobre o conhecimento do professor de Matemática, especialmente aqueles de Lee Schulman e colaboradores e de Deborah Ball e colaboradores. O modelo de conhecimento didático-matemático da AOS é composto por três dimensões: matemática, didática e meta didático-matemática (Pino-Fan; Godino, 2015).

Em resumo, pode-se concluir que a AOS estabelece conexões com diversos marcos teóricos, incluindo a noção de significado de Louis Hjelmslev, Charles Sanders Peirce e Ludwig Wittgenstein; a teoria de Friedrich Ludwig Gottlob Frege; a teoria dos campos conceituais de Gérard Vergnaud; o triângulo epistemológico de Horst Steinbring; a Teoria Estendida das Conexões Matemáticas; a Teoria da Objetivação de Luis Radford; a Teoria Apos de Ed Dubinski; a Teoria dos Registros das Representações Semióticas de Raymond Duval; a Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau; a Teoria Antropológica do Didático de Yves Chevallard; a Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud; a Teoria da Gênese Instrumental; a Etnomatemática; e os modelos de conhecimento docente de Lee Schulman e Deborah Ball.

Apresentamos, a seguir, a Figura 8, que ilustra o esquema da origem da AOS e a natureza dos problemas que a fizeram surgir.

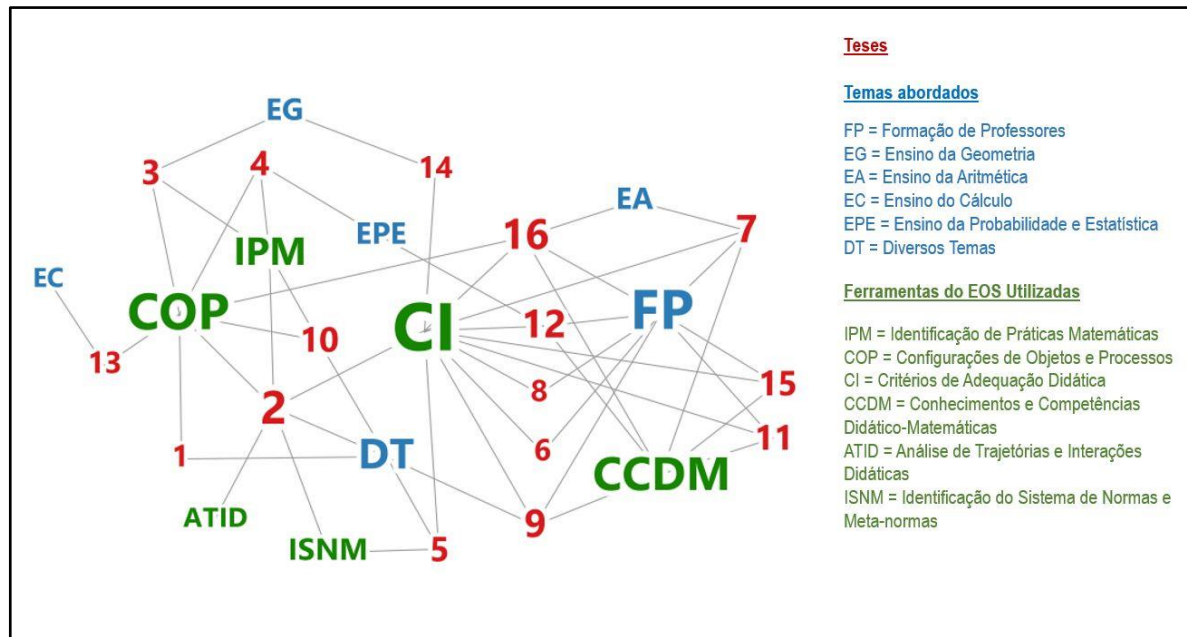
Figura 8 – Síntese da origem da AOS



Fonte: Elaborada pelo autor (2023), adaptada de Breda; Bolondi; Silva (2021).

Breda, Bolondi e Silva (2021), em uma revisão de literatura, revelam que, entre 2005 e 2019, das 16 teses que utilizaram essa abordagem teórica no contexto brasileiro os temas abordados foram: Formação de Professores, Ensino de Geometria, Ensino de Aritmética e Álgebra, Ensino de Cálculo e Ensino de Probabilidade e Estatística. A maioria das teses (87%), no entanto, concentrou-se na Formação de Professores, com pouca representatividade na formação de professores do Ensino Fundamental e nenhum estudo realizado no campo da Educação Infantil, conforme ilustrado na Figura 9 na sequência.

Figura 9 – Panorama de teses realizadas no Brasil que utilizaram a AOS e respectivos temas abordados



Fonte: Breda; Bolondi; Silva (2021, p. 20).

Pesquisas que utilizam a AOS como ferramenta teórica para fundamentar a Formação de Professores na América Latina estão em expansão. Kaiber, Lemos e Pino-Fan (2017) realizaram um mapeamento de artigos apresentados na Relme⁸, Ciaem⁹ e Cibem¹⁰ entre os anos de 2006 e 2017. De acordo com a pesquisa desses autores, a maior demanda de publicações está relacionada ao Ensino e Aprendizagem de Matemática, seguida pela Formação de Professores. É importante destacar que essas duas áreas estão interligadas, com a reflexão sobre o ensino e aprendizagem de Matemática emergindo como uma categoria importante. Além disso, essa reflexão é crucial para a melhoria da didática e a superação dos desafios enfrentados nesse campo do conhecimento (Kaiber; Lemos; Pino-Fan, 2017).

Dessa forma, entende-se que a formação de professores requer um foco na reflexão docente, especialmente em contextos de formações continuadas, que são apoiadas pelas ferramentas da AOS. As investigações emergentes demonstram que recentes produções acadêmicas na Espanha, Itália e na América Latina, incluindo Argentina, Brasil, Chile, Colômbia, Costa Rica, Equador, México, Peru, Panamá e Venezuela, têm mostrado que o construto AOS apresenta resultados significativos nos processos de ensino e aprendizagem da Matemática ao melhorar a reflexão docente (Kaiber; Lemos; Pino-Fan, 2017).

⁸ Reunião Latino-americana de Educação Matemática.

⁹ Conferência Interamericana de Educação Matemática.

¹⁰ Congresso Ibero-americano de Educação Matemática.

No campo da Formação Continuada de Professores, Imbernón (2016) destaca a necessidade de motivar as professoras a mudar suas práticas. Para isso, é crucial que elas reflitam sobre suas ações, compartilhem ideias com seus colegas e explorem novas possibilidades para sua prática em sala de aula. Para que as professoras adotem uma postura reflexiva, todavia, o diálogo e a troca de experiências entre pares são essenciais. Os espaços de formação continuada devem proporcionar essas oportunidades. Segundo Schön (2007, p. 222), para que a reflexão sobre a prática surja a formação docente precisa “cultivar atividades que conectem o conhecimento e a reflexão-na-ação dos profissionais competentes com as teorias e técnicas ensinadas como conhecimento profissional nas disciplinas acadêmicas.” Isso permite avaliar se os processos e metodologias de ensino são eficientes e apropriados ou se precisam ser aprimorados, modificados ou mantidos.

Inferese, portanto, que a reflexão docente, quando contextualizada na “reflexão na ação” (Schön, 2000) durante a prática, desenvolve competências de acordo com a forma como a prática pedagógica é conduzida. Isso possibilita às professoras compreenderem os desafios e problemas concretos da prática pedagógica, permitindo-lhes fazer ajustes e tomar decisões para superar as demandas pedagógicas enfrentadas na sala de aula.

Nesse sentido, esta tese propõe-se a abordar o sétimo problema proposto pela AOS, e busca responder quais competências didático-matemáticas os professores devem desenvolver para aprimorar os processos de ensino e aprendizagem da Matemática. Para isso, explicaremos, na seguinte seção, as competências contempladas nas bases curriculares brasileiras (BNCC e BNC-Formação) e, em seguida, as competências-chave do professor de matemática propostas pelo modelo CCDM.

2.3 Competências da BNC-Formação e as Competências da BNCC

Atualmente a legislação brasileira para os cursos de Licenciatura, incluindo o curso de Licenciatura em Pedagogia, exige que o futuro professor reflita sobre sua prática docente e percorra a teoria e a prática durante sua formação inicial por meio de suas ações pedagógicas (Silva; Felicetti; Pineda, 2022). Isso atende às competências específicas da Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica (BNC-Formação)¹¹.

¹¹ A partir desse momento a sigla BNC-Formação representará a Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica.

Silva, Felicetti e Pineda (2022) discutem essas competências, descritas no Quadro 3. Nesse contexto, quando são problematizadas e refletidas por professores em sua formação inicial, demonstram que as poucas disciplinas de didática da Matemática oferecidas nos cursos de Pedagogia não são suficientes para garantir o domínio do conhecimento e da prática profissional, bem como o seu engajamento. A continuidade dessa reflexão é deixada para a formação continuada.

Quadro 3 – Competências Específicas da BNC-Formação

COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS BNC-Formação (CEBF)		
1. CONHECIMENTO PROFISSIONAL	2. PRÁTICA PROFISSIONAL	3. ENGAJAMENTO PROFISSIONAL
1.1 Dominar os objetos de conhecimento e saber como ensiná-los	2.1 Planejar as ações de ensino que resultem em efetivas aprendizagens	3.1 Comprometer-se com o próprio desenvolvimento profissional
1.2 Demonstrar conhecimento sobre os estudantes e como eles aprendem	2.2 Criar e saber gerir ambientes de aprendizagem	3.2 Comprometer-se com a aprendizagem dos estudantes e colocar em prática o princípio de que todos são capazes de aprender
1.3 Reconhecer os contextos	2.3 Avaliar o desenvolvimento do educando, a aprendizagem e o ensino	3.3 Participar do Projeto Pedagógico da escola e da construção dos valores democráticos
1.4 Conhecer a estrutura e a governança dos sistemas educacionais	2.4 Conduzir as práticas pedagógicas dos objetos conhecimento, competências e habilidades	3.4 Engajar-se, profissionalmente, com as famílias e com a comunidade

Fonte: Brasil (2020, p. 13).

Nessa perspectiva, durante sua formação inicial o professor que ensina Matemática precisa desenvolver as competências específicas da BNC-Formação. Ao longo do curso de Licenciatura em Pedagogia, no entanto, esse desenvolvimento é limitado quando analisamos as competências por componente curricular (Silva; Felicetti; Pineda, 2022). Baseando-se na carência de formação continuada de professores e na necessidade de “criar e disponibilizar materiais de orientação para as professoras, bem como manter processos permanentes de formação docente que possibilitem o contínuo aperfeiçoamento dos processos de ensino e aprendizagem” (Brasil, 2018, p. 17), destacamos a formação continuada como fundamental para professores que ensinam Matemática e que não possuem formação específica.

Consideramos de extrema importância que as professoras entendam que “a ideia de ensinar competências em oposição a conteúdos pode gerar alterações nos processos de ensino e aprendizagem, contribuindo para a quebra do paradigma de transmissão-recepção do conhecimento” (Pereira; Silva; Felicetti, 2019, p. 518).

Nesse sentido, faz-se necessária a preparação de um profissional reflexivo, capaz de compreender “a própria ação e explicar por que tomou determinada decisão, mobilizando, para isso, os conhecimentos de sua especialidade. A reflexão, nesse caso, identifica-se com a metacognição dos processos em que o profissional está envolvido nas situações de formação e exercício” (Mello, 2000, p. 104).

Em relação ao desenvolvimento de competências na Educação Básica, destacamos a forma como a BNCC (Brasil, 2018) descreve as normativas para serem trabalhadas no ensino dos anos iniciais do Ensino Fundamental. O documento contempla oito **Competências Específicas de Matemática para o Ensino Fundamental**, além das **Competências Gerais da Educação Básica**, expostas no Quadro 4.

Quadro 4 – Competências específicas da Matemática para o Ensino Fundamental e Competências gerais da Educação Básica apresentadas na BNCC

BNCC	
1. COMPETÊNCIA ESPECÍFICAS DA MATEMÁTICA PARA O ENSINO FUNDAMENTAL (Cemef)	2. COMPETÊNCIAS GERAIS DA EDUCAÇÃO BÁSICA (CGEB)
1.1 Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.	2.1 Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.
1.2 Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.	2.2 Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.
1.3 Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.	2.3 Valorizar e fruir as diversas manifestações artísticas e culturais, das locais às mundiais, e também participar de práticas diversificadas da produção artístico-cultural.

1.4 Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.	2.4 Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, Matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.
1.5 Utilizar processos e ferramentas Matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.	2.5 Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.
1.6 Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).	2.6 Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitem entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao seu projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade.
1.7 Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.	2.7 Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.
1.8 Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.	2.8 Conhecer-se, apreciar-se e cuidar de sua saúde física e emocional, compreendendo-se na diversidade humana e reconhecendo suas emoções e as dos outros, com autocrítica e capacidade para lidar com elas.
	2.9 Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.
	2.10 Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários.

Fonte: Brasil (2018, p. 269).

Destacamos que o desenvolvimento das Competências Específicas de Matemática para o Ensino Fundamental (Cemef, a partir de agora) e das Competências Gerais da Educação Básica (CGEB, de agora em diante) está diretamente relacionado à AOS no desenvolvimento do modelo CCDM (Godino *et al.*, 2017). Essas competências serão relacionadas à triangulação da

análise de dados desta tese, considerando suas interações com os CADs e suas implicações na análise das aulas dos sujeitos da pesquisa, partindo do pressuposto de que estão alinhadas às normativas desses documentos no currículo de suas escolas.

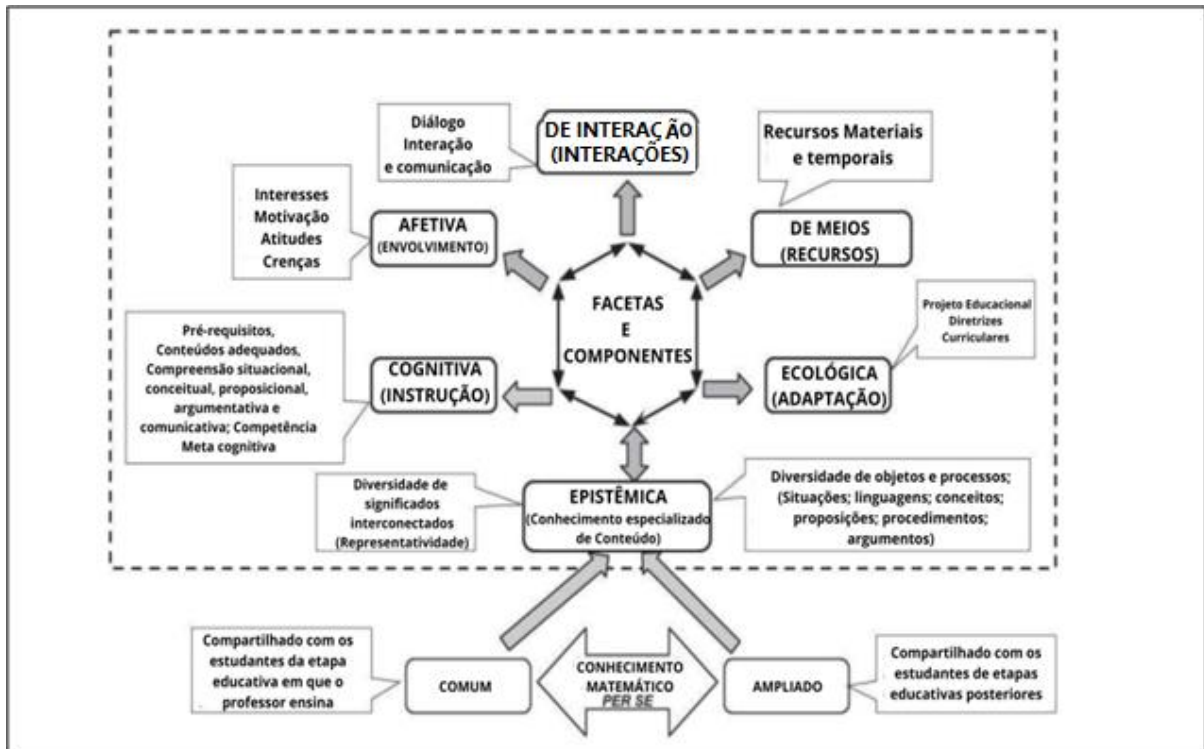
2.4 Modelo de Competências e Conhecimentos Didático-Matemáticos

O professor de Matemática necessita estar capacitado para abordar problemas didáticos no ensino dessa disciplina, para o que necessita de uma série de competências específicas. Surgem, assim, duas questões-chave para desenvolver o modelo CCDM: 1) Como entende-se a noção de competência? e 2) Quais são as competências-chave que o professor de Matemática deve ter? A noção de competência no modelo CCDM e, por conseguinte, nesta tese, é entendida sob a perspectiva da ação competente, considerando-a o conjunto de conhecimentos, disposições, etc., que permitem o desempenho eficaz nos contextos próprios da profissão para as ações mencionadas em sua formulação. Trata-se de uma potencialidade que se atualiza no desempenho de ações eficazes (competentes).

Essa formulação da competência, para ser operacional, necessita de uma caracterização de seu desenvolvimento (definição, níveis de desenvolvimento e indicadores). De acordo com Seckel e Font (2015), considera-se que o ponto de partida para o desenvolvimento e/ou avaliação de uma competência do professor é uma tarefa que produz a percepção de um problema profissional que se deseja resolver, para o qual o professor (ou futuro professor) mobiliza habilidades, conhecimentos e atitudes, a fim de realizar uma prática que busque solucionar o problema. Por outro lado, é esperado que essa prática seja realizada com mais ou menos sucesso (resultado), o que é considerado uma evidência de que a pessoa é capaz de realizar práticas semelhantes às descritas por algum dos indicadores da competência, que, por sua vez, estão associados a um determinado nível de desenvolvimento da competência.

Godino *et al.* (2017), em seu modelo CCDM, articularam as categorias de conhecimento e as competências didáticas do professor de Matemática expandindo, de certa forma, o modelo de Conhecimentos de Conteúdo e os Conhecimentos Pedagógicos de Conteúdo de Ball, Thames e Phelps (2008). O modelo teórico apoia-se em bases teóricas que fundamentam o conhecimento do professor de Matemática (Ball; Lubienski; Mewborn, 2001; Hill; Ball; Schilling, 2008; Rowland; Huckstep; Thwaites, 2005; Scheiner, 2015; Scheiner *et al.*, 2019). Esse conhecimento é relacionado ao Conhecimento Matemático Comum e ao Conhecimento Matemático Ampliado, desenvolvidos pela AOS (Godino *et al.*, 2016), conforme representado na Figura 10 a seguir.

Figura 10 – Conhecimento Matemático Comum e Conhecimento Matemático Ampliado



Fonte: Godino *et al.* (2016)

A AOS, aliada à formação de professores de Matemática, conforme Godino, Batanero e Font (2019) – traduzido em Breda, Bolondi e Silva (2021, p. 5) –, considera "[...] as diferentes dimensões, fases, facetas e níveis de análise [...]" presentes no ensino e na aprendizagem de Matemática. Para os autores mencionados, os docentes precisam dispor de conhecimentos didático-matemáticos que lhes permitam analisar, compreender, explicar e valorar os processos de ensino-aprendizagem de Matemática, além das competências profissionais necessárias para atuarem nesses processos.

Imbernón (2016) destaca a importância da formação continuada de professores, afirmando que, durante essas práticas, as professoras precisam solucionar as situações-problema que encontram no cotidiano de sala de aula. Para o autor, ao resolver essas situações o professor transforma sua prática educacional. Para tanto, a formação continuada deve incluir momentos de reflexão sobre a prática e promover um diálogo construtivo acerca das ações que permitem o aprimoramento dessas práticas.

Nesse sentido, os programas e ciclos de formação de professor que ensinam Matemática devem estar focados no desenvolvimento da competência reflexiva do professor, em particular, no âmbito da AOS, no desenvolvimento de cinco competências didático-Matemáticas, dentre elas, duas competências-chave: a **Competência Matemática** e a **Competência de Análise e**

Intervenção Didática, minuciosamente explicada na próxima seção (Godino *et al.*, 2017). Além disso, as professoras devem ter o conhecimento didático-matemático necessário para analisar e compreender os processos instrucionais, bem como as competências profissionais essenciais para uma ação adequada nesses processos. As ferramentas da AOS formam um modelo de Conhecimento e Competências Didático-Matemáticos (CCDM) (Godino *et al.*, 2016) que permite avaliar competências e conhecimentos, guiado por um conjunto de indicadores relativos a cada uma das cinco competências, conforme exposto no Quadro 5.

Quadro 5 – Competências do CCDM, seus descritores e o que avalia

Competências do CCDM	Descritores	O que avalia
Competência de análise de significados globais.	– Quais são os significados dos objetos matemáticos envolvidos no estudo do conteúdo pretendido? – Como eles se relacionam?	Sistema de práticas (operacional e discursiva).
Competência de análise ontossemiótica de práticas Matemáticas	– Quais são as configurações de objetos e processos colocados em jogo pelos alunos na resolução dos problemas? (configurações cognitivas).	A configuração de objetos e processos matemáticos emergentes e intervenientes nas práticas Matemáticas (ontossemiótica).
Competência de análise e gestão de configurações didáticas	– Que tipos de interações entre pessoas e recursos são instituídos nos processos instrucionais e quais são suas consequências na aprendizagem? – Como gerenciar as interações para otimizar o aprendizado?	A configuração didática, entendida como sistema articulado de funções do professor e do aluno, em relação a uma configuração dos objetos e processos matemáticos vinculados a uma situação-problema.
Competência de análise normativa	– Que regras condicionam o desenvolvimento dos processos instrucionais? – Quem, como e quando os padrões são estabelecidos? – Quais e como podem ser alterados para otimizar a aprendizagem Matemática?	A dimensão normativa, ou sistema de normas, hábitos, regras pessoais do professor, do aluno e do sistema de ensino que restringem e apoiam as práticas Matemáticas e didáticas.
Competência de análise e valoração da adequação didática	– Qual é o grau de adequação didática do processo de ensino e aprendizagem aplicado sobre o conteúdo? – Que mudanças devem ser introduzidas na concepção e realização do estudo para aumentar sua adequação didática em uma próxima sequência didática?	A noção de adequação didática.

Fonte: Adaptado de Godino *et al.* (2017).

A ferramenta Critérios de Adequação Didática (CAD), proposta pela quinta competência, de Análise e Valoração da Adequação Didática, que está inserida nas competências profissionais do professor de Matemática, permite a organização e a sistematização da reflexão do professor sobre sua prática quando está em processo de valoração e melhora, podendo, então, o professor utilizar-se dos critérios e seus respectivos componentes durante a reflexão e, assim, ser capaz de identificar elementos importantes no desenvolvimento de uma aula de Matemática, valorá-los e adequá-los didaticamente (Breda; Font; Pino-Fan, 2018). Os CADs propostos no CCDDM, pautados no referencial teórico da AOS, pretendem apontar quais critérios devem ser utilizados para planejar uma sequência de atividades que permita avaliar e desenvolver a Competência Matemática dos alunos e quais mudanças devem ser feitas no redesenho dessas atividades para melhorar o desenvolvimento de cada competência (Godino, 2013; Pino-Fan; Font; Breda, 2017).

Na AOS a adequação didática de um processo de ensino-aprendizagem é entendida como o grau em que ele (ou parte dele) atende a certas características que o permitem ser qualificado como idôneo (ótimo ou adequado) para atingir a adaptação entre os significados pessoais alcançados pelos alunos (aprendizagem) e os significados institucionais pretendidos ou estabelecidos (ensino), tendo em conta as circunstâncias e os recursos disponíveis (ambiente).

1. **CAD-Epistêmico:** permite a reflexão e a apropriação do conteúdo matemático, a fim de avaliar se a Matemática ensinada é “boa Matemática”. A adequação epistêmica reflete se o professor busca aprimorar o conhecimento do conteúdo matemático por meio da incorporação da representatividade dos objetos matemáticos e dos processos que os fazem emergir (representação, definição, procedimento, argumento, proposição, resolução de problemas, etc.) que compõem a dimensão da Matemática estabelecida pela comunidade científica. Isso fortalece os princípios e padrões para a Matemática escolar apresentados pelo Conselho Nacional de Professores de Matemática dos Estados Unidos (NCTM, 2000), que serve como referência internacional.
2. **CAD-Cognitivo:** permite a reflexão para avaliar o que é planejado antes do início do processo de instrução, estabelecendo o ensino de Matemática a partir do conteúdo, habilidades e competências de que os alunos já se apropriaram e se, após o processo, as aprendizagens adquiridas estão próximas do que se pretendia ensinar. Este CAD permite que o professor adapte seu planejamento, se necessário, para as peculiaridades de cada estudante, por exemplo, alunos com necessidades especiais ou estudantes com altas habilidades.

3. **CAD-de Interação:** permite a reflexão para avaliar se as interações, que estão ocorrendo no processo de ensino e aprendizagem, estão resolvendo as dúvidas, dificuldades e sugestões apresentadas pelos estudantes.
4. **CAD-de Meios:** permite a reflexão para avaliar se o uso dos recursos materiais (recursos didáticos) e físicos (ambiente da sala de aula) são adequados ao processo de ensino e aprendizagem. Permite avaliar, também, se o tempo estabelecido para o processo pedagógico foi suficiente para a efetivação do processo instrucional.
5. **CAD-Afetivo:** permite avaliar o envolvimento entre professor-estudante, se o processo pedagógico permite a ampliação ou inclusão dos interesses e motivações dos alunos e se existe a exploração de habilidades socioemocionais no decorrer do processo de instrução.
6. **CAD-Ecológico¹²:** permite avaliar a adequação do processo instrucional em relação ao currículo da instituição escolar, especialmente se há adaptações em relação às questões do entorno do estabelecimento, ao projeto educacional da instituição e às diretrizes curriculares (nacionais, estaduais ou municipais), bem como às condições do contexto social e profissional.

Cada um dos CADs possui seus respectivos componentes (Quadro 6), e seu funcionamento requer a definição de um conjunto de indicadores observáveis que permitem valorar o grau de adequação de cada uma das facetas do processo de instrução.

Quadro 6 – Os CADs e seus componentes

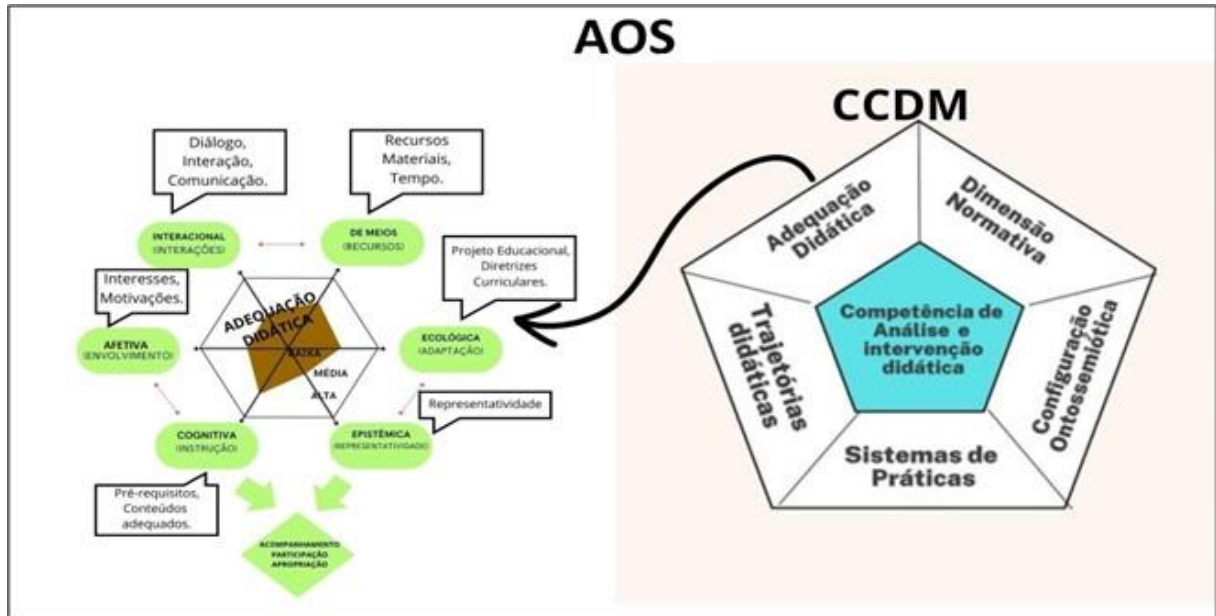
Crítérios	Componentes
Epistêmico	Erros; Ambiguidades; Riqueza dos processos (resolução de problemas, modelagem Matemática, conexões intra e extramatemática, argumentação, comunicação, representação, estabelecimento de conjecturas, etc.); Representatividade da complexidade do objeto matemático (variedade de situações-problema, procedimentos, linguagens, etc.).
Cognitivo	Conhecimentos prévios; Adaptação curricular às diferenças individuais; Aprendizagem; Alta demanda cognitiva.
de Interação	Interação professor-aluno; Interação entre alunos; Autonomia; Avaliação formativa.
de Meios	Recursos materiais; Número de alunos, horário e condições de aula; Tempo.
Afetivo	Interesses e necessidades; Atitudes; Emoções
Ecológico	Adaptação ao currículo; Conexões intra e interdisciplinares; Utilidade sociolaboral; Inovação didática.

Fonte: Adaptado de Breda; Do Rosário Lima (2016, p. 80-83).

¹² Diferente da definição de ecologia, este critério representa as características do estabelecimento escolar e do entorno da escola.

Os CADs são uma ferramenta que pertence ao modelo CCDM. Na Figura 11 os seis critérios de adequação, que possibilitam avaliar a competência de adequação didática pertencente ao CCDM, dentro da AOS, são representados de forma articulada.

Figura 11 – AOS: Articulação CCDM e CAD



Fonte: <http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/> (tradução nossa).

A operacionalidade dos Critérios de Adequação Didática requer a definição de um conjunto de indicadores observáveis que permita avaliar o grau de adequação de cada um desses critérios. Por exemplo, há um consenso de que é necessário efetuar Matemática “boa”, mas é possível entender coisas muito diferentes sobre isso. Em Godino (2013), atualizado em Breda; Pino-Fan e Font (2017), se estabelece um sistema de indicadores que serve como um guia para a análise e a avaliação da adequação didática, que se destina a um processo instrucional em qualquer estágio educacional, explicando como esses critérios foram gerados e seus respectivos componentes e indicadores.

2.5 Competência-chave do professor de Matemática: competência de análise e intervenção didática e competência matemática

Pino-Fan, Castro e Font (2023) mostram que o desenvolvimento de competências e conhecimentos é inerente à prática profissional do professor. Por meio de pesquisas realizadas ao longo de nove anos em diferentes países, como Chile, Peru, Panamá, Colômbia, Espanha,

México, Equador e Brasil, os autores criaram instrumentos para identificar e validar os níveis de Competência Matemática das professoras.

Para realizar essa análise e desenvolvimento, Pino-Fan, Castro e Font (2023) apresentam a noção de Competência Didático-Matemática do professor. Desta forma, este estudo de revisão teórica propõe uma abordagem fundamentada nos conhecimentos e habilidades do professor de Matemática abrangendo a noção de competência, com o objetivo de diagnosticar a **Competência Matemática** e a **Competência de Análise e Intervenção Didática** desenvolvidas pelo professor no processo de ensino e aprendizagem. O cerne fundamental da segunda competência refere-se a “Desenhar, aplicar e avaliar sequências de aprendizagem, por meio de técnicas de análise didática e critérios de adequação didática, para estabelecer planejamento, implementação, avaliação e propostas de ciclos de melhoria” (Breda; Pino-Fan; Font, 2017, p. 1.897).

2.5.1 Competências Matemáticas do Professor: do KOM ao CCDM

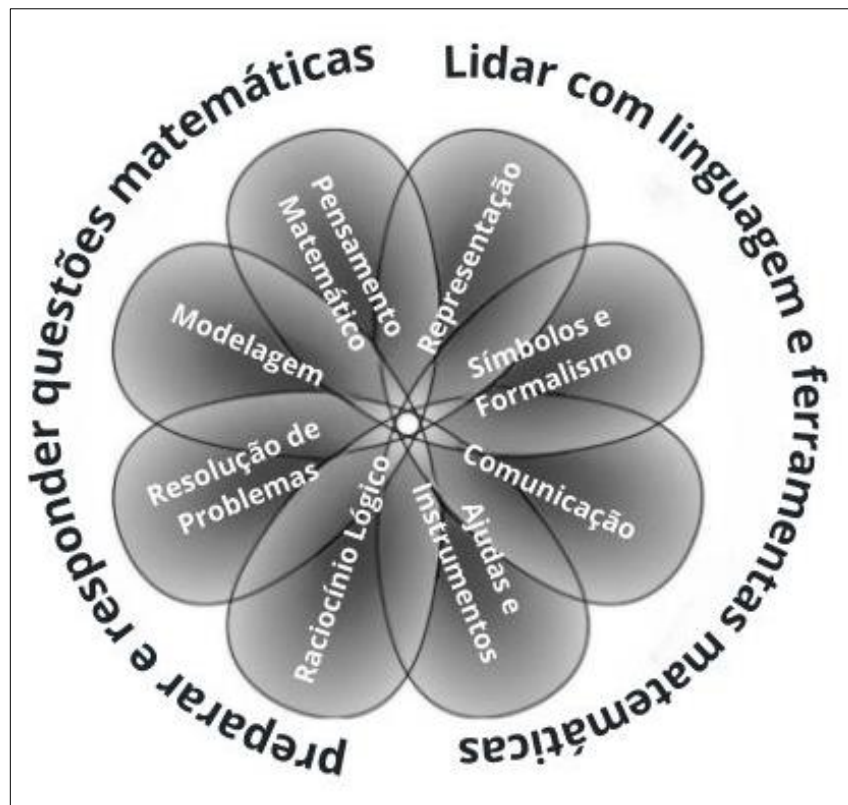
Nesta subseção serão explicadas as origens das competências Matemáticas, desde o modelo KOM¹³ do Desenvolvimento de Competências em Matemática até sua ampliação para as competências reflexivas do professor de Matemática, fundamentadas no CCDM.

Existe uma ampla discussão entre as professoras de Matemática sobre o que constitui a noção de Competência Matemática do professor. Para Niss e Højgaard (2019), no desenvolvimento do projeto KOM a Competência Matemática das professoras provém da agilidade em encontrar soluções para diversos desafios, tanto intramatemáticos, envolvendo as áreas de números, álgebra, geometria, grandezas e medidas e probabilidade e estatística, quanto extramatemáticos (relacionados à aplicação da Matemática no cotidiano dos alunos e em conteúdos interdisciplinares).

A Figura 12 ilustra as oito competências, sendo quatro delas – à direita (Representação, Símbolos e Formalismo, Comunicação e Ajudas e Instrumentos) – designadas para “preparar e responder questões Matemáticas” (Niss, 2014, p. 41, tradução nossa), e as outras quatro – à esquerda (Pensamento Matemático, Modelagem, Resolução de Problemas e Raciocínio Lógico) – para “lidar com linguagem e ferramentas Matemáticas” (p. 41).

¹³ Para Niss e Højgaard (2019), a sigla KOM (Kompetencer og Matematik, em Dinamarquês) não se refere a um termo específico, mas, sim, a um projeto educacional dinamarquês chamado KOM Project. O KOM Project, que significa Kompetenceudvikling i Matematik (Desenvolvimento de Competências em Matemática), é um projeto que serve de base para a definição de competências Matemáticas. Originado em 2001, ainda exerce uma influência significativa nos currículos de diversos países europeus.

Figura 12 – Representação visual – a “flor KOM” – das oito competências Matemáticas



Fonte: Niss (2014, p. 19, tradução nossa).

As competências do modelo KOM estão diretamente relacionadas aos CADs do CCDM, uma vez que ambos dizem respeito às competências que o professor de Matemática deve possuir para que a aula esteja adequada ao conteúdo que se pretende ensinar. Uma vez observados os componentes de cada CAD, apresentados no Quadro 6 podemos estabelecer uma relação entre as competências do modelo KOM com as do CCDM, expostas nos Quadros 7 e 8 na sequência.

Quadro 7 – Relações entre as competências Matemáticas do professor (KOM) e CAD (CCDM)

Competências (KOM)	CAD (CCDM)
Representação	Epistêmico
Símbolos e Formalismo	
Comunicação	Epistêmico/de Interação/de Meios/Afetivo
Ajudas e Instrumentos	de Interação/De Meios/Afetivo

Fonte: Adaptado de Pino-Fan; Castro; Font (2023).

As competências KOM de Representação e Símbolos e Formalismo associam-se ao critério Epistêmico, particularmente ao componente Representatividade da complexidade do objeto matemático a ser ensinado, especificamente a competência que deve ter o professor no uso das diferentes formas de representação Matemática, ou seja, emprego de diversas linguagens. Por outro lado, a competência KOM de comunicação associa-se com os critérios: epistêmico, a partir do processo de comunicação; de interação, principalmente na relação entre professor-aluno e na gestão de processos interativos em sala de aula; de meios, a partir do uso de recursos materiais e tecnológicos para realizar os processos de comunicação; e, em certa medida, o afetivo, em particular no que diz respeito à motivação do aluno. Já, a competência KOM de Ajudas e Instrumentos relaciona-se com o CAD De Meios, por intermédio do uso de recursos, e De Interação e Afetivo mediante a relação de diálogo entre professor e aluno.

Quadro 8 – Relações entre as competências (KOM) e os CAD (CCDM)

Competências (KOM)	CAD (CCDM)
Pensamento matemático	Epistêmico
Modelagem Matemática	Epistêmico/de Interação/Ecológico
Resolução de Problemas	Epistêmico/de Interação/Ecológico
Raciocínio Lógico	Epistêmico

Fonte: Dados elaborados pelo pesquisador (2024).

A competência KOM de Pensamento matemático associa-se ao critério epistêmico, especialmente ao componente Representatividade da complexidade do objeto matemático a ser ensinado, em particular a competência que deve ter o professor no uso dos diferentes tipos de pensamento matemático, ou seja, distintas formas de abordar os objetos matemáticos considerando sua complexidade (distintas situações-problema, representações, procedimentos, argumentos, etc.). Por outro lado, as competências KOM de Modelagem Matemática, Resolução de Problemas e Raciocínio Lógico relacionam-se, especificamente, com o componente Riqueza de Processos do CAD epistêmico, uma vez que são considerados pelo CAD do CCDM como processos relevantes da atividade Matemática. Além disso, tanto a Modelagem Matemática quanto a Resolução de Problemas são processos que permitem conectar a Matemática com os problemas fora do ambiente matemático, associando-se com o CAD ecológico por meio de processos interativos na sala de aula – CAD de interação.

Outra definição para a Competência Matemática do professor é apresentada pela Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (Ocde) no contexto do Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (Pisa), que define Competência Matemática como:

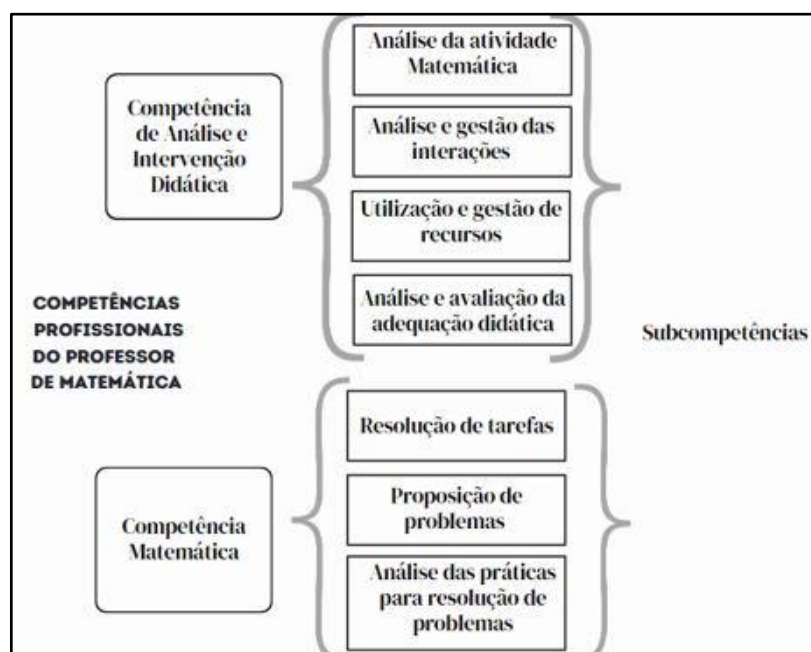
A capacidade individual de identificar e compreender o papel que a Matemática desempenha no mundo, de fazer julgamentos bem fundamentados, de utilizar e envolver-se com a Matemática e de satisfazer às necessidades da vida pessoal como cidadão construtivo, empenhado e reflexivo (Ocde, 2004, p. 3).

Para distinguir as competências Matemáticas de estudantes e de professores, podemos definir a Competência Matemática do estudante partindo da natureza Matemática (intra e extra), e das professoras como definição da dimensão Matemática, partindo do Modelo CCDM, no intuito de:

- ✓ ter a capacidade de resolver problemas matemáticos para propor aos estudantes (CAD epistêmico);
- ✓ planejar as tarefas que serão propostas para a aprendizagem do aluno considerando adaptação curricular (CAD ecológico), riqueza de significados matemáticos dos objetos matemáticos estudados (CAD epistêmico), o contexto e os recursos (CAD de meios).

Desta forma, para explorar a riqueza do modelo KOM, Pino-Fan, Castro e Font (2023) redistribuíram as competências seguindo o modelo CCDM na macroferramenta de competências-chave do professor de Matemática, ilustrada na Figura 13.

Figura 13 – Competências do professor de Matemática no modelo CCDM



Fonte: Pino-Fan, Castro e Font (2023, p. 1413, tradução nossa).

A redistribuição aproximou os modelos, consolidando as Competências Profissionais do Professor de Matemática, que chamamos de **Competência-Chave do Professor de Matemática**. Essa competência foi desdobrada em Competência de Análise e Intervenção Didática, com o intuito de colocar em ação conhecimentos relacionados às dimensões didática e metadidático-matemática do modelo CCDM (Pino-Fan; Assis; Castro, 2015), sendo redistribuída em diferentes subcompetências (Breda; Pino-Fan; Font, 2017; Pino-Fan; Castro; Font, 2023): (1) subcompetência na análise da atividade Matemática; (2) subcompetência na análise e gestão das interações; (3) subcompetência na utilização e gestão de recursos; e (4) subcompetência na análise e valoração da adequação didática.

Por conseguinte, a Competência Matemática foi redistribuída em três subcompetências, cada uma com diferentes níveis de realização: (1) resolução de tarefas; (2) proposição de problemas; e (3) Análise das práticas de resolução de problemas.

Pino-Fan, Castro e Font (2023) evidenciaram os níveis de análise, resultantes das reflexões das professoras e sua gradação, por meio da observação e análise sistemática das práticas das professoras em exercício em dois momentos distintos: (1) antes da instrução do modelo CCDM e (2) durante a instrução do modelo CCDM.

2.5.2 Competência de análise e intervenção didática: descrição e níveis de análise de cada subcompetência

A opção de considerar como chave a competência de análise e intervenção didática é coerente com o que afirmam muitos outros pesquisadores sobre a importância da reflexão sobre a prática na formação de professores (Alsina; Planas; Calabuig, 2009), uma vez que o professor que ensina matemática realiza uma prática complexa que exige a combinação de diferentes tipos de conhecimentos, competências e habilidades, e a reflexão ajuda-o a compreender a complexidade dos processos educativos.

Nesta subseção é realizada a descrição das subcompetências da Competência de Análise e Intervenção Didática, conforme descritas em Pino-Fan, Castro e Font (2023), e de que forma são inferidos os níveis de análise das práticas de professores que ensinam matemática.

2.5.2.1 Subcompetência na Análise da Atividade Matemática

Há uma diferença entre atividade Matemática e prática Matemática. Pino-Fan, Castro e Font (2023) apresentam uma sequência para a formação docente: primeiro, aprende-se a atividade Matemática, que abrange as técnicas, ferramentas e maneiras de aplicar os

significados dos objetos matemáticos; depois, passa-se à prática Matemática, que se define como “um conjunto coerente de processos mentais internos, manifestados e reconhecidos em ações visíveis, direcionadas por um propósito para alcançar metas conscientes” (p. 1.418). A seguir, no Quadro 9, são mostrados os níveis de análise da atividade Matemática.

Quadro 9¹⁴ – Níveis de desenvolvimento da subcompetência de análise da atividade Matemática do processo de instrução

L_n	Descrição dos Níveis
L_0	Neste nível não se observam características que possam ser associadas à análise da atividade matemática. Por sua vez, na atividade matemática do docente observam-se práticas (operativas ou discursivas) consideradas incorretas do ponto de vista matemático. Também existem ambiguidades (na formulação de definições, procedimentos ou propriedades) que podem confundir os estudantes. Em particular, faz-se um mau uso das metáforas, o que pode provocar conflitos de aprendizagem.
L_1	Ainda não se observam características que possam ser associadas à análise didática da atividade matemática; no entanto, no que diz respeito à intervenção didática, o docente já não experimenta o que é indicado em L_0 . Nenhuma prática matemática é considerada incorreta, nem com ambiguidades (em definições, explicações, procedimentos, propriedades) que possam confundir os estudantes. As metáforas são utilizadas de forma mais controlada, embora as explicações, verificações ou demonstrações não sejam adaptadas ao nível educacional que está sendo ensinado.
L_2	Além de L_1 , o docente promove o uso de diferentes formas de representação do objeto matemático em estudo e promove a discussão com os estudantes. As definições, procedimentos, propriedades e explicações são claras e corretas, assim como as verificações ou demonstrações adequadas ao nível educacional ao qual se destinam. O professor preocupa-se para que os alunos tenham conhecimentos prévios para estudar a matéria (seja verificando se já os aprenderam ou ensinando-os ele mesmo). Na atividade matemática realizada, no entanto, ainda não se observa a representatividade dos significados do objeto matemático a ser ensinado (Pino-Fan; Godino; Font, 2011, 2018). As características da análise didática da atividade matemática são observadas em determinados momentos, nos quais o docente reflete sobre sua atividade (ou a atividade de seu colega). Em particular, reconhece erros e ambiguidades matemáticas nas explicações, definições, proposições ou metáforas utilizadas (essa análise é realizada a partir do conhecimento de alguma ferramenta teórico-metodológica ainda não dominada, por exemplo, a configuração ontossemiótica, ou com a experiência adquirida ao longo de anos de serviço docente).
L_3	O docente conhece e sistematiza o uso de algumas ferramentas teórico-metodológicas (por exemplo, configuração ontossemiótica) para realizar sua intervenção e realizar a análise didática da atividade matemática realizada. Além do descrito em L_2 , prevê e utiliza diferentes procedimentos e argumentos diante de uma mesma situação problemática. Sugere tarefas e explicações que promovem diferentes significados matemáticos do objeto em estudo e utiliza contextos intra e extramatemáticos que promovem uma riqueza de significados. Ao aplicar a análise didática, o docente identifica tanto os elementos-chave presentes na atividade matemática – representações, conceitos/definições, propriedades/proposições, procedimentos e argumentos – quanto os significados utilizados pelos estudantes, identificando conflitos de significado nos estudantes. Ajuda, no entanto, a propor alternativas para superar esses conflitos. Além disso, promove e identifica processos matemáticos e cognitivos relevantes para a atividade matemática (por exemplo, generalização, modelagem, argumentação, resolução de problemas, conexões intra e extramatemáticas, mudanças de representação e conjecturas). Dessa forma, garante a adaptação curricular às diferenças dos estudantes.

Fonte: Adaptado de Pino-Fan; Castro; Font (2023, p. 1.419).

¹⁴ Para este Quadro e os Quadros 9, 10, 11, 12, 14, 15 e 14, os níveis são representados pelas linhas L_n , sendo n os níveis, com $0 \leq n \leq 3$, graduados conforme a descrição de cada nível.

2.4.2.2 Subcompetência em análise e gestão das interações

Para a análise das interações nos processos de instrução (Godino *et al.*, 2006) trata-se da noção de configuração didática da AOS respondendo às questões: Que tipo de interações entre pessoas e recursos serão instituídas nos processos instrucionais e quais as consequências no processo de aprendizagem? Como as interações e os conflitos podem ser gerenciados para otimizar a aprendizagem?

Nesse sentido, o docente deve ter conhecimento das diversas configurações didáticas (dialógicas) para utilizá-las, assim como seus efeitos na aprendizagem dos estudantes para poder projetá-las e gerenciá-las nos processos de ensino específicos, empregando o CAD de interação e suas ligações com os demais CADs do CCDM.

Para a gestão da análise das interações é necessário enfatizar que essas são realizadas por um sistema normativo que as regula. Suas diferentes etapas fazem parte do processo de desenho e execução que está diretamente relacionado com o conjunto complexo de normas e metanormas, que representam princípios fundamentais de origens e naturezas diferentes dos objetos matemáticos (Assis; Godino; Frade, 2012; Godino, 2009; Molina, 2019), e que precisam ser explicitamente reconhecidas para a compreensão do desenvolvimento dos processos instrucionais e assim direcioná-los a níveis mais elevados de adequação didática. Exemplo: para o ensino das operações com os números naturais existem regras de como deve ser iniciado o seu ensino para que haja uma coerência nas normas dos conceitos das operações neste conjunto numérico. Para obter os níveis de análise e gestão das interações podemos utilizar o Quadro 10, a seguir.

Quadro 10 – Níveis de desenvolvimento da subcompetência de análise e gestão das interações

L_n	Descrição dos Níveis
L_0	A intervenção do professor, no transcorrer do processo de ensino e aprendizagem, utiliza uma “dinâmica de interação tradicional” na qual os estudantes atuam principalmente como receptores. A apresentação do tema não é totalmente adequada (ou seja, clara e bem organizada); não se enfatizam os conceitos-chave em relação à noção matemática estudada. Não se promove a interação entre os estudantes e sua autonomia. Não há empatia pelas dificuldades dos estudantes; para os estudantes não é significativo nem motivador resolver as tarefas. Os docentes identificam alguns papéis (ou normas) fundamentais dos agentes envolvidos no processo de instrução. Por exemplo, “o aluno deve prestar atenção ao professor e resolver os problemas propostos” e “o professor deve explicar e definir os conceitos”.
L_1	O professor apresenta o tema adequadamente (ou seja, faz uma apresentação clara e bem organizada, não fala rápido demais, enfatiza os conceitos fundamentais da noção a ser explicada) e fomenta o diálogo e a comunicação entre os estudantes. Estimula a participação dos estudantes na dinâmica da aula, responde às dúvidas e, quando necessário, esclarece seus erros. O docente também fomenta atitudes positivas nos estudantes, como a participação nas atividades propostas, a perseverança e a

	responsabilidade. Além disso, compreende os conflitos dos estudantes e os ajuda a superá-los. Também incentiva os estudantes a valorizar a utilidade da Matemática no cotidiano. Com base nas informações anteriores, o docente é capaz de identificar quais dinâmicas de interação se adaptam melhor às características dos estudantes e quais não, para alcançar seu aprendizado.
L ₂	Além do indicado em L₁, o professor, com base na experiência ou no conhecimento de alguma ferramenta teórico-metodológica, contempla momentos em que os estudantes: formulam perguntas e apresentam soluções; exploram exemplos e contraexemplos para investigar e conjecturar; utilizam diferentes ferramentas para raciocinar, fazer conexões intra ou extramatemáticas, resolver tarefas e comunicar suas soluções, ou seja, promove a autonomia do estudante. Além disso, o docente utiliza diversos recursos retóricos e argumentativos para captar a atenção dos estudantes, compreender seus conflitos, incentivá-los e propor perguntas para contrastar suas respostas. No aspecto de análise didática da interação, o docente analisa as intervenções de seus alunos; interpreta corretamente os silêncios dos estudantes, suas expressões faciais e suas perguntas; examina as práticas dos estudantes (procedimentos, argumentos, definições), buscando argumentar ou explicar com base no consenso; identifica algumas normas que promovem certas práticas esperadas (Molina, 2019); e identifica situações, problemas ou contextos que são de interesse para os estudantes. Este último aspecto o ajuda a prever como os estudantes resolvem tarefas específicas e avaliar quais serão emocionantes e desafiadoras para eles. Além disso, reconhece e utiliza ações que podem ajudar a avaliar o progresso dos estudantes.
L ₃	Utilizam-se sistematicamente “ferramentas” teórico-metodológicas (por exemplo, Assis; Godino; Frade, 2012; Godino, 2009; Molina, 2019), que permitem identificar e utilizar normas que regulam as interações no processo de ensino e potencializam a aprendizagem dos estudantes. Além do que foi proposto em L ₂ , ressaltam-se qualidades de precisão e rigor das matemáticas e promove-se a autoestima, evitando uma predisposição negativa em relação ao estudo das matemáticas. O professor resolve os problemas de apatia e desinteresse dos estudantes, estimula a autoestima, evita a rejeição ou o medo da matemática e fomenta a aprendizagem. O progresso cognitivo dos estudantes (alcance dos objetivos de aprendizagem) é observado e analisado sistematicamente. Isso permite avaliar a utilidade das Matemáticas na vida cotidiana e profissional; por outro lado, favorece-se a argumentação em situações de igualdade. Ou seja, o argumento é valorizado por si mesmo e não por quem o formula.

Fonte: Adaptado de Pino-Fan; Castro; Font (2023, p. 1.421).

2.5.2.3 Subcompetência na análise, utilização e gestão de recursos

Os diversos recursos, como materiais, adaptações, recursos manipulativos, *softwares* matemáticos, aplicativos e calculadoras, possibilitam uma gestão eficiente dos meios que, aliada ao conhecimento pedagógico e tecnológico, seja contextualizada e multifacetada, promovendo a reflexão e a integração das tecnologias em sala de aula. Além das tecnologias, a adaptação de contextos também permite o uso de recursos físicos, como livros didáticos, quadros e lousas digitais para otimizar o tempo ao longo do processo instrucional.

Uma característica importante dessa subcompetência é que ela combina a Competência Matemática do professor com outras subcompetências de análise e intervenção didática. Isso permite ao professor refletir sobre questões como: O tempo destinado ao estudo do conteúdo matemático é adequado? Quais recursos devem ser utilizados para favorecer a aprendizagem de um determinado conteúdo? Quais as vantagens e desvantagens dos recursos que pretendo utilizar? Como criar ambientes de trabalho colaborativo eficientes por meio do uso de recursos

materiais ou tecnológicos? Que obstáculos ao ensino e à aprendizagem podem surgir com a utilização dos recursos escolhidos?

Assim, essa subcompetência está associada ao CAD de meios, e no Quadro 11, a seguir, estão descritos os níveis de utilização e gestão de recursos que um professor pode alcançar ao aplicar esse processo instrucional com o uso adequado dos recursos.

Quadro 11 – Níveis de desenvolvimento da subcompetência de utilização e gestão de recursos

L_n	Descrição dos Níveis
L_0	Os recursos materiais (livros didáticos, materiais manipulativos, computadores, apresentações de <i>slides</i>) são elementos utilizados, mas sua gestão não se foca em ajudar a alcançar a aprendizagem dos estudantes. O tempo é considerado um recurso.
L_1	Além de gerenciar os recursos materiais (manipulativos, calculadoras e computadores) para introduzir ou reforçar noções matemáticas ou resolver tarefas matemáticas, analisa-se a gestão desses recursos. Os procedimentos e argumentos que surgem a partir do uso desses materiais, no entanto, não se adaptam totalmente ao significado pretendido (ou seja, poderiam promover outros significados para a noção matemática que se quer ensinar). Ou então, perde-se o objetivo de utilizar o material e acaba-se ensinando o seu uso em vez de utilizá-lo para promover a aprendizagem. Nesse nível, o docente não conhece que o uso de alguns recursos implica o uso de metáforas ou analogias, o que pode provocar confusão matemática nos estudantes. Quanto ao tempo letivo, o professor analisa se é suficiente para o bom desenvolvimento da atividade dentro da sala de aula (por exemplo, resolução de uma tarefa, trabalho em grupo, interação com algum tipo de <i>software</i>).
L_2	São utilizados diversos materiais para promover a aprendizagem e realiza-se uma análise de sua gestão em razão de sua relevância ou efetividade (de acordo com os objetivos, contexto e características dos estudantes). Os procedimentos e argumentos que surgem no uso de tais materiais se adaptam ao significado pretendido. O docente utiliza os recursos com o objetivo inicialmente proposto. Ao mesmo tempo, analisa a gestão realizada desses recursos (textos, etc.) e questiona e complementa as tarefas. A gestão do tempo é um aspecto que o docente analisa (considerando tempo para compreender o problema, o trabalho em grupo, o trabalho individual e a institucionalização do conhecimento adquirido). O professor, no entanto, ainda precisa considerar outros tempos que não se derivam diretamente das interações em sala de aula (por exemplo, se a aula de Matemática for numa sexta-feira, no último período antes de os estudantes terminarem o dia, então não se introduz nenhum conteúdo novo). Além disso, as metáforas e analogias derivadas do uso dos recursos ainda são um aspecto a ser melhorado.
L_3	Analisa-se a pertinência dos recursos (em termos dos objetivos de aprendizagem esperados, contexto, características dos estudantes, instituição educacional); utilizam-se materiais manipulativos e informáticos para apresentar ideias, linguagens (representações, visualização), procedimentos e argumentos matemáticos, que se adaptam ao significado pretendido. Os recursos utilizados permitem identificar a diversidade dos significados dos objetos matemáticos. Controlam-se e explicam-se metáforas e analogias derivadas do uso de recursos para evitar confundir os estudantes. O professor considera o tamanho da sala de aula, o horário das aulas e as condições da sala para planejar e realizar o ensino. Também se analisam e incluem outros aspectos: alocação de tempo para o ensino ou tutoria, para o aprendizado individual, para a compreensão de uma tarefa, para institucionalizar uma noção, para garantir que os estudantes tenham aprendido os conhecimentos prévios necessários, para o conteúdo mais importante ou central da disciplina e para o conteúdo que apresenta maior dificuldade.

Fonte: Adaptado de Pino-Fan; Castro; Font (2023, p. 1.422).

2.5.2.4 Subcompetência em análise e valoração da adequação didática

Esta subcompetência é considerada a mais complexa de se desenvolver, pois envolve a competência reflexiva do docente, um aspecto essencial para a compreensão, planejamento e análise das intervenções didáticas. A competência reflexiva do professor desdobra-se em três momentos distintos:

- Reflexão *a priori*: Trata-se da reflexão anterior à aula, em que são considerados os objetivos dos conteúdos matemáticos que serão ensinados, além da metodologia, recursos e estratégias didáticas que serão utilizados.
- Reflexão *in loco*: Ocorre durante o processo pedagógico em tempo real. Esse tipo de reflexão evidencia a capacidade do professor de identificar situações imprevistas, ajustar o planejamento e melhorar o andamento do processo de ensino e aprendizagem, levando em conta as reações dos alunos, o ritmo da sequência didática e o nível de envolvimento dos estudantes.
- Reflexão *a posteriori*: É a análise que ocorre após a aula, quando o professor identifica os pontos fortes e fracos da prática didática. Nesse momento há uma reinterpretação e aprimoramento dos aspectos fracos, com o objetivo de melhorar as ações futuras por meio da correção de erros identificados.

Essa subcompetência abrange as demais subcompetências da Competência de Análise e Intervenção Didática e da Competência Matemática, e está inserida no modelo CCDM, que propõe a adequação didática como uma de suas competências principais. Assim, o modelo CCDM contribui para responder, parcialmente, ao problema de pesquisa desta tese, abordando as seguintes questões: Qual é o grau de adequação didática dos processos de ensino e aprendizagem instituídos? Que mudanças são necessárias na concepção e execução do processo instrucional para melhorar sua adequação didática no futuro?

Para responder a essas questões é essencial utilizar os Critérios de Adequação Didática (CAD) derivados dos estudos baseados no modelo CCDM (Breda, Pino-Fan; Font, 2017; Rubio Goycochea, 2012; Seckel, 2016). Dessa forma, a competência reflexiva das professoras será capaz de avaliar o ensino (Burgos; Godino, 2022; Burgos *et al.*, 2020), sistematizando e criando hábitos de análise e avaliação dos processos de ensino e aprendizagem, possibilitando uma melhoria contínua na prática docente (cf. Quadro 12).

Quadro 12 – Níveis de desenvolvimento da subcompetência de análise e valoração da adequação didática

L_n	Categorias fase do processo de instrução	Tipo de Análise	Profundidade de análise
L_0	A reflexão não identifica melhorias nem tem referências para executar ou contrastar seus elementos de reflexão.	A análise é superficial e ambígua, não descreve, explica nem avalia o processo de instrução ou o período da aula.	Narrativa superficial (escrita ou discursiva). A narrativa não explica o que aconteceu no período de aula.
L_1	Reflexão <i>a priori</i> ou <i>a posteriori</i> da aula. É feita uma tentativa de contrastar os resultados da análise desses dois momentos.	Descritiva Favorece saber o que aconteceu no período de aula ou processo de instrução.	Narrativa que captura os elementos essenciais da aula em análise. Quem lê ou ouve a narrativa tem uma ideia do que aconteceu na aula.
L_2	Reflexão <i>a priori</i> , <i>in loco</i> e <i>a posteriori</i> . A análise dos três momentos ainda não está coordenada ou a reflexão <i>in loco</i> ainda é escassa.	Explicativa Busca responder: Por que aconteceu o que aconteceu durante o período da aula? (relacionado a um fenômeno, conflito, erro, etc.).	Narrativa completa e compreensível, que implica uma análise detalhada, tentando seguir um modelo (por exemplo, se for feita uma descrição da atividade matemática, utilizam-se componentes da configuração ontossemiótica para identificar algumas práticas, objetos e processos primários; usados explícita ou implicitamente).
L_3	Reflexão coordenada dos momentos do processo de instrução: <i>a priori</i> , <i>in loco</i> e <i>a posteriori</i> .	Valorativa Inclui os elementos dos dois níveis anteriores e responde à pergunta: O que pode ou deve ser melhorado durante o processo de instrução e por quê?	Análise aprofundada da narrativa segundo um modelo teórico específico (por exemplo, faz-se uma descrição detalhada da atividade matemática: identificam-se exhaustivamente as práticas, objetos e processos primários, significados das noções utilizadas; sistemas de normas que condicionaram as interações e a aprendizagem no episódio).

Fonte: Adaptado de Pino-Fan; Castro; Font (2023, p. 1.425).

2.5.3 Competência Matemática: descrição e níveis de análise de cada subcompetência

Nesta seção apresentamos a Competência Matemática dividida em três subcompetências, cada uma com diferentes níveis e descrições de análise: (1) resolução de tarefas, (2) proposição de problemas e (3) análise das práticas para a resolução de problemas.

É importante destacar que a Competência Matemática também está presente nas matrizes de habilidades da BNCC. No Quadro 13, a seguir, podemos observar os aspectos do conteúdo matemático que reforçam a aplicação das subcompetências da Competência Matemática ao analisar a prática das professoras que ensinam matemática no contexto brasileiro.

Quadro 13 – Aspecto do conteúdo matemático

Resolução de problemas	Fundamentado na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018) proporcionando o entendimento do modelo de ensino por competências e habilidades, contido nesse documento normativo, aplicando a habilidades esperadas para o 3º ano do Ensino Fundamental (EF03MA06) Resolver e elaborar problemas de adição e subtração com os significados de juntar, acrescentar, separar, retirar, comparar e completar quantidades, utilizando diferentes estratégias de cálculo exato ou aproximado, incluindo cálculo mental (Brasil, 2018, p. 289) Nesse sentido, é previsto que as professoras que participaram da formação continuada saibam compreender esta habilidade e re(construir) e re(significar) os conteúdos propostos para o desenvolvimento da resolução de problemas, atendendo os significados dos objetos matemáticos trabalhados nas questões propostas como: juntar, acrescentar, separar, retirar, comparar e completar quantidades.
Linguagem simbólica	Atendendo a habilidade “(EF03MA05) Utilizar diferentes procedimentos de cálculo mental e escrito para resolver problemas significativos envolvendo adição e subtração com números naturais” (Brasil, 2018, p. 289). É esperado que as professoras compreendam esse conceito e compartilhem diversas formas de representação para o cálculo mental, seja na aplicação de algoritmos, representações pictográficas ou procedimentos mentais que façam parte da estratégia para a resolução de problemas.
Sistema conceitualmente organizado	Para que haja a compreensão da habilidade “(EF01MA16) Relatar em linguagem verbal ou não verbal sequência de acontecimentos relativos a um dia, utilizando, quando possível, os horários dos eventos” (Brasil, 2018, p. 283); as professoras devem entender que ao compreenderem esta habilidade podem relacionar aos fatos históricos da Matemática, como construção do conhecimento e que estabelecem regras e normas que foram aprimorados e hoje fazem parte da compreensão da leitura e escrita dos números, composto por regras como o sistema decimal. Compreendendo o significado dos números, será possível a resolução de problemas.

Fonte: Dados elaborados pelo pesquisador (2024).

O aspecto matemático apresentado no Quadro 13 está diretamente relacionado à Competência Matemática da seguinte maneira: as habilidades que envolvem a resolução de problemas e a linguagem simbólica, conforme descritas na BNCC, correspondem às subcompetências (1) resolução de tarefas e (2) proposição de problemas, enquanto o sistema conceitualmente organizado alinha-se à subcompetência (3) análise das práticas para a resolução de problemas.

2.5.3.1 Subcompetência resolução de tarefas

A subcompetência resolução de tarefas tem sua origem na resolução de problemas. Esta última é uma ferramenta de ensino presente em diversos projetos e abordagens (Barmby; Bolden; Thompson, 2014; Cai *et al.*, 2020) e configura-se como mediadora entre o conhecimento matemático e o mundo real (Villalobos, 2008).

A Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE, 2004), o modelo KOM (Niss; Højgaard, 2019) e o Conselho Nacional de Professores de Matemática (NCTM, 2000), consideram-na o eixo central da Matemática escolar.

Nesta subcompetência cabe ao professor fornecer os problemas. Estes devem estar fundamentados em: técnicas/métodos de resolução, habilidades, conhecimentos prévios, diretrizes curriculares e a riqueza Matemática dos objetos em estudo, entre outros (Felmer Pehkonen; Kilpatrick, 2016, Felmer; Liljedhal; Koichu, 2019; Pochulu; Font; Rodríguez, 2016).

Observa-se que o professor deve adequar os problemas matemáticos aos níveis de compreensão de seus alunos, conforme o Modelo de Conhecimento Matemático Comum e o Conhecimento Matemático Ampliado desenvolvidos pela AOS (Godino *et al.*, 2016), destacando-se, nessa subcompetência, o CAD epistêmico (Quadro 14).

Quadro 14 – Níveis de desenvolvimento da subcompetência de resolução de tarefas

L_n	Descrição dos Níveis
L_0	Utiliza livros didáticos para propor tarefas matemáticas e exemplificar suas resoluções no processo de instrução. O docente reproduz tarefas e resoluções semelhantes às dos livros didáticos, mas não reflete sobre a atividade matemática realizada, em particular não considera: ✓ Relações entre objetos matemáticos ✓ Processos ✓ Conhecimento utilizado ✓ Representações do objeto matemático ✓ A variedade de procedimentos que resolvem as tarefas matemáticas
L_1	O professor resolve problemas do nível educacional que ensina e identifica mudanças nas variáveis do problema, mas geralmente essas mudanças estão vinculadas a “tipos de problemas”, o que leva à aplicação de um tipo de procedimento ou à geração de justificativas ou argumentos semelhantes aos aplicados em tarefas ou problemas do mesmo tipo.
L_2	O professor resolve problemas correspondentes ao nível de ensino e às disciplinas que ensina, utilizando diferentes representações do objeto matemático. Às vezes, também utiliza procedimentos e argumentos diferentes para resolver a mesma tarefa. Por exemplo, pode resolver problemas nos quais é necessário empregar vários significados da noção estudada, mas não considera as relações que podem ser estabelecidas entre os diversos significados da noção estudada. Da mesma forma, pode vincular o objeto matemático em estudo a outros objetos matemáticos do mesmo nível educacional que ministra (ou anteriores). Ainda assim não consegue conectá-los com objetos matemáticos de etapas posteriores nem os exigir como conhecimento prévio.
L_3	O docente resolve problemas do ano escolar e do seguinte (associados à noção matemática que está sendo ministrada naquele momento). Pode resolver tarefas matemáticas utilizando diversos procedimentos e representações do objeto matemático. Além disso, propõe múltiplas justificativas ou argumentos ao resolver tarefas matemáticas e pode mobilizar mais de um significado da noção estudada, relacionando e articulando os significados entre si (Biehler, 2005; Pino-Fan; Godino; Font, 2011).

Fonte: Adaptado de Pino-Fan; Castro; Font (2023, p. 1.415, tradução nossa).

2.5.3.2 Subcompetência proposição de problemas

A proposição de problemas é o elemento central para um ensino de qualidade, pois representa o ponto de partida da atividade planejada para o aluno, promovendo sua aprendizagem. O professor tem a responsabilidade de “desenhar” essa proposição e assegurar sua aplicação eficaz no objeto matemático desejado (Gusmão; Font, 2021).

Nesta subcompetência o professor precisa ser capaz de selecionar, analisar e projetar os exercícios, problemas e atividades que incorporem os CADs: Epistêmico: utilizando um conhecimento matemático aprofundado e adequado ao objeto de estudo almejado, buscando diversos significados das definições matemáticas envolvidas; Cognitivo: observando as dificuldades dos estudantes e possíveis erros, com o objetivo de minimizar frustrações e priorizar a aprendizagem do aluno. Afetivo: considerando os interesses e motivações dos estudantes, tornando a aprendizagem mais significativa e envolvente.

No Quadro 15, na sequência, são apresentados os níveis de proposição de problemas para a análise da prática do professor de Matemática.

Quadro 15 – Níveis de desenvolvimento da subcompetência de análise proposição de problemas

L_n	Descrição dos Níveis
L_0	Para propor as tarefas do processo de instrução, o professor reproduz tanto a redação das tarefas quanto suas soluções, e para isso faz uso da internet, livros didáticos ou programas da disciplina do curso que ensina.
L_1	O professor propõe tarefas adequadas ao nível educacional que ensina. Para isso, considera os conteúdos contemplados no currículo (significados, procedimentos, argumentos ou justificativas, representações, etc.), assim como os conhecimentos prévios dos estudantes; e redesenha as tarefas levando em conta esses aspectos, mas não prevê equívocos, erros, dificuldades ou possíveis respostas diferentes. Trata-se, principalmente, de tarefas propostas que são adaptações de tarefas extraídas de outras fontes.
L_2	O professor propõe tarefas correspondentes ao nível de ensino que ensina, considerando os conteúdos contemplados no currículo (procedimentos, argumentos ou justificativas, representações, etc.), assim como os conhecimentos prévios dos estudantes. Além disso, considera para o problema que propõe diferentes significados, várias respostas plausíveis, mal-entendidos, conflitos ou erros, assim como os contextos mais adequados, de acordo com as características, interesses e necessidades dos estudantes. As tarefas podem ser adaptações ou modificações de tarefas retiradas de outras fontes ou bem projetadas por ele. O professor não considera que diferentes tarefas possam precisar, para sua resolução, de distintos significados do objeto matemático em estudo.
L_3	Além do L_2 , o docente propõe novas tarefas associadas ao objeto matemático estudado que representem um desafio para os estudantes. As tarefas vinculam o objeto matemático estudado com outros objetos matemáticos (do grau escolar, graus anteriores ou posteriores). Os diferentes significados do objeto matemático que se pretende estudar são aplicados a diversos problemas de contexto intra ou extramatemático e também se trabalham as conexões intramatemáticas entre os diferentes significados e as conexões extramatemáticas com o contexto dos problemas. Neste nível, o docente antecipa os conflitos ou erros dos estudantes e os usa para criar oportunidades de aprendizagem.

Fonte: Adaptado de Pino-Fan, Castro e Font (2023, p. 1416, tradução nossa),

2.5.3.3 Subcompetência análise das práticas de resolução de problemas antes da instrução do modelo CCDDM

A subcompetência análise das práticas de resolução de problemas está diretamente relacionada com a análise didática do processo de instrução, abrangendo as etapas *a priori*, *in loco* e *a posteriori*. Essa conexão vincula-a à Competência de Análise e Intervenção Didática.

Uma das definições do termo análise didática é a análise dos conteúdos da Matemática que é realizada para uma determinada instituição escolar.

Font (2011) e Giménez, Font e Vanegas (2013) definem-no como projetar, aplicar e avaliar sequências de aprendizagem, utilizando técnicas de análise didática e critérios de qualidade, por meio de ciclos de planejamento, implementação, avaliação e na apresentação de propostas de melhoria. Alguns autores sugerem que uma das atividades associadas à análise didática é a análise da atividade Matemática, e consideram que a identificação dos objetos matemáticos e dos significados implementados durante a atividade Matemática permitem ao professor compreender a progressão da aprendizagem e avaliar a competências Matemáticas dos estudantes (Giacomone, 2019, p. 61).

Esta subcompetência considera a análise da prática Matemática planejada e desenvolvida para os estudantes resolverem as tarefas. Para isso, o professor necessitará de conhecimentos relacionados ao CAD epistêmico do modelo CCDDM (Pino-Fan; Assis; Castro, 2015) e ferramentas propostas para a sua operacionalização. O Quadro 16 apresenta os quatro níveis de desenvolvimento do professor para análise de práticas para a resolução de problemas.

Quadro 16 – Níveis de desenvolvimento da subcompetência de análise de práticas para resolução de problemas

L _n	Descrição dos Níveis
L ₀	O professor analisa as práticas matemáticas dos estudantes (ou dos materiais didáticos), identificando conteúdos matemáticos que são evidentes: por exemplo, procedimentos ou definições de alguns conceitos utilizados. O docente valoriza o uso correto ou incorreto desses conteúdos matemáticos. Neste nível, o docente não realiza uma análise <i>a priori</i> das práticas matemáticas que espera realizar com as tarefas que propõe; portanto, não antecipa erros ou conflitos nas soluções dos estudantes.
L ₁	O professor faz o indicado em L ₀ . A análise <i>a posteriori</i> das práticas matemáticas de seus alunos, no entanto, é realizada com base na análise <i>a priori</i> desenvolvida com base na resposta esperada. O docente planeja a resposta que espera obter com uma tarefa específica proposta. Em qualquer caso, as análises são realizadas com base em sua experiência, sem considerar nenhuma metodologia de análise.
L ₂	O professor utiliza ferramentas teórico-metodológicas para analisar as práticas matemáticas, tanto as esperadas (<i>a priori</i>) quanto as aplicadas pelos estudantes (<i>a posteriori</i>). Com a ferramenta teórico-metodológica de configuração ontossemiótica proposta para operacionalizar o CID epistêmico do modelo CCDDM (Pino-Fan; Assis; Castro, 2015), o docente pode identificar as práticas esperadas de seus estudantes, suas representações, conceitos/definições, propriedades/proposições, procedimentos e argumentos; e pode identificar aspectos que “geraram” erros ou conflitos nas práticas dos estudantes.
L ₃	Neste nível, o docente apropriou-se de algumas ferramentas teórico-metodológicas. Por exemplo, o docente conhece a configuração ontossemiótica e a utiliza como ferramenta para analisar práticas matemáticas. Além disso, considera diversas práticas esperadas nas quais são instituídos diferentes significados relacionados ao contexto e identifica e analisa elementos da configuração nas práticas dos estudantes em tempo real, o que permite ao docente tomar decisões e medidas para superar erros ou conflitos.

Fonte: Pino-Fan; Castro; Font (2023, p. 1.417, tradução nossa).

Em conclusão, as duas competências-chaves do professor de matemática (competência matemática e competência de análise e intervenção didática) do CCDM permitem uma reflexão mais profunda por parte dos docentes sobre uma aula de matemática, buscando melhorias e adaptações didáticas no ensino e aprendizado dessa matéria. Dessa forma, ambas as competências podem proporcionar uma compreensão mais clara dos objetos matemáticos (competência matemática) e da didática desses objetos matemáticos (competência de análise e intervenção didática) por parte dos docentes, especialmente aqueles que atuam nos primeiros anos do Ensino Fundamental. Nesse sentido, o ciclo formativo que propomos, como via de formação continuada das professoras do 3º ano do Ensino Fundamental, está pautado no modelo CCDM.

3 METODOLOGIA

Este capítulo está dividido em cinco seções. A primeira, Paradigma e abordagem da pesquisa (3.1), abrange o panorama epistemológico que fundamenta a abordagem da pesquisa. A segunda, Contexto e sujeitos da pesquisa (3.2), descreve o contexto dos sujeitos investigados e a seleção dos grupos de intervenção e controle. A terceira, Etapas da pesquisa e forma de correção dos pré-testes e pós-testes (3.3), apresenta um quadro descritivo das etapas da pesquisa, além da codificação utilizada para a correção dos pré e pós-testes. A quarta, Plano e *corpus* de análise dos dados (3.4), traz a descrição do plano de análise e do *corpus*. Por fim, a quinta seção, Procedimentos de análise (3.5), detalha as técnicas para a análise quantitativa (3.5.1) e qualitativa (3.5.2), e nesta última especifica-se a construção metodológica da Análise Textual Discursiva (3.5.2.1).

3.1 Paradigma e abordagem da pesquisa

Esta tese está vinculada aos campos da Educação e da Educação Matemática, pois integra uma abordagem emergente que articula análises qualitativas e quantitativas. Essa orientação paradigmática é denominada Pragmática e decorre da crescente produção científica em âmbito internacional, tendo se apresentado recentemente nas produções brasileiras, especialmente em programas de Pós-Graduação em Educação (Leite *et al.*, 2021).

Tratando-se de uma pesquisa em Educação, Charlot (2006) corrobora a necessidade de evidenciarmos as pesquisas educacionais como “um conjunto de situações, de práticas, de políticas ligadas à educação no sentido amplo do termo” (p. 7), destacando que questões pedagógicas, didáticas e formativas são essenciais para a produção de conhecimento. Nessa perspectiva, é evidente a importância de formações continuadas promovidas por instituições, como as Secretarias de Educação, em parceria com docentes e pesquisadores que atuam em universidades. Este é o caso desta pesquisa, que inclui uma colaboração de docentes da Unilasalle e da Secretaria de Educação do Município de Canoas, como será explicado nos parágrafos subsequentes.

Este estudo busca responder às demandas do campo educacional no que se refere à qualidade do ensino e da aprendizagem de Matemática nos anos iniciais. Trata-se de uma pesquisa que articula ferramentas do modelo CCDM, capazes de desenvolver as competências necessárias para suprir as dificuldades presentes no discurso educacional quanto às práticas de ensino da Matemática.

A teoria do CCDM da AOS, aplicada em um ciclo formativo para professoras, adota características do paradigma pragmatista. No pragmatismo a aplicação de uma teoria gera resultados a partir da experiência vivida, levando em conta os efeitos práticos ao se utilizar o que a teoria prescreve (Rodrigues, 2001). A interpretação de Dewey (2002) acerca de Charles Sanders Peirce, um dos criadores do pragmatismo, enfatiza que métodos e ferramentas devem estar ancorados na experiência vivida, entendendo que os processos de ensino e aprendizagem precisam considerar o contexto das escolas e proporcionar soluções práticas.

A abordagem desta pesquisa segue um delineamento descritivo-interpretativo. O caráter descritivo está relacionado à observação cíclica dos sujeitos investigados, permitindo uma posterior análise qualitativa fundamentada em categorias *a priori*, baseadas nas Competências-Chave das professoras de Matemática e nas categorias preestabelecidas pelos CADs. Essa etapa é seguida de uma análise detalhada por meio da Análise Textual Discursiva (ATD), que integra a triangulação dos dados. As categorias *a priori* estabelecem um diálogo entre a teoria, os dados coletados e a interpretação do pesquisador, conduzindo à geração de categorias de análise e à sua relação com a análise quantitativa (Sousa; Galiuzzi, 2017).

Este estudo adota uma abordagem mista (qualitativa e quantitativa). Para Mertens (2015), o objetivo é buscar a triangulação dos dados, utilizando diferentes interpretações que não se reduzem a um único entendimento. A autora ressalta que a abordagem mista em pesquisas educacionais não precisa ser aplicada em todas as etapas da pesquisa, sendo o pesquisador livre para escolher em quais situações adotar cada metodologia.

Esta tese reforça a abordagem mista, pois foi necessário realizar a análise quantitativa (análise estatística descritiva e inferencial aos pré e pós-testes) para comparar as médias dos testes dos estudantes antes e depois do ciclo formativo realizado com as professoras participantes da pesquisa. O estudo misto foi concebido como uma forma de fortalecer a reflexão por meio da triangulação dos dados, respondendo aos objetivos da tese. A análise quantitativa, ao proporcionar uma visualização e interpretação estatística, fortalece as evidências na análise qualitativa e contribui com a consolidação do embasamento teórico da pesquisa.

O ciclo formativo contemplado nesta tese enquadra-se em um projeto guarda-chuva intitulado Recontextualizar as Ciências e a Contação de Histórias para os Processos de Ensino e de Aprendizagem da Educação Básica à Formação de Professores (Recontextualizar, a partir deste momento) para os Processos de Ensino e Aprendizagem da Educação Básica e Formação de Professores, coordenado por Luciana Backes (Felicetti; Backes, 2023; Silva *et al.*, 2023b, Backes; Felicetti; Almeida, 2024).

Na seção seguinte exploraremos o contexto, os sujeitos e a organização da pesquisa.

3.2 Contexto e sujeitos da pesquisa

O contexto da pesquisa será apresentado em dois momentos. Na subseção 3.2.1 explicaremos, de forma geral, o curso de extensão em formação continuada *Quem conta um conto, aumenta um ponto? Recontextualizar as ciências por meio de histórias*, pertencente ao projeto Recontextualizar; na subseção 3.2.2 situamos o ciclo formativo intitulado *As quatro operações – Quem quer aumentar um ponto?*, pertencente a segunda etapa do curso de extensão em formação continuada, contexto no qual foram gerados os dados empíricos para esta tese. Além disso, explicamos, em detalhes, o processo de seleção das participantes.

3.2.1 Projeto Recontextualizar

O projeto *Recontextualizar as Ciências e a Contação de Histórias para os Processos de Ensino e de Aprendizagem da Educação Básica à Formação de Professores* foi criado por pesquisadores da Unilasalle em conjunto com a Secretaria de Educação do município de Canoas no contexto da pandemia pós Covid-19 no ano de 2021. O projeto foi financiado pelo Edital Fapergs Sebrae/RS 03/2021 – Programa de Apoio a Projetos de Pesquisa e de Inovação na Área de Educação Básica (Proedu), e, entre outros aspectos, contou com recursos para materiais pedagógicos, além de outros investimentos em materiais de custeio.

O projeto teve como objetivo compreender a construção do conhecimento por meio de práticas pedagógicas que integrassem literatura e ciências, língua portuguesa e matemática, tanto na educação básica quanto na formação de professores, envolvendo docentes do município de Canoas.

A investigação do projeto Recontextualizar adotou uma abordagem metodológica mista, com base nos dados produzidos a partir de pré e pós-testes, aplicados a alunos do 3º ano do Ensino Fundamental de Canoas, cujas turmas eram das professoras participantes da formação. A metodologia qualitativa envolveu o Estudo de Caso e a observação direta das práticas pedagógicas das professoras da educação básica da rede pública (anos iniciais), bem como no curso de formação de professores, analisando as atividades desenvolvidas por eles. Já a abordagem quantitativa analisou as respostas dos pré e pós-testes, utilizando tratamento estatístico descritivo e inferencial.

O curso de extensão em formação continuada foi oferecido às professoras da rede municipal de Canoas, que atuavam no 3º ano do Ensino Fundamental, como um curso de extensão intitulado *Quem conta um conto, aumenta um ponto? Recontextualizar as ciências por meio de histórias*. O curso foi oferecido na modalidade híbrida, com uma carga horária de 60 horas de aulas e 30 horas de prática.

O curso de extensão foi dividido em três etapas: Etapa 1) Alfabetização e Letramento – Vamos contar um conto?; Etapa 2) As quatro operações – Quem quer aumentar um ponto?; e Etapa 3) Situações-problema – construindo a história.

Os encontros ocorreram em diferentes ambientes na modalidade híbrida. As atividades presenciais foram realizadas na Escola Permanente de Formação Docente Professor Darcy Ribeiro, vinculada à Diretoria de Apoio Pedagógico da Secretaria Municipal de Educação (SME) de Canoas, e em salas de aula da Unilasalle. Devido à persistência do contágio pela Covid-19, também foi oferecida a modalidade *on-line*.

Inicialmente 29 professoras de 28 escolas municipais de Canoas manifestaram interesse no curso, e as atividades tiveram início em abril de 2022.

Após a inscrição, as professoras, em parceria com a SME de Canoas, desenvolveram os pré-testes nas disciplinas de Língua Portuguesa e Matemática, que foram aplicados aos alunos das turmas das professoras participantes. Essas mesmas avaliações foram reaplicadas após a formação das professoras (os pós-testes). Os pré-testes ocorreram antes da formação presencial, que começou em maio de 2022, com encontros realizados às segundas-feiras, e finalizou em novembro do mesmo ano.

Das 29 professoras inscritas, 24 participaram da primeira etapa, 17 da segunda etapa e 15 da terceira, concluindo o curso.

Entre as turmas das professoras participantes do curso de extensão, 594 alunos de 12 escolas municipais realizaram o pré-teste de Matemática, totalizando 27 turmas (algumas professoras tinham duas turmas, por isso o maior número de turmas do que professoras). O pós-teste de Matemática foi realizado por 363 alunos de 10 escolas municipais, totalizando 21 turmas. A diminuição de estudantes e turmas que realizaram o pré e pós-teste deu-se devido a transferências e ausências no dia da aplicação do teste.

A seguir apresentamos o Quadro 17, que descreve as escolas participantes distribuídas nos quadrantes locais do município de Canoas. No Quadro 17 estão descritos o quadrante em que cada escola se encontra, o código referente ao nome das escolas e a nomeação das professoras, organizados em ordem alfabética crescente por quadrante.

Quadro 17 – Escolas participantes, distribuídas em quadrantes

	Escolas por quadrante	Professores
Quadrante Sudoeste	Sem participação	-
Quadrante Sudeste	EMEF 1	Prof ^a A, Prof ^a B
Quadrante Nordeste	EMEF 2	Prof ^a C
	EMEF 3	Prof ^a D, Prof ^a E, Prof ^a F
	EMEF 4	Prof ^a G
	EMEF 5	Prof ^a H
	EMEF 6	Prof ^a I
	EMEF 7	Prof ^a J
	EMEF 8	Prof ^a K, Prof ^a L
Quadrante Noroeste	EMEF 9	Prof ^a M
	EMEF 10	Prof ^a N, Prof ^a O

Fonte: Dados Projeto Recontextualizar (2022).

Devido ao curto período disponível para a observação das professoras antes da formação continuada, a seleção das participantes foi, inicialmente, definida pela correção dos pré-testes entregues à Secretaria Municipal de Educação (SME) de Canoas em abril de 2022.

O ciclo formativo, realizado com base no modelo de Competências e Conhecimentos Didático-Matemáticos considerado para esta tese, foi desenvolvido na Etapa 2 do curso de extensão. Um dos objetivos desta Etapa foi trabalhar as Competências-chave das professoras de Matemática para, desta forma, prepará-las para a Etapa 3.

3.2.2 Etapa 2 do projeto Recontextualizar

3.2.2.1 Seleção das participantes

A seleção das participantes ocorreu em duas fases. A primeira fase definiu o grupo intervenção, que constituiu o *corpus* para a análise qualitativa, utilizando dados coletados antes, durante e após o curso de formação continuada, além da aplicação de pré e pós-testes para a análise quantitativa. A segunda fase visou a selecionar um grupo controle para a análise quantitativa dos pré e pós-testes. Esse grupo controle incluiu professoras inscritas na formação continuada, cujos alunos realizaram o pré-teste, mas que, por algum motivo, não participaram da Etapa 2 do projeto Recontextualizar.

Após a correção dos pré-testes foram selecionadas para o grupo intervenção as professoras cujos alunos apresentaram o menor número de acertos na prova de Matemática. Dessa forma, a seleção das participantes alinhou-se de maneira mais coerente com os objetivos da pesquisa, observando-se os dados antes, durante e após a formação continuada. Duas

professoras de uma mesma escola concordaram em participar desse grupo: as professoras K e L, da EMEF 8, localizada no quadrante Nordeste.

As professoras que optaram por não participar justificaram sua decisão argumentando que, no momento, estavam priorizando a alfabetização de seus alunos e que a Matemática seria trabalhada posteriormente. Vale ressaltar que foi informado a essas professoras que elas seriam observadas antes, durante e após a formação da Etapa 2 do curso de extensão, e que seus alunos realizariam o pós-teste ao final dessa etapa, juntamente com as demais participantes.

Após a seleção do grupo intervenção procedeu-se a seleção das professoras para o grupo controle. Identificaram-se 12 professoras que não continuaram o percurso formativo da Etapa 2 do projeto Recontextualizar, mas cujos alunos haviam realizado o pré-teste. Dentre essas, duas professoras – a professora P da EMEF 12 e a professora Q da EMEF 11, ambas do quadrante Nordeste, o mesmo do grupo intervenção – aceitaram participar do grupo controle, aplicando os pós-testes em suas turmas.

Outro aspecto importante a ser considerado é que os alunos do 3º ano haviam tido dois anos de aulas remotas, o que resultou em um número significativamente maior de alunos não alfabetizados em comparação com a realidade pré-pandêmica. Essa situação, em que a Matemática era deixada em segundo plano em relação a outras áreas pedagógicas, já havia sido observada no município. Segundo Silva (2021), professoras “afirmaram que a Matemática era trabalhada quando havia tempo sobrando” (p. 267).

As professoras que compuseram o *corpus* desta investigação, tanto do grupo intervenção quanto do grupo controle, são do quadrante Nordeste, uma região com maior vulnerabilidade social no município de Canoas, de acordo com pesquisas recentes (Brasil, 2021). As docentes participantes concordaram em participar da pesquisa e assinaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) (Apêndice A), autorizando a observação e gravação de suas aulas. Tanto essas professoras quanto as demais participantes da Etapa 2 já haviam assinado o TCLE do projeto Recontextualizar.

As aulas observadas e gravadas foram apenas das turmas A e B, no turno da manhã, sendo a turma A da professora K e a turma B da professora L.

Para a observação utilizou-se a observação sistemática baseada no CCDM (Apêndice B). Segundo Gil (2008), o plano de observação sistemática deve ser elaborado de modo a atender critérios que estejam diretamente vinculados aos objetivos da pesquisa, o que corrobora a sistemática aplicada nas observações dessas professoras.

As gravações foram feitas por meio da câmera e som de um notebook em todas as aulas observadas, permitindo que o pesquisador revisasse, quando necessário, as falas e ações trabalhadas nas práticas em sala de aula. Esse método mostrou-se vantajoso, pois permitiu que tanto o pesquisador quanto suas orientadoras tivessem acesso ao material, garantindo maior confiabilidade na coleta de dados e minimizando a subjetividade, frequentemente questionada em pesquisas qualitativas (Kenski, 2003).

Segue o Quadro 18, com as escolas participantes, o grupo intervenção e o grupo controle.

Quadro 18 – Escolas participantes: intervenção e controle

Quadrante Nordeste	Escolas por quadrante	Professores	Situação
	EMEF 8	Profª K, Profª L	Intervenção
	EMEF 11	Profª Q	Controle
	EMEF 2	Profª P	

Fonte: Dados do pesquisador (2022).

Para os dados do pré-teste e pós teste segue o Quadro 19 com a quantidade de alunos que realizaram o pré-teste e pós-teste dos grupos intervenção e controle.

Quadro 19 – Quantidade de Pré e Pós-testes – Grupo intervenção e controle

Escolas	Professores	Turma	Qtd pré-testes	Qtd pós-testes	Situação
EMEF 8	Profª K,	A	20	16	Intervenção
EMEF 8	Profª L	B	20	15	
EMEF 11	Profª Q	A	30	17	Controle
EMEF 11	Profª Q	B	18	12	
EMEF 2	Profª P	C	21	11	

Fonte: Dados do pesquisador (2022).

Outro dado importante que contextualiza os sujeitos investigados é que, nos resultados da análise quantitativa dos pré e pós-testes do projeto Recontextualizar, entre os 363 alunos participantes (aqueles que realizaram tanto o pré quanto o pós-teste), a escola com maior representatividade foi a EMEF 8, com 49 alunos respondentes, correspondendo a 13,5% da amostra.

Para a produção de dados e posterior análise desta tese foi utilizada a Etapa 2 do curso de extensão em formação continuada *Quem conta um conto, aumenta um ponto? Recontextualizar as ciências por meio de histórias*.

3.2.2.2 Contexto do curso formativo “As Quatro Operações – Quem Quer Aumentar um Ponto?”

O ciclo formativo, previsto na criação da Etapa 2, foi pensado para atender às categorias prévias do CCDM (Godino *et al.*, 2017), explicadas detalhadamente no Capítulo 2, com o intuito de promover práticas pedagógicas que interconectem o conhecimento de senso comum e os conhecimentos científicos a partir da contação de histórias e da elaboração de material didático, visando à melhoria dos processos de ensino e aprendizagem no contexto áulico. As ferramentas do CCDM convergem para proporcionar uma prática de ensino de Matemática mais adequada para os anos iniciais, promovendo resultados que possam melhorar o aprendizado dos alunos do 3º ano do Ensino Fundamental.

A Etapa 2: “As Quatro Operações – Quem Quer Aumentar um Ponto?” teve como objetivo compreender noções matemáticas para planejar aulas que contemplassem práticas pedagógicas envolvendo as quatro operações. Esta fase do curso foi estruturada de forma a atender ao modelo CCDM, reconhecendo a necessidade de desenvolver competências e conhecimentos que abrangem não apenas as práticas de ensino de Matemática, mas também os conteúdos matemáticos.

3.2.2.2.1 Primeiro encontro: contação de histórias

A temática trabalhada foi “Alice no País dos Números”. O objetivo da atividade foi desenvolver as competências Matemáticas e a Competência de Análise e Intervenção Didática (Breda; Pino-Fan; Font, 2017) por meio da contação de histórias, interligando narrativas Matemáticas com a literatura infantil e promovendo a reflexão sobre a prática do ensino de Matemática das professoras até aquele momento do ciclo formativo.

Esperava-se que as professoras fossem capazes de “analisar”, “intervir” e “refletir” em seus planejamentos, elaborando sequências didáticas de qualidade, mobilizando conhecimentos entre seus alunos e desenvolvendo competências Matemáticas ao longo das práticas em sala de aula. Além disso, buscou-se que elas identificassem diferentes significados dos objetos matemáticos trabalhados, utilizando didáticas que favoreciam a resolução de problemas e operações matemáticas, como a contação de histórias na literatura infantil (Smole *et al.*, 2004).

O encontro ocorreu no dia 20 de junho de 2022 em formato híbrido (presencial e *on-line* pela plataforma *Meet*), com a participação de 18 professoras. Durante a reunião foi apresentado o TCLE da pesquisa, seguido pela descrição do pesquisador doutorando do PPG em Educação

da Unilasalle e pela apresentação de cada professora e suas respectivas escolas no município de Canoas.

Para iniciar as atividades foi fornecido material impresso e em formato PDF às participantes *on-line*. A atividade começou com a leitura lúdica e adaptada do capítulo 1 do livro “Alice no País dos Números” (Frabetti, 2021), utilizando cenário e dedoches¹⁵, conforme registrado na Figura 14 a seguir.

Figura 14 – Registro fotográfico da atividade da leitura adaptada



Fonte: Dados do projeto Recontextualizar (2022).

Após a leitura foi promovida uma reflexão sobre como as professoras poderiam utilizar a metodologia de “contação de histórias” a partir da leitura realizada. Nesse momento o objetivo da atividade era que as professoras identificassem as possibilidades de intervenção didático-Matemática dentro do contexto abordado. Elas foram incentivadas a buscar situações-problema em que pudessem integrar os objetos e processos matemáticos presentes na narrativa, adaptando-os à realidade de suas práticas.

Durante a aula foram explorados exercícios que as professoras poderiam apresentar aos seus alunos utilizando as Unidades Temáticas “Grandezas e Medidas” para abordar a medida de tempo explorada na contação de histórias e “Probabilidade e Estatística”, aplicando

¹⁵ Dedoches são fantoches de dedo.

situações-problema com gráficos adaptados ao contexto de seus estudantes. Ao final do encontro foi solicitado às professoras que elaborassem um planejamento em grupo do conteúdo abordado que pudesse ser aplicado em suas turmas.

3.2.2.2 Segundo encontro: alfabetização matemática

A temática deste encontro foi a alfabetização matemática, com foco em números e operações. Trabalhamos com a história “O Conto da Conta”, abordando a representatividade do número e suas operações (Centurión, 1994).

Ao planejar essa atividade consideramos a Competência de Análise e Intervenção Didática do CCDM, especialmente no que diz respeito à adequação didática e à representatividade do número (Font; Breda; Seckel, 2017). O intuito foi levar à compreensão dos significados e objetos matemáticos envolvidos no conceito de número e suas operações. Após esse processo promovemos uma discussão sobre significados parciais, como definições, propriedades e procedimentos que as professoras estavam abordando, questionando se essas representações eram realmente representativas do que desejávamos ensinar.

Assim, buscamos fomentar a reflexão das professoras quanto à aplicação dos conteúdos em suas salas de aula. Após essa discussão, apresentamos os materiais didáticos adquiridos pelo projeto Recontextualizar, com verba destinada aos *kits* didáticos. Esses materiais foram elaborados com o objetivo de responder à pergunta: Os conteúdos que ensinamos, ao relacionar números, contemplam o uso de diferentes modos de comunicação e expressão (verbal, gráfica, simbólica), além de tratamentos e conversões entre eles?

Para introduzir a aula começamos com a história dos números e suas diferentes representações simbólicas e verbais, trabalhando também a leitura, a escrita, a comparação e a ordenação de números naturais de quatro ordens. Em relação ao conteúdo matemático, abordamos a “Construção de Fatos Fundamentais da Adição, Subtração e Multiplicação na Reta Numérica” e “Procedimentos de Cálculo (Mental e Escrito) com Números Naturais: Adição e Subtração”, de acordo com as Unidades Temáticas da Matemática para o 3º ano do Ensino Fundamental (Brasil, 2018).

Ao trabalharem essas noções as professoras puderam refletir sobre seus planejamentos, contemplando que objetos matemáticos emergem de suas práticas no ensino de Matemática, o que as ajudou a compreender a complexidade do tratamento dos números nos anos iniciais (Rondero; Font, 2015).

Consequentemente essa atividade proporcionou às professoras a oportunidade de redesenhar seus planejamentos, elaborando atividades sobre a construção do número, sua representatividade e compreensão simbólica. Assim, puderam relacionar o conteúdo abordado com os materiais apresentados ao longo da formação, percebendo o significado que diferentes representações do número podem ter. Na Figura 15 apresentamos exemplos de representações que as professoras puderam explorar durante a atividade.

Figura 15 – Registro fotográfico das professoras construindo representações do número



Fonte: Dados do projeto Recontextualizar (2022).

Ao final da aula as professoras puderam refletir sobre as possibilidades e relações que deveriam apresentar ao ensinarem a construção do número. Discutiram desde a forma de contagem até o surgimento do número (Centurión, 1994), considerando propostas como sequências numéricas. Essa reflexão conectou-se, entre outros, ao critério de adequação epistêmica, especialmente ao que se refere à complexidade dos objetos matemáticos trabalhados no ciclo formativo, uma vez que fomentou a reflexão não somente sobre a linguagem simbólica, mas também sobre as características dos números naturais, tais como a noção de quantidade, antecessor, sucessor, etc.

3.2.2.2.3 Terceiro encontro: o sistema de numeração decimal

No encontro foi trabalhado o sistema de numeração decimal, abordando a temática “A manobra dos números” (Lobato, 1935). As professoras iniciaram compartilhando suas experiências ao desenvolver as atividades da aula anterior sobre a construção do número (Centurión, 1994).

A discussão girou em torno do que é o sistema de numeração decimal, enfatizando a importância do significado posicional dos números. Esse conhecimento foi considerado essencial para uma reconstrução didática do tema. Além disso, foram abordadas as adequações didáticas necessárias para facilitar a compreensão do conteúdo, alinhando-se à competência de análise e valoração da adequação didática do CCDM (Godino *et al.*, 2017).

Para explorar o sistema de numeração decimal as professoras foram desafiadas a utilizar ábacos (Smole, 2001 para reconhecer as unidades, dezenas e centenas, além de realizar operações de adição. A Figura 16 expõe o registro fotográfico da apresentação do ábaco de copos e palitos, que se relaciona com o material dourado encaixável, facilitando a visualização e compreensão dos conceitos abordados.

Figura 16 – Registro fotográfico da apresentação do ábaco de copos e palitos



Fonte: Dados do projeto Recontextualizar (2022).

Na sequência discutimos as representações e relações que as professoras poderiam utilizar para apresentar o conteúdo de forma significativa aos alunos. Foram sugeridas duas situações práticas: o uso do sistema monetário para trabalhar números com cédulas e moedas e a contação de histórias, especificamente o capítulo “Manobra dos Números”, do livro *Aritmética* da Emília (Lobato, 1935).

Ao final da atividade propusemos o jogo do amarradinho, que incluía dados, como uma forma lúdica de reforçar o conteúdo. O jogo consistia em lançar dois dados e contar quantas dezenas poderiam ser formadas, com o objetivo de tornar a aprendizagem mais divertida e interativa (Figura 17).

Figura 17 – Jogo amarradinho adaptado com o material dourado encaixável



Fonte: Dados do projeto Recontextualizar (2022).

3.2.2.2.4 Quarto encontro: quatro operações básicas – operações com o ábaco

Esse encontro foi elaborado para abordar os significados dos objetos matemáticos envolvidos nas quatro operações fundamentais, conforme destacado por Breda, Bolondi e Silva (2021). A aula foi estruturada para desenvolver estratégias que atendem à competência de análise dos significados globais desses objetos matemáticos (Godino *et al.*, 2017).

Na introdução as professoras compartilharam suas experiências ao integrar os conceitos do sistema decimal, conforme discutido anteriormente, incluindo o uso do jogo “amarradinho”, cédulas impressas e a reta numérica. Durante o encontro revisitamos os conceitos do sistema de numeração utilizando o ábaco de palitos, agora com foco em como esses conceitos relacionam-se às quatro operações (Figura 18).

Figura 18 – Ábaco das quatro operações



Fonte: Dados do projeto Recontextualizar (2022).

Para ajudar as professoras a explorarem diferentes significados nas operações, foi sugerido que elas relacionassem as propriedades da adição de números naturais com operações de soma e subtração utilizando os diferentes ábacos já trabalhados. A Figura 19 ilustra a construção do número por meio do material dourado encaixável, permitindo visualizar as relações entre os valores e as operações.

Essas atividades foram desenhadas para promover uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos e suas interconexões, incentivando a prática reflexiva e a aplicação dos conteúdos de forma contextualizada em sala de aula.

Figura 19 – Ábaco com o material dourado encaixável



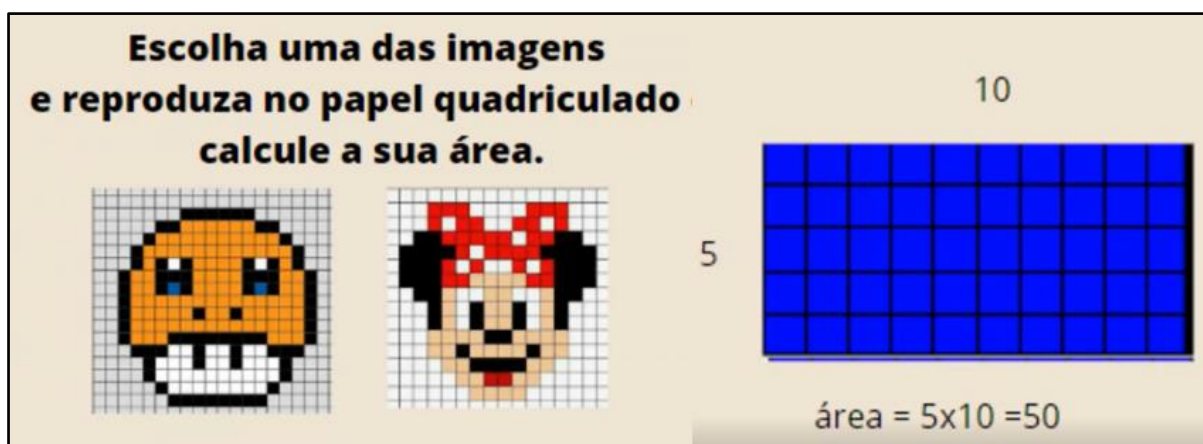
Fonte: Dados do projeto Recontextualizar (2022).

Após trabalhar as operações de soma e subtração, o foco foi nas situações-problema que envolviam multiplicação e divisão utilizando o ábaco. O objetivo foi mobilizar as competências do CCDM, como a análise e a gestão de configurações didáticas, para otimizar o processo de ensino e promover uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos.

Além disso, a análise normativa permitiu que as professoras reconsiderassem seus planejamentos à luz das situações-problema apresentadas. A avaliação da adequação didática ajudou a identificar as modificações necessárias para futuras sequências didáticas.

Logo após o conceito de área foi introduzido, quando a multiplicação foi abordada em relação à quantidade de unidades de área. A Figura 20 ilustra essa atividade, que envolveu calcular a área de objetos e reagrupar as unidades em formatos retangulares. Essa abordagem contextualizada ajudou os alunos a entenderem melhor os conceitos matemáticos por meio de representações visuais e práticas.

Figura 20 – Significado de área como multiplicação



Fonte: Dados do projeto Recontextualizar (2022).

Outro significado do objeto matemático foi referente aos pares ordenados (Figura 21). Na relação das atividades sobre o conceito de área é possível trazer o conceito de par ordenado, pois as unidades de área da Figura 20 podem se relacionar com a atividade da Figura 21.

Figura 21 – Par ordenado



Fonte: Dados do projeto Recontextualizar (2022).

As atividades propostas foram fundamentais para desenvolver as competências descritas por Godino *et al.* (2017), especialmente a análise de significados globais. Ao explorar a multiplicação e a divisão, as professoras puderam investigar os diversos significados dos objetos matemáticos e suas representações, o que enriqueceu a compreensão das práticas matemáticas.

Esse enfoque permitiu que as professoras refletissem sobre como esses conceitos relacionam-se com a resolução de problemas, facilitando a criação de estratégias didáticas que integram múltiplas representações e significados. Assim, o aprendizado tornou-se mais contextualizado e significativo para os alunos, promovendo uma compreensão mais profunda e aplicada da Matemática

3.2.2.2.5 Quinto encontro: O que é uma boa aula de Matemática?

A aula *on-line* com a doutora Adriana Breda foi uma oportunidade rica para as professoras refletirem sobre a adequação didática no ensino da Matemática. A abordagem utilizada proporcionou uma perspectiva importante sobre como diferentes contextos podem influenciar o processo de ensino e aprendizagem.

Ao discutir propriedades matemáticas e os significados das operações de adição e subtração, a doutora Breda enfatizou a importância de considerar as realidades locais, o que ajuda a tornar o aprendizado mais relevante para os alunos. O vídeo de Isaías (Figura 22) foi um exemplo prático que ilustrou como valorizar o raciocínio e o procedimento utilizado pelos alunos para transformar a maneira como a Matemática é ensinada. Essa valorização do pensamento do aluno não somente enriquece a experiência de aprendizagem, mas também fomenta um ambiente em que os estudantes se sentem mais seguros para explorar e expressar suas compreensões matemáticas.

Figura 22 – Algoritmo de Isaías para a subtração de números naturais



Fonte: Dados do projeto Recontextualizar (2022).

Desta forma, foi apresentado às professoras que, para uma “boa” aula de Matemática, é necessário seguir alguns princípios e critérios nos processos de ensino e aprendizagem da disciplina. Esses critérios provêm de consensos da comunidade educacional e devem ser utilizados com um certo “equilíbrio”.

Para finalizar o encontro foi exposto o hexágono a seguir, com os critérios de adequação didática a serem aplicados em uma aula ou em um plano de aula (Figura 23).

Figura 23 – Print da videocâmara do Meet com o slide dos CAD



Fonte: Dados do Recontextualizar (2022).

Com essa apresentação as professoras foram desafiadas a redesenhar um dos planos trabalhados no curso, refletindo sobre cada critério de adequação didática. As professoras foram distribuídas em quatro grupos e, após a reflexão e adequação dos planos de aula, os grupos apresentaram suas considerações ao grupo maior.

A seguir é exposta a Figura 24 com uma captura de tela da reunião, mostrando o grupo maior na finalização da atividade.

Figura 24 – *Print da videochamada do Meet no último encontro*



Fonte: Dados do projeto Recontextualizar (2022).

3.3 Etapas da pesquisa e forma de correção dos pré-testes e pós-testes

No Quadro 20, a seguir, apresentamos as etapas da pesquisa.

Quadro 20 – Etapas da pesquisa

Técnica	Instituição/ Sujeitos	Fonte	Ação
Delineamento dos sujeitos	SME Município de Canoas Unilasalle	Recontextualizar	Divulgação SME, inscrição no curso de extensão “Quem conta um conto, aumenta um ponto?” inserido no Projeto Recontextualizar.
Diagnóstico	Professores Município de Canoas	Situações Problema	Elaboração dos pré-testes.
Diagnóstico	Professores do curso de extensão	Escolas participantes do curso	Aplicações dos pré-testes aos alunos das professoras do curso de extensão.
Diagnóstico	Professor Pesquisador	Pré-teste	Correção dos pré-testes entregues à SME e seleção das turmas com menor percentual de acertos.
Delineamento dos sujeitos	Professor Pesquisador	Pré-teste	Contato com as professoras, seleção da escola, professores e turmas para o estudo.
Intervenção	Professor Pesquisador	EMEF 8	Registro das filmagens da sala de aula das professoras investigados (antes da formação) – (Professoras L e K).
		EMEF 8	Observações Sistemáticas – (Professoras L e K).
		Diário de campo do pesquisador/ formador	Diário de Campo do Pesquisador.
		Grupo do WhatsApp	Registros do WhatsApp.
Intervenção	Professor Pesquisador	Recontextualizar	Registro das filmagens dos encontros da formação continuada.
		EMEF 8	Registro das filmagens da sala de aula das professoras investigados (durante e após a formação); (Professores L e K).
		EMEF 8	Observações Sistemáticas (Professores L e K).
Pós-diagnóstico Grupo intervenção	Professoras Grupo intervenção	Turmas EMEF 8	Aplicação dos pós-testes aos alunos das professoras do grupo intervenção.
Delineamento dos sujeitos do grupo controle	Professor Pesquisador	Recontextualizar	Contato com as professoras que entregaram os pré-testes, mas que não fizeram a formação da etapa 2 do no curso de extensão “Quem conta um conto, aumenta um ponto?” inserido no Projeto Recontextualizar.
		Pré-teste	Contato com as professoras para o grupo controle, seleção das escolas, professores e turmas para o estudo.
Pós-diagnóstico	Professoras Grupo Controle	Pós-teste	Aplicação dos pós-testes aos alunos das professoras do grupo controle.

Fonte: Dados elaborados pelo pesquisador (2023).

Para a correção dos pré e pós-testes foi adotada a seguinte orientação: os alunos foram identificados na planilha por meio de um código. Exemplo: Turma A, Escola 1, Aluno A = A1A.

- A letra inicial representa a turma;
- O número representa a escola;
- A letra final representa o aluno.

O contexto da pesquisa e a definição dos sujeitos participantes resultaram na coleta e organização dos dados empíricos, que compuseram o plano e o *corpus* de análise de dados.

3.4 Plano e *corpus* de análise dos dados

No Quadro 21 consta a organização das etapas diagnóstica, de intervenção e pós-diagnóstica, assim como os tipos de análise que serão realizadas.

Quadro 21 – Plano de análise

Diagnóstico	1. Registro das filmagens da sala de aula das professoras investigadas (antes ciclo formativo) (Professoras L e K)	Análise Textual Discursiva
	2. Observações Sistemáticas (Professoras L e K)	
	3. Diário de Campo do Pesquisador	
	4. Registros do WhatsApp	
	5. Pré-teste	Análise estatística descritiva e inferencial
Intervenção	6. Registro das filmagens dos encontros da formação continuada	Análise Textual Discursiva
	7. Registro das filmagens da sala de aula das professoras investigadas (durante a formação); (Professoras L e K)	
	8. Observações Sistemáticas (Professoras L e K)	
	9. Diário de Campo do Pesquisador	
	10. Registros do WhatsApp	
Pós-diagnóstico	11. Pós-teste	Análise estatística descritiva e inferencial

Fonte: Dados do pesquisador (2023).

No Quadro 22 é descrito o *corpus* de análise qualitativa a partir dos instrumentos de coleta de dados.

Quadro 22 – *Corpus* da análise qualitativa

1. Registro das filmagens da sala de aula das professoras investigadas (antes e durante o ciclo formativo) (Professoras L e K)
2. Observações Sistemáticas (antes e durante o ciclo formativo) (Professoras L e K)
3. Registro das filmagens dos encontros da formação continuada; (Todos as participantes da formação continuada)
4. Registro das filmagens da sala de aula das professoras investigadas (durante); (Professoras L e K)
5. Registros do WhatsApp durante o ciclo formativo
6. Diário de Campo do Pesquisador

Fonte: Dados do pesquisador (2023).

No Quadro 23 é apresentado o *corpus* de análise quantitativa.

Quadro 23 – *Corpus* da análise quantitativa

1. Pré-testes aplicados aos estudantes das professoras L e K (grupo intervenção)
2. Pré-testes aplicados aos estudantes das professoras Q e P (grupo controle)
3. Pós-testes aplicados aos estudantes das professoras L e K (grupo intervenção)
4. Pós-testes aplicados aos estudantes das professoras Q e P (grupo controle)

Fonte: Dados do pesquisador (2023).

Uma vez explicado o contexto da pesquisa, a seleção das participantes e as etapas da pesquisa, na seguinte seção serão abordados os procedimentos de análise quantitativa e qualitativa bem como suas técnicas de construção.

3.5 Procedimentos de análise

A análise dos dados foi realizada a partir dos dados quantitativos, correspondentes à análise estatística dos pré e pós-testes, e dos dados qualitativos, coletados por meio das observações dos registros das filmagens das aulas das professoras investigados, dos encontros da formação continuada, das observações sistemáticas, do diário de campo do pesquisador e dos registros de WhatsApp. Dessa forma, são descritas tanto a análise quantitativa quanto a análise qualitativa.

3.5.1 Análise quantitativa e técnicas de construção

No início do ano letivo de 2022 as professoras da rede municipal, em parceria com a Secretaria Municipal de Educação (SME) do Município de Canoas, criaram os pré-testes na área de Matemática para a avaliação dos alunos das professoras participantes. Essas mesmas avaliações foram aplicadas após a formação das professoras (os pós-testes).

O pré-teste ocorreu em abril de 2022, sendo realizado por 40 estudantes (turmas B11 e C11) do grupo intervenção e 48 estudantes do grupo controle (turmas A13 e B13). O pós-teste foi aplicado em agosto do mesmo ano, com a participação de 31 estudantes do grupo intervenção e 40 estudantes do grupo controle. A redução no número de estudantes em ambos os grupos ocorreu devido a transferências e ausências no dia da aplicação do teste.

A correção dos pré e pós-testes foi realizada com base em uma ordem de valoração, conforme apresentada por Silva e Felicetti (2017), analisando as estratégias usadas pelos alunos, como o uso de dedos, pictografia, uma combinação de pictografia e algarismos, cálculo mental e uso de algoritmos. Adaptações foram feitas para atender à realidade das questões apresentadas, sendo as estratégias informadas pelas professoras participantes do ciclo formativo para que os alunos pudessem expressar essas abordagens nas provas, conforme exemplificado na Figura 25.

Figura 25 – Representação das estratégias: pictografia e algarismos

The image shows four math problems with handwritten student solutions. Each solution includes a pictograph (using vertical lines or symbols) and a numerical answer.

- Problem 5:** FERNANDA GANHOU DE ANIVERSÁRIO 3 BONECAS. ELA JÁ TINHA 13 BONECAS. COM QUANTAS BONECAS FERNANDA FICOU?
 Solution: Pictograph of 16 vertical lines. Answer: 16.
- Problem 6:** JOÃO TEM 7 REVISTAS COM HISTÓRIAS DA MÔNICA E 9 COM HISTÓRIAS DO CASCÃO. QUANTAS REVISTAS COM HISTÓRIAS DA MÔNICA E DO CASCÃO JOÃO TEM AO TODO?
 Solution: Pictograph of 16 vertical lines. Answer: 16.
- Problem 8:** NO FINAL DO JOGO DE CARTINHAS, PEDRO FICOU COM 14 CARTINHAS. PEDRO PERDEU 6 CARTINHAS NO JOGO. QUANTAS CARTINHAS PEDRO TINHA ANTES DE INICIAR O JOGO?
 Solution: Pictograph of 20 vertical lines. Answer: 20.
- Problem 9:** JOÃO GANHOU DE SUA AVÓ UM SACO COM 12 BISCOITOS. ALGUNS ERAM DE MAISENA E OUTROS DE POLVILHO. SETE BISCOITOS ERAM DE MAISENA. QUANTOS BISCOITOS ERAM DE POLVILHO?
 Solution: Pictograph of 5 vertical lines. Answer: 5.

Fonte: Dados do projeto Recontextualizar (2022).

Para a pontuação das estratégias utilizadas pelos alunos foram considerados acertos e erros, conforme ilustrado na Figura 26 a seguir. Os acertos foram avaliados com valores positivos que variavam de 1 a 6, correspondendo às seguintes estratégias: usou algoritmo (valor

6), usou cálculo mental (valor 5), pictografia e algoritmo (valor 4), pictografia (valor 3), uso de dedos (valor 2) e ausência de estratégia (valor 1).

Para os erros foram adotados valores negativos que variavam de -8 (menos oito) a 0 (zero), correspondendo às estratégias: uso do algoritmo (valor 0), cálculo mental (expressado no teste) (valor -1), uso de operação inversa (valor -2), erro na interpretação (valor -3), pictografia e algoritmo (valor -4), uso de pictografia (valor -5), uso de dedos (valor -6), ausência de estratégia (valor -7) e resposta em branco (valor -8)

Os valores positivos e negativos foram adotados para evidenciar o quanto os alunos avançaram em relação às estratégias empregadas na resolução das situações-problema. Ou seja, quanto maior o valor positivo maior o grau de complexidade no entendimento do aluno, e quanto menor o valor menor o grau de complexidade no entendimento. Por outro lado, as médias positivas representam níveis maiores de entendimento, logo de acertos, enquanto as médias negativas indicam níveis menores de entendimento, consequentemente de maiores erros.

Figura 26 – Legenda de acertos e erros para pontuação do pré-teste e pós-teste

LEGENDA			
	ACERTOS		ERROS
1	Ausência de estratégia	-8	Em branco
2	Usou os dedos (expressou isso no teste)	-7	Ausência de estratégia
3	Usou pictografia	-6	Usou os dedos (expressou no teste)
4	Usou pictografia + algoritmo	-5	Usou pictografia
5	Usou cálculo mental (expressou no teste)	-4	Usou pictografia + algoritmo
6	Usou algoritmo	-3	Errou a interpretação
		-2	Operação inversa
		-1	Usou cálculo mental (expressou no teste)
		0	Usou algoritmo

Fonte: Dados do projeto Recontextualizar (2022).

A partir da valoração apresentada na Figura 26 é possível analisar as estratégias utilizadas pelos alunos no pré-teste e no pós-teste por meio da análise quantitativa inferencial. O banco de dados foi construído no Excel, em uma planilha com linhas separadas por escola e categorizadas por turmas. As colunas foram constituídas pelas respostas das nove situações-problema dos pré-testes e pós-testes. A primeira situação-problema incluiu três itens: 1A, 1B e 1C.

Com essa organização no Excel foi realizada a análise comparativa entre o pré-teste e o pós-teste, considerando as questões e todas as turmas participantes. A valoração apresentada na

Figura 26 para as respostas foi utilizada para calcular a média ponderada (cada número valorado no cálculo representa a pontuação das estratégias), o desvio-padrão e os percentuais de cada questão, relacionados a cada aluno. Essa valoração permite identificar se os alunos melhoraram o desempenho, mantiveram ou apresentaram situações a melhorar.

A média da diferença entre as médias ponderadas no pré-teste e no pós-teste também foi calculada para cada questão e para o total das questões. A comparação entre as médias do pré-teste e do pós-teste foi realizada pelo teste *t de Student* para amostras pareadas, utilizando o comando TESTE.T do Excel, que calcula o nível de significância entre as médias das provas. O percentual de melhora e não melhora foi calculado, e a associação dessas proporções foi testada pelo qui-quadrado, utilizando a função do Excel: TESTE.QUIQUA.

Para essa análise foram adotados os seguintes critérios de significância estatística: valores de *p* menores que 0,05 foram considerados estatisticamente significativos (Bos, 2004).

Na seguinte seção explicaremos os procedimentos da análise qualitativa.

3.5.2 Análise qualitativa

Os dados qualitativos foram organizados em categorias *a priori* estabelecidas a partir das competências-chave do professor de Matemática, a Competência Matemática e a Competência de Análise e Intervenção Didática e os CADs. O objetivo dessas categorias é tornar o *corpus* de análise mais descritivo e interpretativo, trazendo significados para as ações analisadas no processo.

A análise das práticas docentes das professoras a partir das subcompetências do modelo CCDM, antes e durante o ciclo formativo, permitiu evidenciar os níveis de desenvolvimento das competências-chave alcançados por elas. Esses níveis foram estabelecidos com base nos CADs identificados nos excertos do *corpus* de análise. A seguir, na Figura 27, apresentamos a forma decorrente da análise *a priori* (ver seção 3.5.2.1) e suas categorias.

Figura 27 – Categorias *a priori*

Fonte: Elaborada pelo pesquisador (2024).

No Quadro 24 apresentadas é apresentado um exemplo das Competências-Chave do Professor¹⁶ de Matemática, pré-categorizado de acordo com as Competência de Análise e Intervenção Didática e Competência Matemática. Essa organização tem o intuito de caracterizar os conhecimentos relacionados às dimensões didática e metadidático-matemática do modelo CCDDM (Pino-Fan; Assis; Castro, 2015), redistribuindo-a em descritores das competências (Breda, Pino-Fan; Font, 2017; Pino-Fan; Font; Breda, 2017) apresentadas no *corpus* de análise de acordo com a caracterização do CCDDM, conforme Pino-Fan, Castro e Font (2023).

Os níveis de análise decorrentes das competências-chave das professoras e sua gradação serão analisados conforme os Quadros 9, 10, 11, 12, 14, 15 e 16, já apresentados nas seções 2.5.2 e 2.5.3 desta tese.

O Quadro 24 é um exemplo dos sete quadros usados na análise do *corpus* qualitativo. Este exemplo corresponde à Competência de Análise e Intervenção Didática referente à análise da atividade Matemática.

¹⁶ Explicadas, teoricamente, nas subseções 2.5.1, 2.5.2 e 2.5.3 desta tese.

Quadro 24 – Níveis do desenvolvimento da subcompetência de análise da atividade

Matemática do processo de instrução

L_n	Descrição dos Níveis	Excertos do <i>corpus</i>
L_0	Neste nível não se observam características que possam ser associadas à análise da atividade matemática. Por sua vez, na atividade matemática do docente observam-se práticas (operativas ou discursivas) consideradas incorretas do ponto de vista matemático. Também existem ambiguidades (na formulação de definições, procedimentos ou propriedades) que podem confundir os estudantes. Em particular, faz-se um mau uso das metáforas, o que pode provocar conflitos de aprendizagem.	
L_1	Ainda não se observam características que possam ser associadas à análise didática da atividade matemática; no entanto, no que diz respeito à intervenção didática, o docente já não experimenta o que é indicado em L_0 . Nenhuma prática matemática é considerada incorreta nem com ambiguidades (em definições, explicações, procedimentos, propriedades) que possam confundir os estudantes. As metáforas são utilizadas de forma mais controlada, embora as explicações, verificações ou demonstrações não sejam adaptadas ao nível educacional que está sendo ensinado.	
L_2	Além de L_1 , o docente promove o uso de diferentes formas de representação do objeto matemático em estudo e promove a discussão com os estudantes. As definições, procedimentos, propriedades e explicações são claras e corretas, assim como as verificações ou demonstrações adequadas ao nível educacional ao qual se destinam. O professor preocupa-se para que os alunos tenham conhecimentos prévios para estudar a matéria (seja verificando se já os aprenderam ou ensinando-os ele mesmo). Na atividade matemática realizada, no entanto, ainda não se observa a representatividade dos significados do objeto matemático a ser ensinado (Pino-Fan; Godino; Font, 2011, 2018). As características da análise didática da atividade matemática são observadas em determinados momentos, nos quais o docente reflete sobre sua atividade (ou a atividade de seu colega). Em particular, reconhece erros e ambiguidades matemáticas nas explicações, definições, proposições ou metáforas utilizadas (essa análise é realizada a partir do conhecimento de alguma ferramenta teórico-metodológica ainda não dominada, por exemplo, a configuração ontossemiótica, ou com a experiência adquirida ao longo de anos de serviço docente).	
L_3	O docente conhece e sistematiza o uso de algumas ferramentas teórico-metodológicas (por exemplo, configuração ontossemiótica) para introduzir sua intervenção e realizar a análise didática da atividade matemática realizada. Além do descrito em L_2 , prevê e utiliza diferentes procedimentos e argumentos diante de uma mesma situação problemática. Sugere tarefas e explicações que promovem diferentes significados matemáticos do objeto em estudo e utiliza contextos intra e extramatemáticos que promovem uma riqueza de significados. Ao aplicar a análise didática, o docente identifica tanto os elementos-chave presentes na atividade matemática – representações, conceitos/definições, propriedades/proposições, procedimentos e argumentos – quanto os significados utilizados pelos estudantes, identificando conflitos de significado nos estudantes. Ajuda, no entanto, a propor alternativas para superar esses conflitos. Além disso, promove e identifica processos matemáticos e cognitivos relevantes para a atividade matemática (por exemplo, generalização, modelagem, argumentação, resolução de problemas, conexões intra e extramatemáticas, mudanças de representação e conjecturas). Dessa forma, garante a adaptação curricular às diferenças dos estudantes.	

Fonte: Adaptado de Pino-Fan; Castro; Font (2023, p. 1.419).

No Quadro 24 é possível visualizar a descrição dos níveis a serem considerados na análise do *corpus*, que é formado pelas observações realizadas nas aulas das professoras K e L, além

das anotações feitas durante o ciclo formativo. Para cada nível são associadas as competências-chave das professoras de Matemática presentes no *corpus* de análise, de acordo com o modelo CCDDM, que se desdobram nas competências Matemática e de Análise e Intervenção Didática.

A valoração dos níveis é realizada pela identificação dos níveis nas linhas L_0 , L_1 , L_2 e L_3 , apresentadas em todos os Quadros (Quadro 9 ao Quadro 16, seção 2.5) das competências-chave do professor de Matemática. Os níveis são representados pelas linhas L_n , sendo n o valor dos níveis, com $0 \leq n \leq 3$, graduados conforme a características dos excertos. No Quadro 25 trazemos um exemplo de como realizamos a valoração do nível de competência das professoras participantes.

No Quadro 25, a seguir, apresentamos um exemplo de como foi realizada a ferramenta de configuração dos níveis das competências-chave no decorrer da análise qualitativa. Este exemplo fez parte da configuração do Nível da Subcompetência da Análise da Atividade Matemática antes da instrução no modelo CCDDM, apresentado no Quadro 27 na subseção 4.2.1.1.1.1.

Quadro 25 – Exemplo de ferramenta para valoração dos níveis da Subcompetência da Análise da Atividade Matemática

COMPETÊNCIA DE ANÁLISE E INTERVENÇÃO DIDÁTICA	CAD	Erros e Ambiguidades	Indicadores	Característica	Evidências	Nível
	Epistêmico		– As definições do objeto matemático a ser ensinado (valor posicional dos números) não são claras nem acessíveis aos estudantes. – As definições e procedimentos não são claros nem corretos, e não estão adaptados ao nível educacional para o qual são direcionados. – Não são apresentadas as diferentes representações e suas conexões (concreta, pictórica e simbólica) para o nível educacional dado. – Não são propostas situações em que os alunos precisam gerar ou negociar definições, representações, proposições ou procedimentos.	Neste nível não se observam características que possam ser associadas à análise da atividade matemática. Por sua vez, na atividade matemática do docente observam-se práticas (operativas ou discursivas) consideradas incorretas do ponto de vista matemático. Também existem ambiguidades (na formulação de definições, procedimentos ou propriedades) que podem confundir os estudantes. Em particular, faz-se um mau uso das metáforas, o que pode provocar conflitos de aprendizagem	<i>A professora L começa a explicar o que são contas de adição, chamando-as de “continhas de mais”. Não retoma as noções básicas do sistema decimal como unidade, dezena e centena. Ao somar a professora L usa termos como “pegar” o risquinho, posto que ela está riscando no quadro.</i> <i>A professora K utiliza o material dourado, mas chama cada peça de cubinhos, barrinhas e placas, não relacionando com o valor numérico posicional.</i>	L_0

Fonte: Elaborado pelo pesquisador (2024).

Essas competências-chave fazem parte da análise das práticas das professoras em exercício em dois momentos distintos: (1) antes da instrução do modelo CCDM; e (2) durante a instrução do modelo CCDM. Os níveis identificados nas categorias *a priori* estabelecem um conjunto de indicadores observáveis que permitem avaliar o grau de adequação de cada um dos critérios. A categorização *a priori* permitiu estabelecer categorias que relacionassem quais competências-chave do professor de Matemática são apresentadas antes da instrução do modelo CCDM e durante a instrução do modelo CCDM.

No Quadro 26, fundamentado em Godino *et al.* (2017) e Godino (2011), apresentamos a descrição das categorias *a priori* estabelecidas pelos CADs com a intenção de produzir unidades de significado que estabeleçam uma estrutura textual interpretativa fundamentada na Abordagem Ontossemiótica do Conhecimento e da Instrução Matemática (AOS).

Quadro 26 – Ferramenta de organização das categorias estabelecidas pelos CADs

Categorias (CAD)	O que analisar	Componentes	Indicadores*
Epistêmico	Os dados apresentam se a Matemática está correta, precisa e atualizada; se os objetos matemáticos (situações-problema, definições, representações, proposições, procedimentos, etc.) são ensinados de forma clara e acessível ao estudante.	Situações-problema	– Uma amostra representativa e articulada de situações de contextualização, exercício e aplicação; – São propostas situações geradoras de problemas (problematização).
		Linguagens	– Utilização de diferentes modos de expressão Matemática (verbal, gráfica, simbólica...), traduções e conversões entre eles; – Nível de linguagem adequado às crianças a que se dirige; – São propostas situações de expressão e interpretação Matemática.
		Regras (definições, proposições, procedimentos)	– As definições e procedimentos são claros e corretos, e estão adaptados ao nível educacional para a qual são direcionados; – São apresentadas as afirmações e procedimentos fundamentais do tema para o nível dado educacional; – São propostas situações em que os alunos têm de gerar ou negociar definições, proposições ou procedimentos.
		Relações	– Objetos matemáticos (situações-problema, definições, proposições, representações, etc.) estão relacionados e eles se conectam entre si.
		Alfabetização Matemática	– Processo de aprender a ler e escrever a linguagem Matemática, compreendendo os conceitos básicos da área para interpretar problemas matemáticos e realizar cálculos.
Cognitivo	Os dados apresentam se o professor estabeleceu o que é planejado antes do início do processo de instrução, relacionando-o partir do conteúdo, habilidades e competências que os alunos já se apropriaram e se, após o processo, as aprendizagens adquiridas estão próximas do que se pretendia ensinar. Este CAD permite que o professor adapte seu planejamento, se	Conhecimento prévio	– Os alunos possuem os conhecimentos prévios necessários para estudar o tópico (ou eles foram estudados anteriormente ou o professor planeja seu estudo); – Os conteúdos pretendidos podem ser alcançados (têm dificuldade gerenciável) em seus vários componentes.
		Adaptações curriculares às diferenças individuais	– Atividades de expansão e reforço estão incluídas; – O acesso e o desempenho de todos os alunos são promovidos.

	necessário, para peculiaridades de cada estudante, como alunos com necessidades especiais e com altas habilidades.	Aprendizagem	– As diversas modalidades de avaliação indicam que os alunos atingem os apropriados de conhecimento, compreensão e competências pretendido; – Compreensão conceitual e proposicional; competência comunicativa e argumentativa; fluxo processual; compreensão situacional; competência metacognitiva; – A avaliação leva em consideração diferentes níveis de compreensão e competência; – Os resultados das avaliações são divulgados e utilizados para as tomadas de decisão.
		Alfabetização Matemática	Planejamento para compreender o que se lê e escreve, base para as primeiras noções de lógica, de aritmética e geometria.
De Interação	Os dados onde haja interações onde o professor soluciona as dúvidas e dificuldades dos alunos.	Interação docente-discente	– O professor faz uma apresentação adequada do tema (clara e bem-organizada, não fala muito rápido, enfatiza conceitos-chave do tema, etc.); – Reconhece e resolve conflitos dos alunos (perguntas são feitas e respostas apropriadas, etc.); – Procuramos chegar a um consenso com base no melhor argumento; – Vários recursos retóricos e argumentativos são usados para implicar e capturar a atenção dos alunos; – A inclusão dos alunos na dinâmica da aula é facilitada.
	Os dados em que os estudantes interagem uns com os outros de forma inclusiva e motivadora no decorrer do processo instrucional.	Interação entre alunos	– O diálogo e a comunicação entre os alunos são incentivados; – Eles tentam convencer a si mesmos e aos outros da validade de suas crenças, declarações, conjecturas e respostas, baseadas em argumentos Matemáticos; – A inclusão no grupo é incentivada e a exclusão é evitada.
		Autonomia	– São contemplados momentos em que os alunos assumem a responsabilidade do estudo (levantam dúvidas e apresentam soluções; - explorar exemplos e contraexemplos para investigar e conjecturar; (eles usam uma variedade de ferramentas para raciocinar, fazer conexões, resolver problemas e comunicá-los)
		Avaliação Formativa	– Observação sistemática do progresso cognitivo dos alunos.
De Meios	Os dados em que ocorre a adequação dos recursos materiais e temporais utilizados no processo instrucional.	Recursos materiais (material concreto, calculadoras, computadores)	– Usa-se materiais concretos, <i>softwares</i> e aplicativos para apresentar boas situações, linguagens, procedimentos e argumentos adaptados ao conteúdo pretendido;
		Número de alunos, horário e condições de sala de aula	– As definições e propriedades são contextualizadas e motivadas usando situações concretas e modelos e visualizações.

	Os dados em que é utilizado recursos de tecnologia digital.		
	Os dados onde ocorre a adaptação da sala de aula para melhorar a explicação e o andamento do processo instrucional.		
Afetivo	Os dados em que exista o comprometimento (interesses e motivações) dos alunos durante o processo de instrução. Os dados onde ocorre a valorização da autonomia do estudante no processo instrucional.	Interesses e necessidades	– As tarefas são de interesse dos alunos; – São propostas situações que permitem avaliar a utilidade da Matemática na vida diária e profissional.
		Atitudes	– Promove-se a participação em atividades, perseverança, responsabilidade, etc. – A argumentação é favorecida em situações de igualdade; o argumento é valor em si e não por quem o diz.
		Emoções	– Promove-se a autoestima, evitando rejeição, fobia ou medo de Matemática; – As qualidades estéticas e de precisão da Matemática são destacadas.
Ecológico	Os dados que demonstrem a presença do projeto educacional do centro, além das diretrizes curriculares e das condições do entorno social e profissional.	Adaptação ao currículo	Os conteúdos, a sua aplicação e avaliação correspondem às diretrizes curriculares.
		Abertura à inovação Didática	– Inovação baseada na pesquisa e na prática reflexiva; – Integração de novas tecnologias (calculadoras, computadores, TIC, etc.) no projeto educacional vigente.
		Adaptação social profissional e cultural	– Os conteúdos contribuem para a formação socioprofissional do Estudantes.
		Educação em valores	Está contemplada a formação em valores democráticos e pensamento crítico.
		Conexões intra e interdisciplinares	– Os conteúdos estão relacionados com outros conteúdos intra e interdisciplinares.

* Os indicadores do Quadro 26 foram utilizados na análise qualitativa da configuração das subcompetências das Competências-Chave (Quadro 27 ao Quadro 44). Esses indicadores permitiram a identificação dos CADs, das características e das evidências necessárias para a configuração dos níveis de desenvolvimento das Competências-Chave do grupo intervenção.

Fonte: Elaborado pelo pesquisador (2024).

A partir dessas categorias é possível avaliar as adequações didáticas apresentadas pelas professoras. Para isso, foi realizada a avaliação por meio das competências-chave do professor de Matemática, conforme apresentado por Pino-Fan, Castro e Font (2023), utilizando o modelo CCDM. Esse modelo permite estabelecer os níveis de análise do desenvolvimento das competências inerentes à prática profissional do professor.

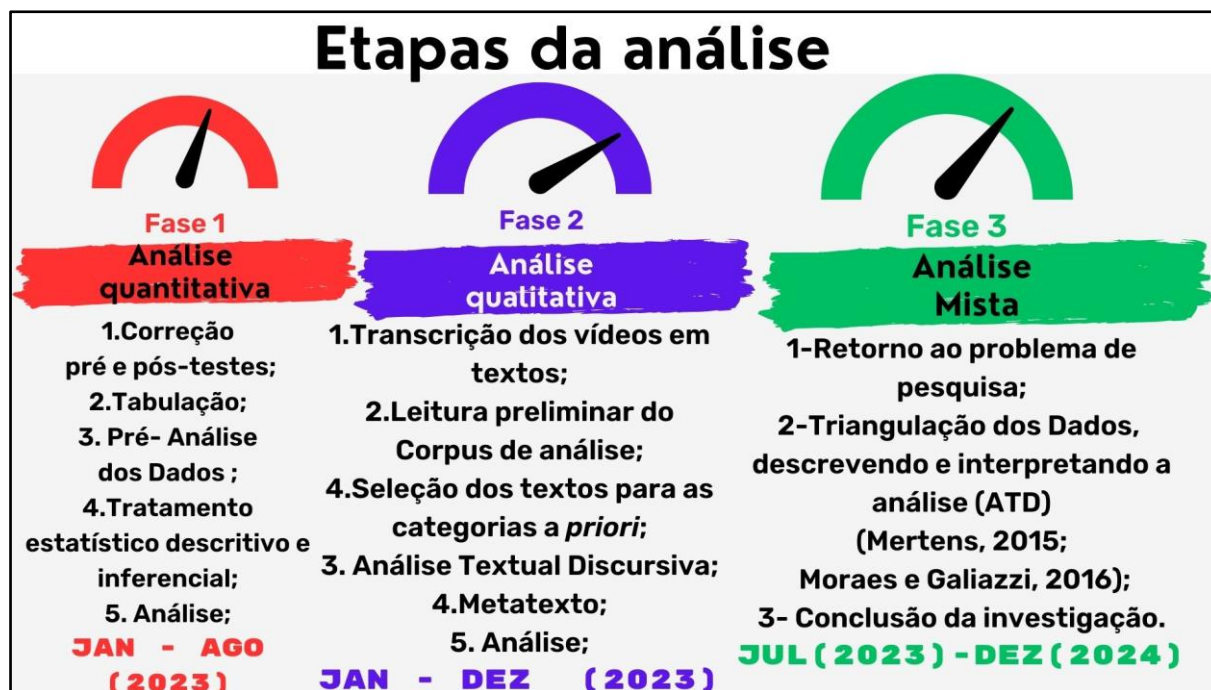
3.5.2.1 Análise textual discursiva

A escolha da Análise Textual Discursiva (ATD), segundo Moraes e Galiuzzi (2007), para a análise qualitativa dos dados, permitiu ao pesquisador percorrer os seguintes passos metodológicos:

- (1) escolha dos CADs como categorias *a priori*. A escolha dos CADs como categoria *a priori* de análise justifica-se pelo fato de que foi a ferramenta teórica explicada às participantes durante o ciclo formativo;
- (2) configuração das Competências-chave apresentadas pelas professoras do grupo intervenção a partir das categorias *a priori* (1). Para isso, em primeiro lugar, foi realizada a unitarização dos excertos do *corpus* qualitativo e, em segundo lugar, foram extraídas as unidades de sentido que foram relacionadas tanto com os Critérios de Adequação Didática, seus componentes e indicadores (Quadro 26), quanto com as subcompetências da Competência Matemática e de Análise e Intervenção Didática do modelo CCDM;
- (3) formação dos metatextos das categorias de análise: Alfabetização (4.3.1) e Alfabetização Matemática (4.3.2) (Figura 72) a partir da triangulação entre os resultados extraídos do passo 2, as competências da BNCC e BNC-Formação (Quadro 45) e os resultados extraídos da análise quantitativa (4.2).

A Figura 28, a seguir, apresenta o mapa organizacional da análise, demonstrando resumidamente as etapas do processo.

Figura 28 – Mapa organizacional da análise



Fonte: Elaborada pelo pesquisador (2023).

As etapas foram planejadas desta forma devido aos dados coletados serem realizados em 2022.

4 ANÁLISE DOS DADOS EMPÍRICOS

Neste capítulo apresentamos os resultados da pesquisa por meio da análise dos dados empíricos, estruturando-o em duas partes.

A primeira, intitulada Análise quantitativa do pré-teste e do pós-teste (4.1), aborda as análises do pré-teste e pós-teste do grupo intervenção e do grupo controle.

A segunda, Análise qualitativa (4.2), apresenta os metatextos resultantes da interpretação das categorias, previamente definidas pelas Competências-Chave e os CADs do modelo CCDM. Aqui são apresentadas a Configuração das Competências-Chave do grupo intervenção, antes e durante o ciclo formativo (4.2.1). Para isso, detalha-se, em primeiro lugar, a configuração do nível de desenvolvimento da **Competência de Análise e Intervenção Didática** (4.2.1.1) a partir das suas subcompetências: *Análise da Atividade Matemática*, *Análise e Gestão das Interações*, *Análise, Utilização e Gestão de Recursos* e a *Análise e Valoração da Adequação Didática*; e, em segundo lugar, a configuração do nível de desenvolvimento da **Competência Matemática** (4.2.1.2) e suas subcompetências: *Resolução de Tarefas*, *Proposição de Problemas* e *Análise das Práticas para Resolução de Problemas*. Finalmente apresenta-se a categoria emergente - articulação entre os resultados quantitativos, a configuração das competências-chave das participantes do grupo intervenção e as competências da BNCC e BNC-Formação (4.3) e as categorias de análise: Alfabetização (4.3.1) e Alfabetização Matemática (4.3.2) seguido das considerações da categoria emergente (4.3.3).

4.1 Análise quantitativa do pré-teste e do pós-teste

As análises estatísticas do pré-teste e do pós-teste foram realizadas com o banco de dados construído no Excel. A partir da correção dos pré-testes e pós-testes, foi possível tabular os resultados conforme a legenda de acertos da Figura 26¹⁷, permitindo, assim, analisar o desempenho dos alunos cujas professoras participaram da formação continuada no modelo CCDM. As técnicas de construção e análise de dados seguiram o descrito na seção 3.5.1.

A análise comparativa entre o pré-teste e o pós-teste teve como objetivo verificar se os alunos enquadram-se nos critérios de “a melhorar”, “manteve” ou “melhorou”, observando se houve evolução após o ciclo formativo. Entre as questões e as turmas de intervenção e controle,

¹⁷ Figura 26, apresentada no Capítulo 3.

a avaliação das provas permitiu o cálculo da média (cada número representou a soma da pontuação das estratégias), do desvio-padrão e dos percentuais de cada questão, considerando os alunos que melhoraram o desempenho, mantiveram o valor no pós-teste ou apresentaram necessidade de melhoria. A mesma comparação foi realizada em relação ao número de alunos que acertaram (pontuação maior ou igual a zero) ou não acertaram (pontuação menor que zero).

Nas Tabelas 1, 2 e 3 estão apresentados os resultados do teste *t de Student* para amostras pareadas, que comparam o pré-teste e o pós-teste de cada aluno. Na Tabela 1 observamos a média de acertos no pré e pós-teste, o desvio padrão (dp), a diferença entre eles e o nível de significância (p) do grupo controle.

Tabela 1 – Grupo Controle: resultados da média, desvio padrão, diferença das médias e desvio padrão e nível de significância

Pergunta	Pré-teste (média±dp)	Pós-teste (média±dp)	Diferença (média±dp)	p*
Questão 1A	0,60±2,02	-0,50±3,31	-1,10±3,59	0,057
Questão 1B	-2,83±4,17	-2,48±3,86	0,35±5,4	0,698
Questão 1C	-0,23±3,12	-0,43±3,22	-0,2±4,03	0,778
Questão 2	-5,35±3,23	-2,05±3,78	3,3±3,92	<0,001
Questão 3	-2,13±3,97	-0,5±3,05	1,63±5,43	0,043
Questão 4	-3,2±4,27	-1,18±3,64	2,03±5,99	0,025
Questão 5	1,18±4,62	0,4±2,99	-0,78±5,66	0,164
Questão 6	1,53±4,51	-0,48±3,88	-2±5,85	0,037
Questão 7	-1,5±5,05	-0,58±3,39	0,93±5,29	0,296
Questão 8	-2,18±4,93	-1,9±3,83	0,28±6,62	0,781
Questão 9	-2,35±4,9	-0,95±4,01	1,4±6,2	0,166

*Teste t pareado *de Student*, em cada questão.

Fonte: Dados do pesquisador (2024).

No grupo controle os resultados (média±dp) do pré-teste das questões 1A (0,60±2,02), 5 (1,18±4,62) e 6 (1,53±4,51), referentes à habilidade EF03MA06, apresentaram médias positivas, decorrentes do cálculo realizado de acordo com a valoração atribuída na Figura 16 (p. 106). As demais questões tiveram médias negativas, o que demonstra que as médias do pós-

teste foram bem superiores. As questões com menor média de acertos no pré-teste foram a questão 2 ($-5,35 \pm 3,23$), referente à habilidade EF03MA22, e a questão 4 ($-3,2 \pm 4,27$), referente à habilidade EF03MA10.

No pós-teste a questão 5 ($0,4 \pm 2,99$) foi a única que apresentou resultado positivo, porém sem significância estatística na comparação com o pré-teste ($p=0,164$). A diferença foi estatisticamente significativa na questão 2 ($p<0,001$), questão 3 ($p=0,043$), questão 4 ($p=0,025$) e questão 6 ($p=0,037$), evidenciando que a diferença das médias dessas questões indicou mudanças positivas do pré-teste para o pós-teste. As questões 1A ($p=0,057$), 5 ($p=0,164$) e 9 ($p=0,166$) apresentaram valores próximos da significância estatística, o que, segundo Bos (2004), é indicativo de significância, pois, com uma amostra maior, a probabilidade de atingir $p<0,05$ é alta. Na Tabela 2 observamos a média de acertos no pré e pós-teste, desvio padrão (dp) diferença entre eles e o nível de significância (p) do grupo intervenção.

Tabela 2 – Grupo Intervenção: resultados da média, desvio padrão, diferença das médias e desvio padrão e nível de significância

Pergunta	Pré-teste	Pós-teste (média±dp)	Diferença (média±dp)	p*
Questão 1A	0,13±2,95	-0,71±3,55	-0,84±2,15	0,314
Questão 1B	-4,29±4,08	-2,74±4,59	1,55±5,89	0,163
Questão 1C	-1,45±4,01	-0,19±3,57	1,26±4,88	0,194
Questão 2	-4,03±3,81	-1,68±3,84	2,35±5,7	0,017
Questão 3	-2,1±4,12	0,13±2,4	2,23±4,36	0,039
Questão 4	-5±3,63	0,35±1,5	5,35±4,35	<0,001
Questão 5	0,52±4,89	0,45±3,13	-0,06±5,52	0,702
Questão 6	-0,55±5,04	-0,16±3,53	0,39±6,4	0,727
Questão 7	-2,48±4,68	0,42±3,2	2,9±6,16	0,006
Questão 8	-2,35±4,62	-0,32±3,2	2,03±5,73	0,019
Questão 9	-3,52±4,57	0,48±2,58	4±5,62	<0,001

*Teste t pareado de Student, em cada questão.

Fonte: Dados do pesquisador (2024).

No grupo intervenção os resultados positivos do pré-teste apareceram nas questões 1A ($0,13 \pm 2,95$) e 5 ($0,52 \pm 4,89$), referentes à habilidade EF03MA06. As questões com valores mais distantes de acertos foram a 4 ($-5 \pm 3,63$), a 1B ($-4,29 \pm 4,08$) e a 2 ($-4,03 \pm 3,81$), correspondentes às habilidades EF03MA10, EF03MA06 e EF03MA22, respectivamente.

No pós-teste as questões 3 ($0,13 \pm 2,4$), 4 ($0,35 \pm 1,5$), 5 ($0,45 \pm 3,13$), 7 ($0,42 \pm 3,2$) e 9 ($0,48 \pm 2,58$), referentes às habilidades EF03MA02, EF03MA10 e EF03MA06, apresentaram resultados positivos. A diferença foi estatisticamente significativa nas questões 2 ($p=0,017$), 3 ($p=0,039$), 4 ($p<0,001$), 7 ($p=0,006$), 8 ($p=0,019$) e 9 ($p<0,001$). A questão 1B ($p=0,163$) apresentou valores próximos da significância. As médias foram negativas nas questões 1A ($-0,84 \pm 2,15$) e 5 ($-0,06 \pm 5,52$). Considerando todas as questões do grupo controle e do grupo intervenção, apresentamos, na Tabela 3, o resultado geral da média de acertos no pré e pós-teste, o desvio padrão (dp), a diferença entre eles e o nível de significância (p).

Tabela 3 – Diferença nas médias dos acertos em todas as questões antes e após a intervenção e a média da diferença entre as duas avaliações no grupo controle e intervenção

Grupo	Pré-teste (média±dp)	Pós-teste (média±dp)	Diferença (média±dp)	p*
Controle	6,08±2,8	7,63±3,11	1,55±4,14	0,022
Intervenção	5,35±3,07	8,65±2,2	3,29±3,88	<0,001

*Teste t pareado *de Student*, em cada questão.

Fonte: Dados do pesquisador (2024).

Verificamos, na Tabela 3, que ambos os grupos apresentaram uma média de diferença positiva, conforme a análise estatística realizada. O grupo controle teve uma média maior no pré-teste, sendo 6,08, em comparação com 5,35 do grupo intervenção. No pós-teste o grupo intervenção apresentou uma média superior, com 8,65, enquanto o grupo controle obteve 7,63. Observa-se que ambos os grupos tiveram um aumento nas médias no pós-teste, o que era esperado, uma vez que todos os alunos continuaram participando de aulas e atividades relacionadas ao processo de ensino, seja por meio de outras metodologias ou por uma aprendizagem natural, uma vez que todos os estudantes continuaram sendo estimulados a aprender.

A análise estatística mostrou que a diferença entre as médias do grupo intervenção foi maior que a do grupo controle, com um *p-valor* estatisticamente significativo, indicando que a média da diferença encontrada no grupo intervenção foi superior à média esperada para o grupo controle. Muitos fatores podem ter contribuído para esse resultado, como o desenvolvimento das competências-chave das professoras de Matemática na formação continuada, o aprofundamento no conhecimento das habilidades Matemáticas e o envolvimento com a pesquisa.

Nas Tabelas 4 e 5 apresentamos a distribuição dos participantes nos grupos controle e intervenção em relação ao acerto de cada questão nos pré-testes e pós-testes, assim como a mudança no desempenho entre as avaliações. O teste aplicado foi o qui-quadrado, utilizado para calcular o nível de significância entre as médias das provas, verificando se a frequência observada desvia-se significativamente ou não da frequência esperada.

Tabela 4 – Teste qui-quadrado grupo controle – distribuição dos participantes em cada um dos grupos quanto ao acerto no pré-teste e pós-teste

Questão	Acertou (F.(%))	Não Acertou (F.(%))	Total (F.(%))	P
Questão 1A (pré-teste)	38(95%)	2(5%)	40(56,34%)	0,235
Questão 1A (pós-teste)	33(82,5%)	7(17,5%)	40(56,34%)	0,841
Questão 1B (pré-teste)	22(55%)	18(45%)	40(56,34%)	0,418
Questão 1B (pós-teste)	20(50%)	20(50%)	40(56,34%)	0,893
Questão 1C (pré-teste)	34(85%)	6(15%)	40(56,34%)	0,084
Questão 1C (pós-teste)	33(82,5%)	7(17,5%)	40(56,34%)	0,841
Questão 2 (pré-teste)	6(15%)	34(85%)	40(56,34%)	0,084
Questão 2 (pós-teste)	22(55%)	18(45%)	40(56,34%)	0,595
Questão 3 (pré-teste)	24(60%)	16(40%)	40(56,34%)	0,912
Questão 3 (pós-teste)	31(77,5%)	9(22,5%)	40(56,34%)	0,503
Questão 4 (pré-teste)	20(50%)	20(50%)	40(56,34%)	0,039
Questão 4 (pós-teste)	29(72,5%)	11(27,5%)	40(56,34%)	0,255
Questão 5 (pré-teste)	29(72,5%)	11(27,5%)	40(56,34%)	0,887
Questão 5 (pós-teste)	35(87,5%)	5(12,5%)	40(56,34%)	0,960
Questão 6 (pré-teste)	31(77,5%)	9(22,5%)	40(56,34%)	0,079
Questão 6 (pós-teste)	30(75%)	10(25%)	40(56,34%)	0,572
Questão 7 (pré-teste)	16(40%)	24(60%)	40(56,34%)	0,502
Questão 7 (pós-teste)	29(72,5%)	11(27,5%)	40(56,34%)	0,135
Questão 8 (pré-teste)	10(25%)	30(75%)	40(56,34%)	0,500
Questão 8 (pós-teste)	17(42,5%)	23(57,5%)	40(56,34%)	0,001
Questão 9 (pré-teste)	17(42,5%)	23(57,5%)	40(56,34%)	0,378
Questão 9 (pós-teste)	26(65%)	14(35%)	40(56,34%)	0,013

Fonte: Dados do pesquisador (2024).

Observamos significância no teste qui-quadrado para o grupo controle na distribuição dos participantes em relação ao acerto no pré-teste e no pós-teste nas questões 1C (pré-teste), 4 (pré-teste) e 6 (pré-teste). Além disso, essas questões também apresentaram significância no teste t

de Student, confirmando sua evolução do pré-teste para o pós-teste. As questões 7 (pós-teste), 8 (pós-teste) e 9 (pós-teste) também mostraram significância. Embora as questões 7 e 8 não tenham alcançado significância no teste t de Student, suas médias evoluíram. Já a questão 9 manteve a significância tanto no teste t de Student quanto na evolução das médias.

Tabela 5 – Teste qui-quadrado grupo intervenção – distribuição dos participantes em cada um dos grupos quanto ao acerto no pré-teste e pós-teste

Questão	Acertou (F.(%))	Não Acertou (F.(%))	Total (F.(%))	P
Questão 1A (pré-teste)	27(87,1%)	4(12,9%)	31(43,66%)	0,235
Questão 1A (pós-teste)	25(80,65%)	6(19,35%)	31(43,66%)	0,841
Questão 1B (pré-teste)	20(64,52%)	11(35,48%)	31(43,66%)	0,418
Questão 1B (pós-teste)	16(51,61%)	15(48,39%)	31(43,66%)	0,893
Questão 1C (pré-teste)	21(67,74%)	10(32,26%)	31(43,66%)	0,084
Questão 1C (pós-teste)	25(80,65%)	6(19,35%)	31(43,66%)	0,841
Questão 2 (pré-teste)	10(32,26%)	21(67,74%)	31(43,66%)	0,084
Questão 2 (pós-teste)	19(61,29%)	12(38,71%)	31(43,66%)	0,595
Questão 3 (pré-teste)	19(61,29%)	12(38,71%)	31(43,66%)	0,912
Questão 3 (pós-teste)	26(83,87%)	5(16,13%)	31(43,66%)	0,503
Questão 4 (pré-teste)	8(25,81%)	23(74,19%)	31(43,66%)	0,039
Questão 4 (pós-teste)	26(83,87%)	5(16,13%)	31(43,66%)	0,255
Questão 5 (pré-teste)	22(70,97%)	9(29,03%)	31(43,66%)	0,887
Questão 5 (pós-teste)	27(87,1%)	4(12,9%)	31(43,66%)	0,960
Questão 6 (pré-teste)	18(58,06%)	13(41,94%)	31(43,66%)	0,079
Questão 6 (pós-teste)	25(80,65%)	6(19,35%)	31(43,66%)	0,572
Questão 7 (pré-teste)	10(32,26%)	21(67,74%)	31(43,66%)	0,502
Questão 7 (pós-teste)	27(87,1%)	4(12,9%)	31(43,66%)	0,135
Questão 8 (pré-teste)	10(32,26%)	21(67,74%)	31(43,66%)	0,500
Questão 8 (pós-teste)	25(80,65%)	6(19,35%)	31(43,66%)	0,001
Questão 9 (pré-teste)	10(32,26%)	21(67,74%)	31(43,66%)	0,378
Questão 9 (pós-teste)	28(90,32%)	3(9,68%)	31(43,66%)	0,013

Fonte: Dados do pesquisador (2024).

Na Tabela 5 percebemos a significância no teste qui-quadrado para o grupo intervenção na distribuição dos participantes em relação ao acerto no pré-teste e no pós-teste nas questões 1C (pré-teste), 2 (pré-teste), 4 (pré-teste) e 6 (pré-teste). Além disso, essas questões também apresentaram significância no teste t de Student, especificamente nas questões 1C e 2,

confirmando sua evolução do pré-teste para o pós-teste. As questões 7 (pós-teste), 8 (pós-teste) e 9 (pós-teste) apresentaram significância tanto no teste qui-quadrado quanto no teste t de Student, e suas médias também evoluíram.

As Tabelas 6 e 7 apresentam os resultados do teste qui-quadrado para os grupos controle e intervenção, analisando a distribuição dos participantes em relação à mudança no acerto entre as avaliações de cada questão nos pré-testes e pós-testes.

Tabela 6 – Teste qui-quadrado: grupo controle – distribuição dos participantes em cada um dos grupos quanto à mudança no acerto entre as avaliações em cada questão dos pré-testes e pós-testes

Questão	A melhorar (F.(%))	Manteve (F.(%))	Melhorou (F.(%))	Total	P
Questão 1ª	6(15%)	33(82,5%)	1(2,5%)	40(56,34%)	0,375
Questão 1B	14(35%)	12(30%)	14(35%)	40(56,34%)	0,538
Questão 1C	6(15%)	30(75%)	4(10%)	40(56,34%)	0,018
Questão 2	5(12,5%)	10(25%)	25(62,5%)	40(56,34%)	0,493
Questão 3	7(17,5%)	18(45%)	15(37,5%)	40(56,34%)	0,866
Questão 4	7(17,5%)	14(35%)	19(47,5%)	40(56,34%)	0,075
Questão 5	18(45%)	12(30%)	10(25%)	40(56,34%)	0,594
Questão 6	20(50%)	11(27,5%)	9(22,5%)	40(56,34%)	0,212
Questão 7	16(40%)	5(12,5%)	19(47,5%)	40(56,34%)	0,123
Questão 8	19(47,5%)	3(7,5%)	18(45%)	40(56,34%)	0,246
Questão 9	15(37,5%)	5(12,5%)	20(50%)	40(56,34%)	0,067

Fonte: Dados do pesquisador (2024).

Observamos, na Tabela 6, a significância das questões 1C, 4, 7 e 9. Houve uma melhora nas questões 4 (47,5%), 7 (47,5%), 8 (45%) e 9 (50%), com significância observada nas questões 4, 7 e 9.

Tabela 7 – Teste qui-quadrado: grupo intervenção – distribuição dos participantes em cada um dos grupos quanto à mudança no acerto entre as avaliações em cada questão dos pré-testes e pós-testes

Questão	A melhorar (F.(%))	Manteve (F.(%))	Melhorou (F.(%))	Total	P
Questão 1A	8(25,81%)	23(74,19%)	0(0%)	31(43,66%)	0,375
Questão 1B	11(35,48%)	6(19,35%)	14(45,16%)	31(43,66%)	0,538
Questão 1C	6(19,35%)	14(45,16%)	11(35,48%)	31(43,66%)	0,018
Questão 2	7(22,58%)	8(25,81%)	16(51,61%)	31(43,66%)	0,493
Questão 3	4(12,9%)	15(48,39%)	12(38,71%)	31(43,66%)	0,866
Questão 4	3(9,68%)	5(16,13%)	23(74,19%)	3(9,68%)	0,075
Questão 5	11(35,48%)	9(29,03%)	11(35,48%)	31(43,66%)	0,594
Questão 6	12(38,71%)	6(19,35%)	13(41,94%)	31(43,66%)	0,212
Questão 7	6(19,35%)	3(9,68%)	22(70,97%)	6(19,35%)	0,123
Questão 8	10(32,26%)	1(3,23%)	20(64,52%)	10(32,26%)	0,246
Questão 9	4(12,9%)	5(16,13%)	22(70,97%)	31(43,66%)	0,067

Fonte: Dados do pesquisador (2024).

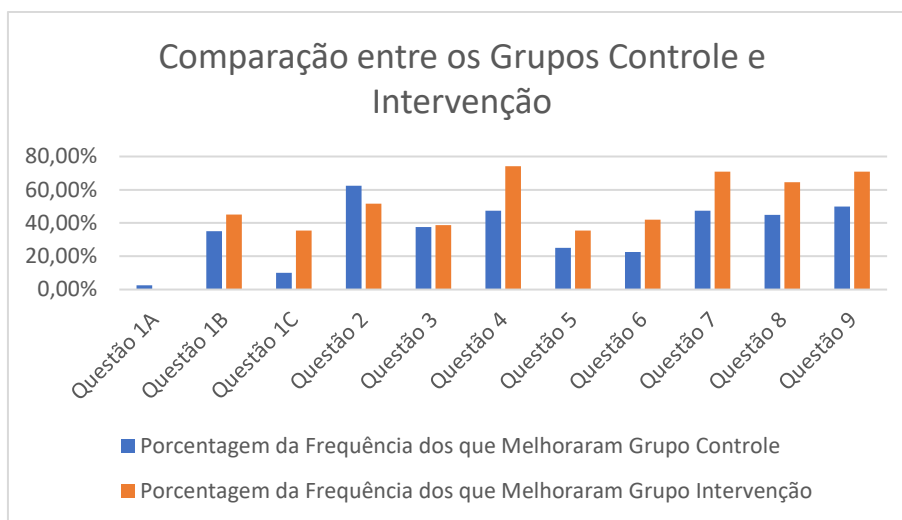
Na Tabela 7 percebemos significância nas questões 1C, 4, 7 e 9. Houve uma melhora nas questões 1B (45,16%), 2 (51,61%), 8 (64,52%) e 9 (70,97%), com significância nas questões 1C, 4, 7 e 9.

Notamos que entre os grupos controle e intervenção há diferenças, em que o grupo intervenção apresentou maior significância nos resultados da distribuição dos participantes em relação ao acerto no pré-teste e pós-teste. O grupo controle, por sua vez, teve um melhor desempenho quanto à mudança no acerto entre as avaliações das questões nos pré-testes e pós-testes.

Comparando os dois grupos e as mesmas questões que obtiveram melhores desempenhos, podemos verificar, no gráfico da Figura 29 a seguir, que houve uma diferença positiva em quase todas as questões, exceto nas questões 1A e 2. Observamos que a questão 1A teve um bom desempenho no pré-teste, com 74,19% dos estudantes do grupo intervenção mantendo suas notas, o que explica a ausência de um número elevado de melhorias, posto que muitos alunos já haviam obtido notas altas. A questão 2 é a única em que o grupo controle superou o intervenção em 10,89%.

No gráfico da Figura 29 apresentamos a comparação da frequência de melhorias entre os grupos controle e intervenção.

Figura 29 – Comparação entre os grupos intervenção e controle de todas as questões com as frequências das questões que melhoraram



Fonte: Dados do pesquisador (2024).

Esse dado evidencia que as habilidades desenvolvidas na formação continuada proporcionaram uma melhora nos resultados dos estudantes do grupo intervenção. Isso sugere que a formação continuada pode contribuir para a melhoria dos resultados dos alunos cujas professoras estão em processo de formação e desenvolveram as competências-chave de Matemática, impactando positivamente a evolução nos testes dos estudantes.

Nas análises apresentadas nas Tabelas 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7, observamos que ambos os grupos de alunos apresentaram crescimento e melhorias na aprendizagem ao comparar os pré e pós-testes. Esse fato é natural em qualquer contexto evolutivo, dado o contínuo crescimento biológico e o amadurecimento das crianças, além do desenvolvimento contínuo nos processos de ensino e aprendizagem. Destacamos, no entanto, que os resultados do pós-teste das crianças cujas professoras participaram da formação continuada, pautada no modelo CCDM e suas ferramentas de análise, mostraram resultados superiores.

Os resultados do grupo intervenção evidenciaram essa melhora, como demonstrado na Tabela 7, onde a questão 1C apresentou 19,35% dos estudantes com resultados a melhorar, a questão 4 com 9,68%, a questão 7 com 19,35% e a questão 9 com 12,6%. Isso significa que mais de 80% das avaliações tiveram resultados positivos nas questões mencionadas do grupo controle, demonstrando uma evolução significativa nos resultados do pré-teste para o pós-teste.

Isso caracteriza que a formação pautada no modelo CCDM e suas ferramentas de análise produzem melhorias nos resultados dos estudantes.

A evolução apresentada nas médias dos grupos controle e intervenção pode estar atribuída ao desenvolvimento natural dos estudantes no contexto escolar, que é próprio da maturidade, crescimento e desenvolvimento cognitivo, e pode não estar relacionada à formação continuada, como no caso do grupo controle. Os resultados indicam que o grupo intervenção teve uma maior evolução, evidenciada no gráfico da Figura 29, e contou com uma maior participação dos estudantes, que obtiveram resultados mais próximos da significância.

4.2 Análise qualitativa

Nesta seção apresentamos os metatextos resultantes das análises a partir das categorias *a priori* estabelecidas a partir das competências-chave do professor de Matemática, a Competência Matemática e a Competência de Análise e Intervenção Didática e os CADs.

A análise foi realizada e dela surgiu a configuração das competências-chave das professoras participantes da pesquisa. Assim, foi possível compreender de que forma os Critérios de Adequação Didática caracterizaram as competências-chave das professoras participantes (CCDM).

Durante o ciclo formativo, baseado no modelo de Competências e Conhecimentos Didático-Matemáticos, observamos as aulas da Professora L e da Professora K, pertencentes ao grupo controle. As observações foram realizadas antes e durante o curso de formação continuada. Estabeleceu-se uma linha do tempo para a análise do ciclo formativo, organizado da seguinte maneira: (1) antes da instrução do modelo CCDM; e (2) durante a instrução do modelo CCDM.

4.2.1 Configuração das Competências-Chave do grupo intervenção

Para atender ao OE3 configuramos o nível de desenvolvimento das Competências-Chave: **Competência de Análise e Intervenção Didática** e **Competência Matemática**, antes e durante a instrução do ciclo formativo, baseado no modelo de Competências e Conhecimentos Didático-Matemáticos.

Para a configuração das Competências-Chave realizamos os seguintes processos:

- Graduação dos níveis das subcompetências presentes na Competência de Análise e Intervenção Didática e na Competência Matemática, orientados pelos Quadros 24 e 25 (subseção 3.5.2 da metodologia);
- ATD do *corpus* qualitativo de análise, orientada pelo Quadro 26 (subseção 3.5.2 da metodologia).

4.2.1.1 Configuração da Competência de Análise e Intervenção Didática antes e durante a instrução do modelo CCDM do grupo intervenção

A configuração do nível de desenvolvimento da competência de Análise e Intervenção Didática, antes e durante a instrução do ciclo formativo, baseado no modelo de Competências e Conhecimentos Didático-Matemáticos (CCDM), estrutura-se nos níveis das subcompetências: Análise da Atividade Matemática, Análise e Gestão das Interações, Utilização e Gestão de Recursos e Análise e Valoração da Adequação Didática (Pino-Fan; Castro; Font, 2023).

4.2.1.1.1 Análise da Atividade Matemática

De acordo com Pino-Fan, Castro e Font (2023), para que a subcompetência “Análise da Atividade Matemática” seja objetiva em seus propósitos, possibilitando a progressão da aprendizagem de Matemática, é necessário que se leve em consideração determinadas características na Atividade Matemática proposta pelo professor, como:

- ✓ compreender a configuração dos objetos e processos matemáticos pertencentes à prática matemática prevista;
- ✓ previsão de técnicas, ferramentas e procedimentos para apresentar uma matemática correta, precisa e atualizada;
- ✓ estabelecer definição, representação, procedimentos ou propriedades do objeto matemático de forma clara;
- ✓ criar condições acessíveis ao estudante para que estabeleça relações com o conhecimento prévio;

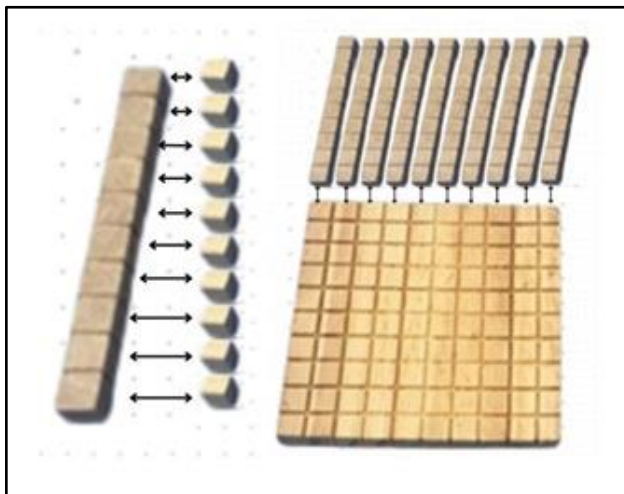
Essas características permitem que o professor de Matemática, em sua prática Matemática, elabore “um conjunto coerente de processos mentais internos, manifestados e reconhecidos em ações visíveis, direcionadas por um propósito para alcançar metas conscientes” (Pino-Fan; Castro; Font, 2023, p. 1.418). Em outras palavras, para que a

subcompetência “Análise da Atividade Matemática” alcance seu objetivo de promover a aprendizagem, é fundamental que as atividades propostas pelo professor envolvam uma compreensão clara dos objetos matemáticos, bem como de suas definições, procedimentos ou propriedades, o uso de técnicas precisas e atualizadas e oportunidades para que os alunos relacionem novos significados com os conhecimentos prévios.

4.2.1.1.1 Análise da atividade matemática antes da instrução do modelo CCDM

A análise da Atividade Matemática do grupo intervenção, antes da instrução do modelo CCDM, apresentou-se no **nível zero (L₀)**, não sendo observadas as características supracitadas. Nas tarefas elaboradas pelas professoras com o uso do material dourado, esperava-se que explicassem que, a cada dez cubinhos, forma-se uma barra, e, a cada dez barras, uma placa, estabelecendo relações entre unidade, dezenas e centenas. Dessa forma, ter-se-ia a evidência da compreensão do valor posicional dos algarismos no sistema decimal por parte das professoras, apresentando essa relação, conforme ilustrado na Figura 30.

Figura 30 – Relações numéricas representadas no material dourado



Fonte: Elaborada pelo pesquisador (2024).

Essa definição de número e sua representação foi trabalhada no segundo encontro do ciclo formativo, pautado no modelo de Competências e Conhecimentos Didático-Matemáticos. Nessa aula as professoras participantes relacionaram o significado de número por meio da conexão entre sua definição e representação. Como o encontro mencionado ainda não havia ocorrido, as professoras demonstraram desconhecer definições, propriedades, procedimentos ou técnicas que são explorados durante a construção da noção de número.

A professora K, ao orientar: “*A professora vai mostrar um número aqui na frente e vocês irão montar com material dourado; hoje a gente só vai usar a barrinha*”, partiu do pressuposto de que seus alunos já haviam consolidado a construção do número natural. Nesse momento, entretanto, seria previsível que a professora realizasse o procedimento apresentado na Figura 30. A ação pedagógica “*Quantos números a barrinha têm? [...]*” (Professora K) poderia evitar ambiguidades na compreensão dessa definição, minimizando respostas incoerentes entre a representação do número realizada com uso do material dourado e seu valor posicional correspondente.

Essa dificuldade foi observada quando um dos estudantes da professora K (Figura 31) interpretou erroneamente a barra da dezena do material dourado, relacionando-a a 12 unidades, demonstrando uma desconexão entre a representação realizada com uso do material concreto e o valor posicional esperado.

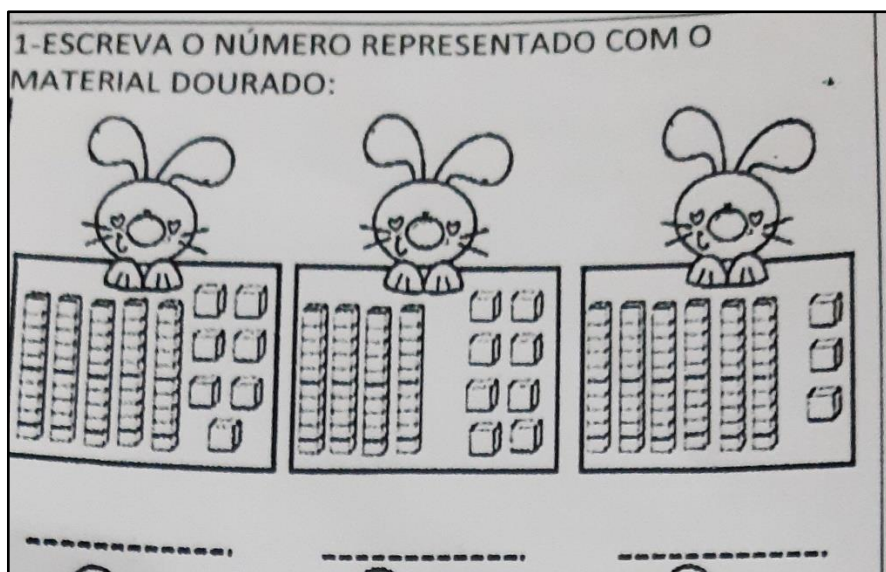
Figura 2-31 – Erro de interpretação do estudante sobre a noção de dezena no utilizar o material dourado



Fonte: Dados do pesquisador (2024).

A atividade com o material dourado seguiu, e os estudantes tiveram de responder à tarefa “Escreva o número representado com o material dourado”, como mostra a Figura 32, na sequência.

Figura 32 – Atividade com o material dourado



Fonte: Dados do pesquisador (2022).

Na atividade proposta pela professora relacionando unidades, dezenas e centenas com o material dourado, os estudantes evidenciaram que ainda não haviam construído plenamente o conceito de número nem compreendido a definição apresentada por Centurión (1994, p. 19):

O número é uma qualidade que as coleções têm, que depende apenas da quantidade de seus elementos, independente da natureza dos objetos que a compõem. Quando duas ou mais coleções apresentam a mesma quantidade de objetos, associamos a elas o mesmo número.

Essa dificuldade também é evidenciada nas aulas da professora L. Verificamos que 50%¹⁸ de seus estudantes apresentam dificuldade nas operações de adição e ainda não construíram o significado posicional do número, pois não conseguem distinguir a unidade da dezena.

Ao realizar a operação $27 + 39$ a professora inicia somando as unidades: “a professora risca sete traços e nove traços abaixo e depois utiliza as palavras ‘juntar’ e ‘pegar’.” Em seguida executa o algoritmo com a frase “finge que a dezena não existe,” sem estabelecer a relação entre a representação pictográfica e a dezena (isto é, que dez traços correspondem a uma dezena).

Quando realiza as operações envolvendo as dezenas, a professora interage com os estudantes, somando os valores de forma direta: “dois mais três,” e os alunos respondem “cinco.” Ao adicionar “mais um que está lá em cima,” no entanto, não explica que esse “um”

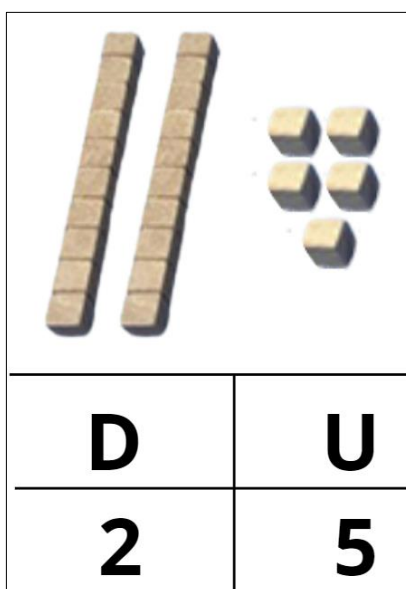
¹⁸ Essa porcentagem refere-se aos erros cometidos pelos estudantes, alunos da professora L, ao responderem à questão 5 do pré-teste.

representa uma dezena resultante da soma de dez unidades. Além disso, não clarifica que o “dois” equivale a vinte e o “três” a trinta.

Dessa forma, os estudantes, que ainda não consolidaram essa definição, permanecem sem compreender plenamente a posição dos números nem seu valor numérico e posicional.

Nessa subcompetência o professor necessita de uma formação mais aprofundada no critério de adequação epistêmica, especialmente no componente de representatividade do objeto matemático. Essa noção poderia ter sido mais bem explorada caso a relação ilustrada na Figura 30 tivesse sido construída, estabelecendo a relação posicional do número e compreendendo unidades, dezenas (dez unidades) e centenas (cem unidades), conforme apresentado na Figura 33.

Figura 33 – Correspondência entre a representação do número com o material dourado e o valor posicional do número



Fonte: Elaborada pelo pesquisador (2024).

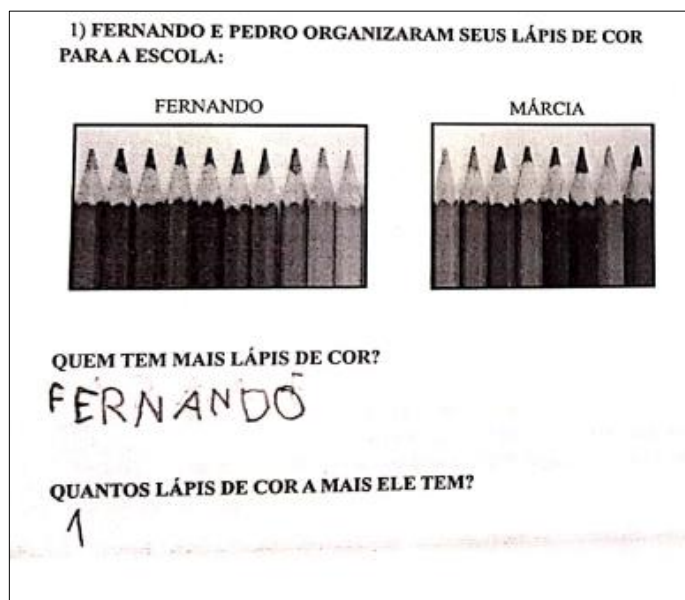
Os dados evidenciam que as professoras do grupo intervenção não apresentaram os significados do objeto matemático de forma clara, com definições corretas e adaptadas ao nível em que o estudante se encontra, conforme observado: *“A professora apresenta o número cinco como cinco unidades, escreve no quadro as unidades e dezenas de forma pictográfica e continua com a dúvida das barrinhas, pois a professora representa a unidade com tracinhas, sem fazer a relação com o material dourado”* (Registro da aula – Professora K).

As participantes não apresentaram um nível de atividade matemática capaz de conectar o objeto matemático com aspectos intramatemáticos e extramatemáticos, não possibilitando uma

relação entre o que se quer ensinar (valor posicional do número) com o conhecimento prévio do estudante, um dos componentes do CAD cognitivo. Uma das evidências desse último aspecto é a de que as professoras não realizaram um planejamento estruturado considerando as competências e habilidades já consolidadas pelos estudantes.

Esse resultado pode ser corroborado pelas soluções apresentadas pelos alunos na questão 1A do pré-teste do grupo intervenção. A Figura 34, por exemplo, evidencia que a construção do número ainda não foi consolidada por todos os estudantes. O aluno B11M, ao realizar a correspondência direta entre cada elemento do conjunto de lápis de cor e um número natural (correspondência biunívoca), repetiu elementos ou deixou elementos de fora, como evidenciado ao responder “um” e não “dois” lápis a mais que Fernando tinha.

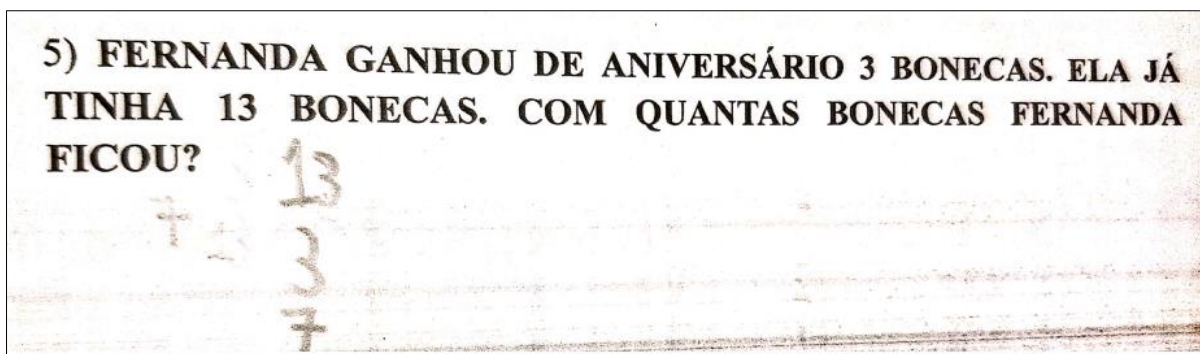
Figura 34 – Solução da questão 1A do Pré-teste apresentada pelo estudante B11M



Fonte: Dados do pesquisador (2024).

Nas soluções da situação-problema apresentada na questão 5 do pré-teste (Figura 35), é constatado que a compreensão de unidades e dezenas é uma dificuldade apontada pelos alunos do 3º ano. Evidencia-se, por exemplo, a compreensão errônea, em que o estudante soma todos os algarismos, não distinguindo unidades de dezenas. Esse erro apareceu em várias soluções dos estudantes do grupo intervenção.

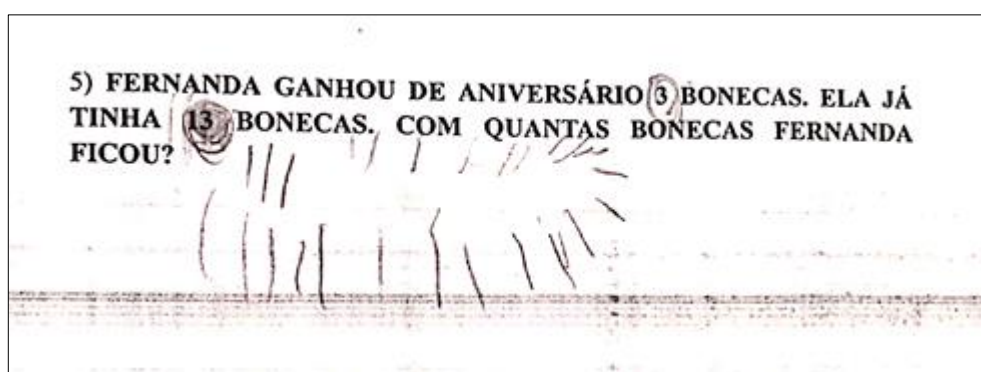
Figura 35 – Solução da questão 5 do Pré-teste apresentada pelo estudante B11Q



Fonte: Dados do pesquisador (2024).

Considerando as soluções apresentadas pelos alunos para a mesma situação-problema (questão 5), o aluno B11T, por exemplo, realiza a representação pictográfica (Figura 36). Primeiro ele deduz a contagem de três bonecas e, após, continua a representação pictográfica das 13 bonecas, com as três bonecas que a personagem ganhou. Durante o processo de representação o estudante acaba emendando a segunda representação com a linha superior da primeira representação e continua a pictografia das 13 bonecas. Essa resposta evidencia o estágio de compreensão de número do estudante, que demonstra não ter construído a conexão entre a noção de quantidade e a representação pictográfica. Além disso, em nenhum momento realiza a representação simbólica (símbolo numérico).

Figura 36 – Solução da questão 5 do Pré-teste apresentada pelo estudante B11T



Fonte: Dados do pesquisador (2024).

Os resultados apresentados nos pré-testes, realizados pelos alunos, evidenciaram a necessidade de analisar a prática pedagógica no ensino de Matemática, prevendo as respostas dos estudantes, como as apresentadas nas Figuras 34, 35 e 36. Nesta etapa da pesquisa, antes da instrução do modelo CCDM, as professoras demonstraram dificuldades no conhecimento

didático-matemático, não realizando reflexão *a priori* de suas práticas matemáticas (Pino-Fan; Castro; Font, 2023).

As professoras do grupo intervenção demonstraram desconhecer as características necessárias para otimizar a subcompetência de análise da atividade Matemática, como elaborar problemas matemáticos contextualizados ao nível do estudante. Além disso, não trabalharam com os alunos a noção de valor posicional do número natural de forma representativa, ou seja, a partir da conexão entre as diferentes representações (material concreto, representação pictórica e representação simbólica), e propuseram práticas operacionais consideradas incorretas desde o ponto de vista matemático, utilizando palavras que causam conflitos de aprendizagem, como as expressões “Pegar” e “Subir”.

Essa característica é evidenciada na valoração do nível da subcompetência de análise da atividade Matemática, conforme apresentado no Quadro 27 a seguir.

Quadro 27 – Nível da Subcompetência da Análise da Atividade Matemática antes da instrução no modelo CCDM

COMPETÊNCIA DE ANÁLISE E INTERVENÇÃO DIDÁTICA	CAD	Erros e Ambiguidades	Indicadores	Característica	Evidências	Nível
	Epistêmico		– As definições do objeto matemático a ser ensinado (valor posicional dos números) não são claras nem acessíveis aos estudantes. – As definições e procedimentos não são claros nem corretos, e não estão adaptados ao nível educacional para o qual são direcionados. – Não são apresentadas as diferentes representações e suas conexões (concreta, pictórica e simbólica) para o nível educacional dado. – Não são propostas situações em que os alunos precisam gerar ou negociar definições, representações, proposições ou procedimentos.	Neste nível não se observam características que possam ser associadas à análise da atividade matemática. Por sua vez, na atividade matemática do docente observam-se práticas (operativas ou discursivas) consideradas incorretas do ponto de vista matemático. Também existem ambiguidades (na formulação de definições, procedimentos ou propriedades) que podem confundir os estudantes. Em particular, faz-se um mau uso das metáforas, o que pode provocar conflitos de aprendizagem.	<i>A professora L começa a explicar o que são contas de adição, chamando-as de “continhas de mais”. Não retoma as noções básicas do sistema decimal como unidade, dezena e centena. Ao somar a professora L usa termos como “pegar” o risquinho, posto que ela está riscando no quadro.</i> <i>A professora K utiliza o material dourado, mas chama cada peça de cubinhos, barrinhas e placas não relacionando com o valor numérico posicional.</i>	L ₀

Fonte: Elaborado pelo pesquisador (2024).

O baixo nível da subcompetência na análise da atividade Matemática, observada nas análises realizadas no grupo intervenção, demonstrado pelo baixo rendimento dos alunos na solução das questões aplicadas no pré-teste, evidenciou a necessidade de as professoras participantes desenvolverem essa subcompetência. Em particular, é necessário melhorar a compreensão dos objetos e processos matemáticos pertencentes à prática Matemática prevista (CAD Epistêmico). Uma melhor compreensão e manejo do critério epistêmico possibilitaria, por exemplo, que as participantes não cometessem erros de definição, procedimento e representação (como ao trabalhar a noção de número e o valor posicional), que trabalhassem os significados dos objetos matemáticos (entre outros, a soma e a subtração e suas respectivas operações) de forma representativa e que criassem condições para que seus alunos estabelecessem relações entre o conhecimento prévio já consolidado e o que se pretende ensinar, proporcionando, assim, uma aprendizagem significativa (critério cognitivo).

4.2.1.1.1.2 Análise da Atividade Matemática durante a instrução do modelo CCDM

A subcompetência da análise da atividade Matemática das professoras participantes do grupo intervenção, ao longo da instrução do modelo CCDM, evoluiu de sua configuração no **nível zero (L₀) para o nível dois (L₂)**. Ao longo das análises apresentadas nesta subseção será possível acompanhar o desenvolvimento do nível desta competência nas professoras participantes.

O grupo intervenção, ao longo da instrução do modelo CCDM, foi orientado sobre as categorias prévias do CCDM, estabelecendo relações que promoveram o entendimento da conexão entre o conhecimento de senso comum (contexto do aluno) e os conhecimentos matemáticos necessários para compreender as configurações dos objetos matemáticos trabalhados nas aulas das professoras, abrangendo os CADs epistêmico e cognitivo.

Após o primeiro encontro do ciclo formativo, as professoras do grupo intervenção ainda apresentavam uma configuração da subcompetência de análise da atividade Matemática em nível zero (L₀), pois continuavam demonstrando ambiguidades em suas explicações. Elas, todavia, já buscavam estabelecer o conhecimento prévio dos estudantes, prevendo suas dificuldades e apresentando a configuração do objeto matemático pretendido, explicando definições necessárias para realizar operações com os números naturais trabalhados antes do encontro formativo.

Essa característica pôde ser evidenciada na observação da aula da professora L, que evoluiu sua explicação antes de introduzir as operações de adição com números naturais. A

docente não utilizou mais as palavras “juntar” e “pegar”, substituindo-as por outras, como “seguir a seta”, por meio de instruções na lousa e expressões corporais com o uso das mãos e dedos. Isso foi registrado durante a explicação da decomposição do número vinte e três no exercício proposto: “Segue a seta: o dois tá na unidade, o três está na dezena. É o dez três vezes.” A docente também expressou o número três com os dedos, conforme representado na Figura 37.

Figura 37 – Explicação da noção de três dezenas realizada pela professora L



Fonte: Dados do pesquisador (2024).

Para a professora L, é natural que cada dedo corresponda a dez unidades, pois ela já possui esse conhecimento consolidado, formando as três dezenas. Para o estudante que ainda não construiu a noção de número (Centurión, 1994), contudo, é necessário estabelecer uma relação que componha dez elementos para cada dedo representado. Embora algumas pesquisas no campo da Educação Matemática tenham se preocupado em mostrar como os alunos envolvem-se e aprendem matemática por meio do uso de gestos (entre outros, Farsani; Breda; Sala-Sebastià, 2020 e Sandoval-Troncoso e Ledezma, 2021), outras expõem que o uso de gestos pode gerar uma compreensão ambígua por parte dos estudantes sobre a noção que se deseja ensinar (Font; Nanclares, 2003).

No contexto desta pesquisa, se a professora representasse a mão com os dez dedos três vezes, explicando que o “três vezes” corresponde a “ $10+10+10$ ”, poderia melhorar sua exposição, evitando as ambiguidades observadas.

Nesta mesma aula, a professora L realizou uma explicação mais adequada ao ensinar para outro estudante o conceito de oito dezenas: “Unidade, dezena, centena. Olha aqui o oito,” apontando para a dezena, “e conta de dez em dez,” conforme demonstrado na Figura 38, a seguir.

Figura 38 – Explicação da noção de oito dezenas realizada pela professora L



Fonte: Dados do pesquisador (2024).

A partir do observado, compreendemos que grande parte dos alunos das professoras do grupo intervenção ainda precisa construir a definição de número, algo que as professoras não observavam antes do ciclo formativo, pois já introduziam outros objetos matemáticos, como a adição, que exigia que o estudante tivesse uma compreensão do número já consolidada. Essa evidência é demonstrada no registro em que a professora L pergunta a um de seus alunos: “Se o sete está na dezena, quanto é que vai valer? – Aluno: dez. – Professora: mas sete vezes.” Observa-se que, ao explicar a dezena, a professora L utiliza a operação de multiplicação com a representação de produto entre números, “vezes”, posto que o aluno precisa construir essa relação, estabelecendo a operação de multiplicação como uma soma de parcelas iguais e relacionando-as com as diferentes representações do número (Font; Breda; Seckel, 2017).

A professora K, após o primeiro encontro, começa a explorar a participação dos estudantes. Ao trabalhar o antecessor e o sucessor dos números naturais, no entanto, ela não aborda a decomposição do número, como fez a professora L. Para que o estudante compreenda o antecessor e o sucessor, é necessário que a construção do número e suas operações de soma e subtração, com suas diferentes representações, já estejam consolidadas. A professora K, ao ver seus estudantes respondendo no quadro, observa erros cometidos pelos alunos, identificados por outros colegas, como no registro: “Enquanto um dos alunos da professora K responde o antecessor e o sucessor do número vinte e dois, seus colegas dizem: ‘está errado’. O aluno escreve quinze com os números espelhados.” Percebe-se que o estudante está em fase de alfabetização e ainda não tem clara a quantificação e a relação simbólica do número.

Segundo Moretti e Souza (2015, p. 19), “não é pelo fato de uma criança utilizar estratégias de contagem em determinada prática social (na feira, por exemplo) que ela se apropriou teoricamente do número ou tenha consciência da estrutura do sistema de numeração decimal.” A professora K não percebe os conhecimentos prévios necessários para a explicação da nova noção que se quer ensinar (sucessor e antecessor de números naturais), explorando, de forma

inadequada, o CAD epistêmico e cognitivo. Isso fica evidente quando ela pede ao aluno para utilizar o calendário, que está ao lado do quadro, para identificar o antecessor, conforme ilustrado na Figura 39.

Figura 39 – Professora L mostrando o calendário a um dos alunos



Fonte: Dados do pesquisador (2024).

Para Moretti e Souza (2015), apenas a identificação do símbolo a partir do exemplo mostrado no calendário não garante que o estudante consolide a aprendizagem, e ele provavelmente terá dificuldades nas operações básicas com os números naturais, como a soma e a subtração.

As professoras L e K, até este momento da instrução do modelo CCDM, configuram a subcompetência de análise da atividade Matemática no nível zero (L_0), mesmo nível que apresentavam antes da instrução do modelo CCDM. As participantes parecem não conhecer adequadamente os objetos matemáticos utilizados, apresentando adequações insuficientes nos CADs epistêmico e cognitivo. Seus estudantes encontram-se em um estágio de alfabetização e, nesse sentido, as professoras ainda precisam incorporar à competência de análise matemática um caráter mais consciente e intencional, de modo a explorar os conhecimentos prévios dos alunos e, assim, alcançar uma prática contextualizada e significativa. Os encontros realizados até agora relacionam as características do CAD epistêmico e cognitivo por meio da contação

de histórias, contudo, até o momento, as participantes não elaboraram histórias matemáticas contextualizadas no cotidiano dos estudantes, e ainda precisam compreender que

o contexto da sala de aula na apropriação deste conhecimento, necessita ser “especial”, por isso a importância de o aluno ouvir a história, pensar sobre a resolução do problema, socializar a resolução no ato coletivo da classe e representar novamente a sua solução em um momento posterior (Andrade; Grando, 2007, p. 5).

O Quadro 28 apresenta que a configuração da subcompetência análise da atividade Matemática do grupo intervenção, no decorrer do ciclo formativo, encontra-se no nível zero (L₀).

Quadro 28 – Nível da Subcompetência da Análise da Atividade Matemática durante a instrução do Modelo CDDM

COMPETÊNCIA DE ANÁLISE E INTERVENÇÃO DIDÁTICA	CAD	Indicadores	Característica	Evidências	Nível
	Epistêmico				
	Erros e Ambiguidades	– As definições do objeto matemático a ser ensinado (antecessor e sucessor, por exemplo) não são claras nem acessíveis aos estudantes. – As definições e procedimentos não são claros nem corretos, e não estão adaptados ao nível educacional para o qual são direcionados. – Não são apresentadas as diferentes representações e suas conexões para o nível educacional dado. – Não são propostas situações em que os alunos precisam gerar ou negociar definições, representações, proposições ou procedimentos.	Neste nível não se observam características que possam ser associadas à análise da atividade matemática. Por sua vez, na atividade matemática do docente observam-se práticas (operativas ou discursivas) consideradas incorretas do ponto de vista matemático. Também existem ambiguidades (na formulação de definições, procedimentos ou propriedades) que podem confundir os estudantes. Em particular, faz-se um mau uso das metáforas, o que pode provocar conflitos de aprendizagem.	<i>A professora L passa a valorizar elementos corporais (gestos dêiticos) em suas explicações para que essas fiquem mais claras, mas realiza explicações que contêm ambiguidades e exigem elementos que não estão no nível de seus estudantes.</i> <i>Utiliza linguagem como: “Identificar cada número dentro de cada casinha”. A professora relaciona o número da dezena e unidade, mas não relaciona a quantificação do conceito número.</i> <i>A professora K não considera o conhecimento prévio dos alunos para trabalhar a definição de antecessor e sucessor de um número natural.</i>	L ₀

Fonte: Elaborado pelo pesquisador (2024).

O grupo intervenção passou a configurar o **nível 1 (L₁)** da subcompetência de análise da atividade Matemática quando começou a compreender a configuração dos objetos matemáticos e seus processos, tornando sua prática Matemática mais coerente com as necessidades dos estudantes. Esse avanço pode ser sinalizado quando as professoras incorporaram técnicas e ferramentas para o ensino de Matemática, proporcionando maior riqueza, representatividade dos objetos matemáticos e definições claras e corretas. Isso fica evidente quando a professora L introduz a reta numérica (Figura 40) em sua aula, ampliando o significado dos objetos matemáticos de adição e subtração dos números naturais.

Figura 40 – Reta numérica utilizada pelos estudantes da professora L



Fonte: Dados do pesquisador (2024).

A professora L trouxe a reta numérica para seus alunos, utilizando-a nas operações de soma e subtração e contextualizando com personagens, como o coelho, que é visualizado na Figura 40. Na explicação da professora, conforme registrado, está:

A professora agora introduz um significado aos estudantes. Para percorrer na reta numérica, a professora confeccionou um coelho. E explicou novamente que o coelho vai percorrer a reta numérica, explicando que a reta vai do zero ao trinta. Do maior para menor nas contas de menos (Registro da aula – Professora L).

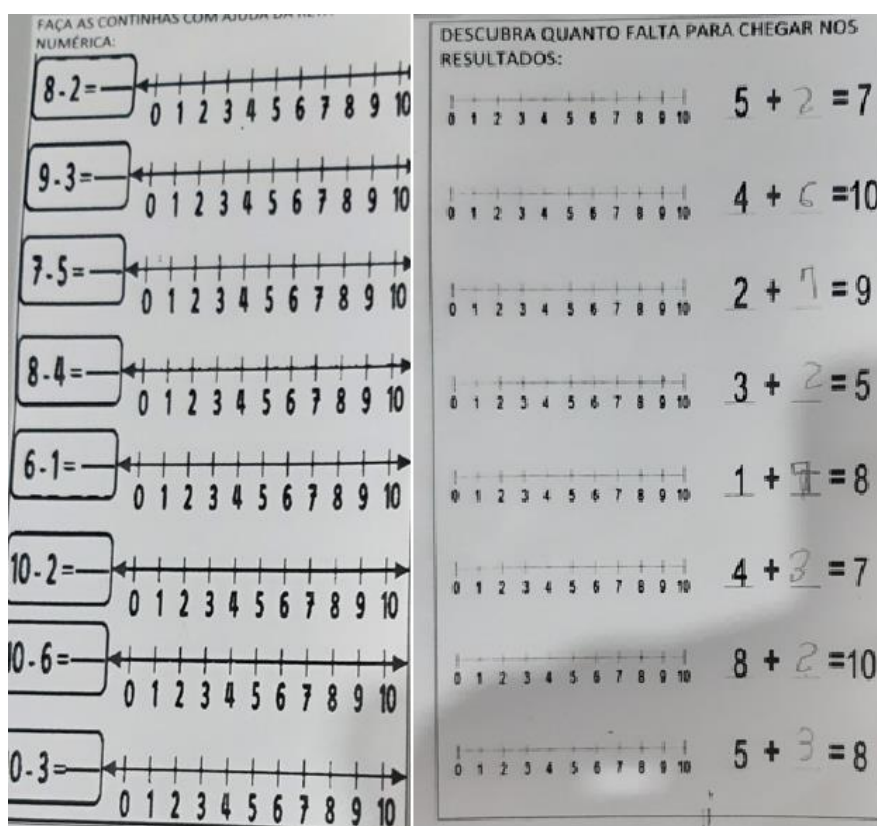
A professora dá sentido e motivação aos seus estudantes ao envolvê-los na história vivida pelo coelho, incorporando elementos de suas realidades. Durante o desenvolvimento da história, a docente aproveita as explicações para abordar as propriedades do objeto matemático utilizado.

Essa riqueza na representatividade do significado do objeto matemático trouxe aos estudantes a importância do papel do professor ao contar histórias nas aulas de Matemática, valorizando uma Matemática correta, atualizada e acessível. O conteúdo matemático foi sendo definido ao longo da narrativa. O desenho da tarefa, exemplificado na aula da professora L,

reflete a competência de análise da atividade matemática, entendida como o uso de conhecimentos para resolver problemas profissionais da prática do ensino de Matemática. Esse processo leva os alunos a uma dimensão encantadora, quando propriedades abstratas são transformadas em narrativas concretas, tornando o aprendizado de Matemática lúdico e prazeroso.

A professora L trouxe aos seus estudantes diferentes significados da adição e subtração. Com relação ao exemplo apresentado anteriormente, a adição pode ser entendida como o significado de “seguir contando” (ideia de aumento). Na Figura 41, à esquerda, temos a representação da subtração como movimentos na reta numérica para a esquerda. Ao visualizar a sua reta numérica (Figura 40), o aluno consegue perceber que esse movimento tem um significado: a ideia de subtrair. Ou seja, nessa representação o aluno compreende outros significados da subtração, como retirada, diminuição e o significado de retornar ou voltar. Além disso, ao perguntar “quanto falta para chegar nos resultados”, tarefa à direita na Figura 41, proporciona-se aos estudantes o significado da subtração a partir da ideia de adição.

Figura 41 – Tarefas a partir da reta numérica propostas pela Professora L

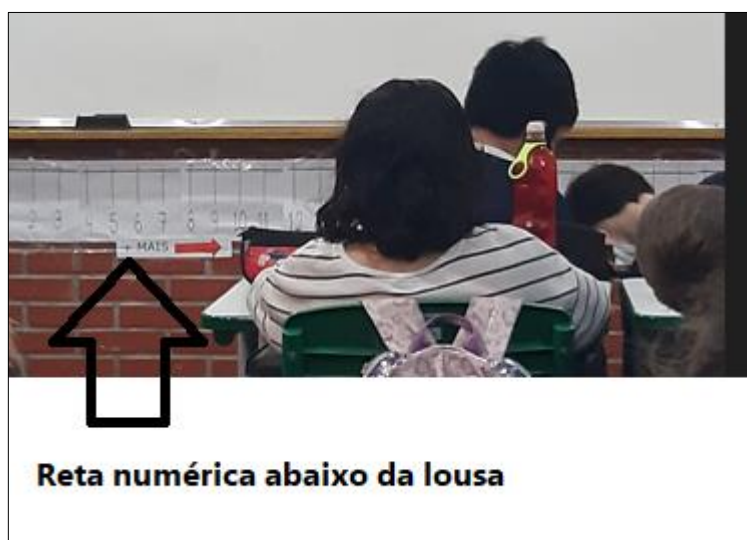


Fonte: Dados do pesquisador (2024).

O significado da subtração, a partir da noção de soma, exemplificado na Figura 41 tem como objetivo fazer com que o aluno descubra quanto falta, a partir de um número dado, para chegar ao número representado após o símbolo de igualdade. Essa abordagem possibilita que o estudante inicie o contato com as primeiras noções algébricas, em particular a ideia de “encontrar” um número desconhecido. Para resolver a atividade proposta, o aluno deve mover a posição do coelho na reta numérica para a direita (Figura 40 ver indicação da flecha para a direita). Dessa forma, a professora pode explicar o significado da soma de “agregar” e realizar operações de um a um, além de estimular a elaboração de cálculos mentais.

A professora L trouxe para os objetos matemáticos trabalhados (soma e subtração) uma abordagem mais ampla, relacionando suas funções semiótico-cognitivas (compreensão do objeto matemático) com distintas representações e contextos. Ela proporcionou os diferentes significados por meio de abordagens que se aproximavam à realidade dos seus estudantes, por exemplo, ao usar a história de um coelho que se movimenta ao longo da reta. Além disso, utilizou a reta numérica (Figura 40) dos alunos para ilustrar os diferentes significados da soma e da subtração, enquanto explicava a sua própria reta numérica exposta abaixo da lousa, como mostra a Figura 42.

Figura 42– Reta numérica da sala de aula da professora L

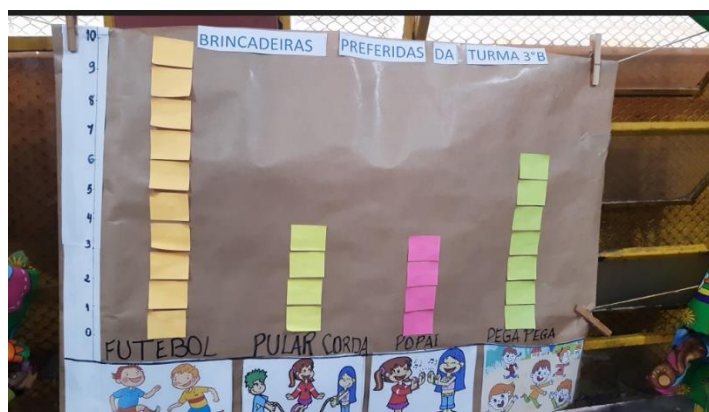


Fonte: Dados do pesquisador (2024).

Outros significados do objeto matemático são explorados pela professora L, como as ideias de “subir” para representar o “mais” e “descer” para representar o “menos”. Ela promove um diálogo com seus estudantes ao questioná-los: “Entenderam por que ‘mais’ é porque está subindo e ‘menos’ é porque está descendo?” Uma definição importante que a professora aborda

ao utilizar a representação de soma e subtração na reta numérica é a ideia de que, quando os números crescem (na soma), eles estão subindo, e quando são “menos” (na subtração), eles estão descendo. Ela também trabalha a ideia do eixo vertical, conforme ilustrado na atividade em que seus estudantes escolheram suas brincadeiras preferidas, conforme mostra a Figura 43 a seguir.

Figura 43 – Gráfico das brincadeiras preferidas da turma da professora L



Fonte: Dados do pesquisador (2024).

Esse mesmo tipo de atividade foi aplicado pela professora K na escolha dos bichos preferidos da sua turma, conforme expõe a Figura 44.

Figura 44 – Atividade dos bichos preferidos preferidas propostas pela Professora K



Fonte: Dados do pesquisador (2024).

A professora K, durante o ciclo formativo, construiu um ábaco com palitos para facilitar a futura relação com o material dourado, uma vez que havia observado a dificuldade de seus estudantes antes do ciclo. A professora trouxe esses elementos como forma de consolidar a construção do número, conforme ilustrado na Figura 45, que mostra a estudante fazendo a contagem do material dourado para a utilização do ábaco-cartaz.

Figura 45 – Representação do ábaco realizado pela professora K



Fonte: Dados do pesquisador.

A docente, todavia, ainda apresenta falas que geram ambiguidades. Ao representar seis dezenas, ela coloca: “*Seis cubinhos de dez*”, referindo-se a seis barras de dez unidades. Ao construir o ábaco e operacionalizá-lo com seus estudantes, ela permitiu que os alunos o manipulassem, o que contribuiu para a compreensão do sistema numérico decimal. Isso pode ser evidenciado pela observação: “*A estudante, ao realizar a operação $5+6$, pegou dez palitos e os amarrou.*” A professora K aproveitou o momento para dialogar com a turma: “*Depois de quantos palitos a gente junta para formar uma dezena?*” – Estudantes: “*Dez*”. Uma estudante contou os palitos um a um e, em seguida, os amarrou com um atilho, conforme ilustrado na Figura 46.

Figura 46 – Professora K representando uma dezena com os palitos amarrados com o atilho



Fonte: Dados do pesquisador.

Neste ponto da análise, as professoras do grupo intervenção demonstram avanços ao apresentar definições, procedimentos, propriedades e explicações de forma mais clara, correta e adaptada ao nível dos estudantes. Elas começam a adaptar as atividades e explorar o processo de alfabetização matemática na realização das tarefas. Um exemplo disso é a atividade da professora K, em que solicita aos estudantes que escrevam o nome dos animais na lousa após usar *post-its* como unidades de medida para um gráfico (Figura 44).

Ainda existem, no entanto, alguns erros cometidos pelas professoras. Por exemplo, a professora L ainda utiliza a expressão “finge que a dezena não existe”, o que gera ambiguidade, pois, se a dezena não existe, como ela poderá “realizar o empréstimo” ou formar uma dezena a partir de dez unidades? Além disso, ao construir o gráfico representado na Figura 43 a professora L esqueceu de estabelecer uma unidade de medida, mas percebeu o erro e refez o gráfico durante a análise.

Esses erros e ambiguidades mostram que, embora as professoras tenham evoluído, ainda não alcançaram o nível L₂ na subcompetência de análise da atividade Matemática durante a instrução do modelo CCDM, como demonstrado no Quadro 29, a seguir.

Quadro 29 – Nível da Subcompetência da Análise da Atividade Matemática durante a instrução do Modelo CCDM

COMPETÊNCIA DE ANÁLISE E INTERVENÇÃO DIDÁTICA	CAD	Indicadores	Característica	Evidências	Nível
	Epistêmico/Cognitivo				
	Erros e Ambiguidades	– As definições do objeto matemático a ser ensinado são parcialmente claras e acessíveis aos estudantes. – As definições e procedimentos são claros e corretos, porém ainda existem algumas explicações ambíguas por parte das professoras, não estando totalmente adequadas ao nível educacional para o qual são direcionadas. – São apresentadas as diferentes representações e suas conexões para o nível educacional dado. – São propostas situações em que os alunos podem negociar definições, representações, proposições ou procedimentos.	Ainda não se observam características que possam ser associadas à análise didática da atividade matemática; no entanto, no que diz respeito à intervenção didática, o docente já não experimenta o que é indicado em L₀. Nenhuma prática matemática é considerada incorreta, nem com ambiguidades (em definições, explicações, procedimentos, propriedades) que possam confundir os estudantes. As metáforas são utilizadas de forma mais controlada, embora as explicações, verificações ou demonstrações não sejam adaptadas ao nível educacional que está sendo ensinado.	<i>O grupo intervenção apresentou configurações dos objetos e das práticas matemáticas de forma correta.</i> <i>A professora K trouxe a representação do gráfico com os animais preferidos da sua turma, A professora L trouxe a mesma atividade com as brincadeiras preferidas dos seus estudantes.</i> <i>A professora L trouxe representatividade dos significados dos objetos matemáticos adição e subtração incorporando em suas explicações a reta numérica, uma fixada abaixo da lousa e outra confeccionada para os seus estudantes.</i> <i>A Professora K, construiu um ábaco para que seus estudantes pudessem realizar as operações trazendo diferentes tipos de procedimento para as operações de adição e subtração.</i> <i>Ainda existem ambiguidades nas falas de ambas as professoras e ainda não estão consolidadas ferramentas para a reflexão da adequação didática epistêmica e cognitiva.</i>	L ₁

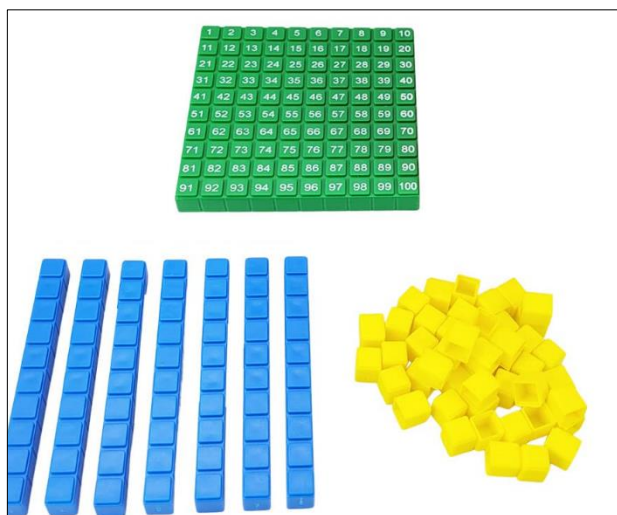
Fonte: Elaborado pelo pesquisador (2024).

O nível de subcompetência da análise da atividade Matemática das participantes, ao final da instrução do modelo CCDM, apresentou-se no L₂. As professoras promoveram discussões mais aprofundadas com os estudantes sobre a representação dos objetos matemáticos propostos. Ambas, professora L e professora K, passaram a utilizar o material dourado para trabalhar com

o objeto matemático adição e subtração dos números naturais, buscando que seus alunos compreendessem melhor os significados e as operações relacionadas a esses objetos.

O material dourado encaixável, mostrado na Figura 47, foi introduzido de forma estratégica, como evidenciado no contexto da professora L, a seguir.

Figura 47 – Material dourado encaixável



Fonte: Dados do pesquisador (2024).

A professora L, ao utilizar o material dourado encaixável, promove um diálogo significativo com seus alunos, ajudando-os a compreender a relação entre as unidades, dezenas e centenas, elementos fundamentais para a compreensão do sistema numérico decimal. Ao mostrar a placa verde numerada, ela questiona aos estudantes quantas unidades tinha a barra azul (Figura 47, e eles respondem, imediatamente, que a barra tem dez unidades; ela continua o diálogo: “E a placa verde? Os alunos respondem 100. A professora então pergunta: Por que a placa vale 100? Os estudantes prontamente respondem que a placa continha 100 cubinhos. Relacionando a dezena a dez unidades (cubinhos) e a centena a 100 unidades (cubinhos) diferentes valores à unidade.”

Essa interação demonstra a compreensão da professora L sobre a importância de trabalhar com representações concretas e de construir um entendimento progressivo e lógico para os alunos. A professora utiliza estratégias que aproximam o conhecimento dos estudantes da realidade do sistema de numeração, mostrando como os valores podem ser agrupados e manipulados. Ao perguntar por que a placa vale 100 e ao estimular os alunos a responderem, ela confirma o entendimento das relações entre os números.

Além disso, a professora L faz uso do material dourado de forma adequada, utilizando-o para ilustrar as operações de adição e subtração de maneira concreta. A combinação do uso do material manipulável com a lousa, como evidenciado na Figura 48, amplia a compreensão dos alunos sobre como realizar as operações a partir de dois tipos de representação: a com material concreto e a de maneira simbólica (utilizando símbolos numéricos). Essas estratégias, ao promoverem tanto a manipulação física quanto a representação simbólica dos números, permitem que os alunos se aprofundem nas operações matemáticas de maneira mais intuitiva e sólida.

Figura 48 – Aula da professora L ao final da instrução do modelo CCDM



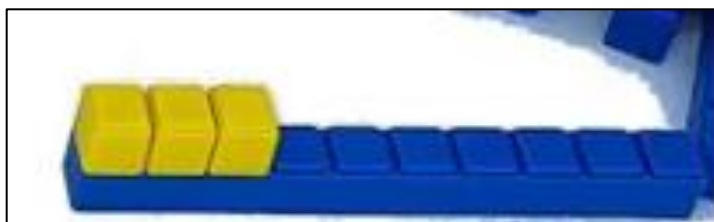
Fonte: Dados do pesquisador (2024).

A professora L, ao promover uma aula participativa com todos os seus estudantes, mostra uma abordagem que permite consolidar a compreensão dos valores posicionais e das operações envolvendo números naturais. Ao retomar o conteúdo das aulas anteriores, ela reforça com os alunos o significado de valor posicional, associando diretamente a quantificação da unidade, da dezena e da centena.

A partir da tarefa sobre a soma de $555 + 5$, a professora L, ao construir a soma $5 + 5 = 10$ e encaixar as unidades (objeto amarelo, conforme a Figura 49) com a dezena (objeto azul), estabelece uma relação biunívoca entre as unidades e as dezenas, ajudando os alunos a visualizar, de forma concreta, o processo de “carregar” uma unidade para formar uma dezena.

Esse momento da aula exemplifica claramente a ideia de que 5 unidades somadas a 5 unidades formam uma dezena, uma estratégia que ajuda a desenvolver a compreensão dos alunos sobre a transição entre unidades e dezenas, facilitando o entendimento do processo de adição no sistema de numeração decimal e possibilitando que todos os alunos da turma participassem e compreendessem que $555+5$ equivale a 560. O uso do material manipulável, como o objeto amarelo (representando as unidades) e o objeto azul (representando as dezenas), facilita a visualização e possibilita que os alunos estabeleçam a relação entre unidades, dezenas e centenas.

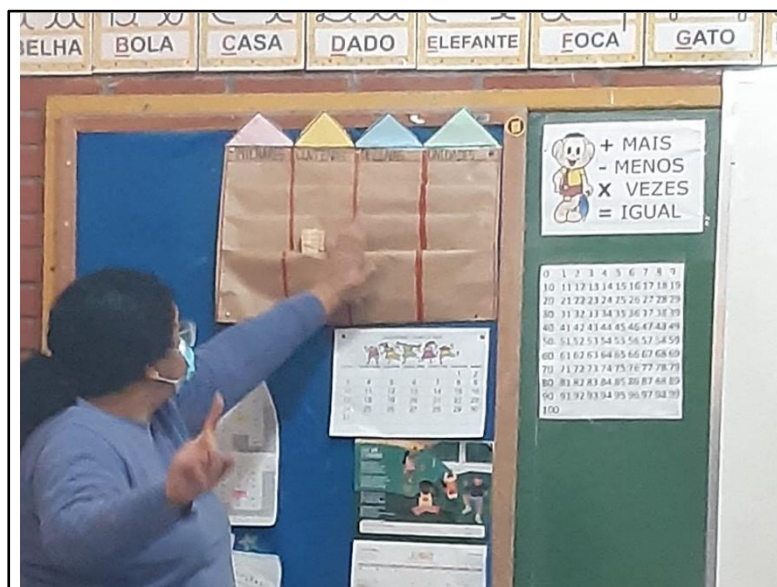
Figura 49 – Unidades relacionadas com a dezena por meio do uso do material dourado encaixável



Fonte: Elaborada pelo pesquisador (2024).

A professora L procurou garantir que seus estudantes tivessem o conhecimento prévio necessário para a realização da tarefa, levando em conta a participação dos estudantes. No decorrer da explicação, a professora L retoma o conceito de unidade, dezena e centena no ábaco-cartaz (Figura 50), elaborado em conjunto com seus estudantes, e coloca: “*Alunos E e L, irei fazer de dois jeitos para vocês entenderem*”. A professora L explica que quando a casa da unidade supera a quantidade de 10 unidades, elas não podem mais morar ali, e pergunta à turma: “*se tem dez, onde eles vão morar?*” Os estudantes respondem: “*dezena*”.

Figura 50 – Professora L explicando no ábaco-cartaz

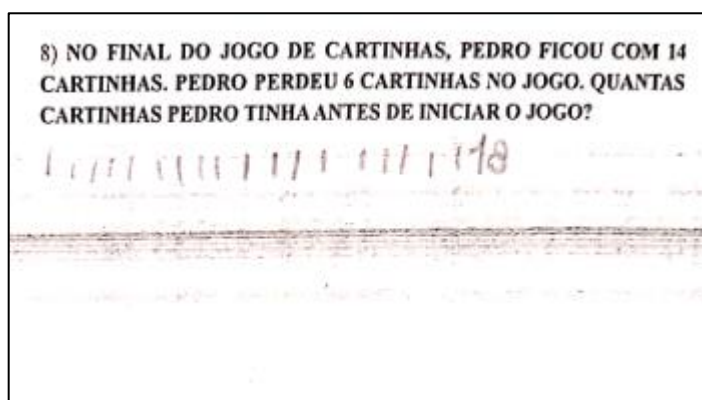


Fonte: Dados do pesquisador (2024).

A professora L, durante a instrução do CCDM, trouxe, em suas aulas, várias tarefas que abordaram diferentes significados dos objetos matemáticos trabalhados (valor posicional do número, adição e subtração de números naturais). Com essa abordagem ficou evidente que a professora conseguiu que sua turma tivesse uma compreensão clara dos objetos matemáticos

trabalhados. Os pós-testes da maioria dos seus estudantes evidenciam a evolução em relação aos pré-testes, conforme a aluna C11M, representado, a seguir, nas Figuras 51 e 52, em relação à resolução da questão 8, que passou do uso da representação pictográfica para a ausência de estratégia. Como, porém, a professora não solicitou que os estudantes escrevessem a estratégia utilizada, como o uso do cálculo mental, provavelmente essa foi a estratégia/procedimento adotado, posto que nenhuma das questões resolvidas da mesma forma fez referência ao cálculo mental. A Figura 51 demonstra que o estudante resolveu a questão 8 do pré-teste por meio de pictografia, contudo errou a interpretação e não registrou a quantidade final referente às cartinhas mencionadas no problema.

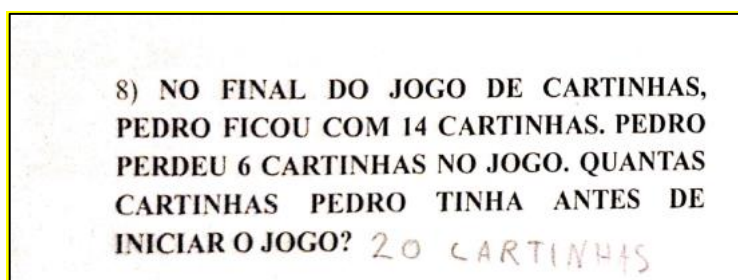
Figura 51 – Solução da questão 8 realizada pelo aluno C11M relacionada ao pré-teste



Fonte: Dados do pesquisador (2024).

Já na Figura 52 o estudante resolve a questão e coloca a referência da quantidade de cartinhas, demonstrando evolução na resolução e na alfabetização, pois soube interpretar e responder corretamente, mencionando o objeto quantificado.

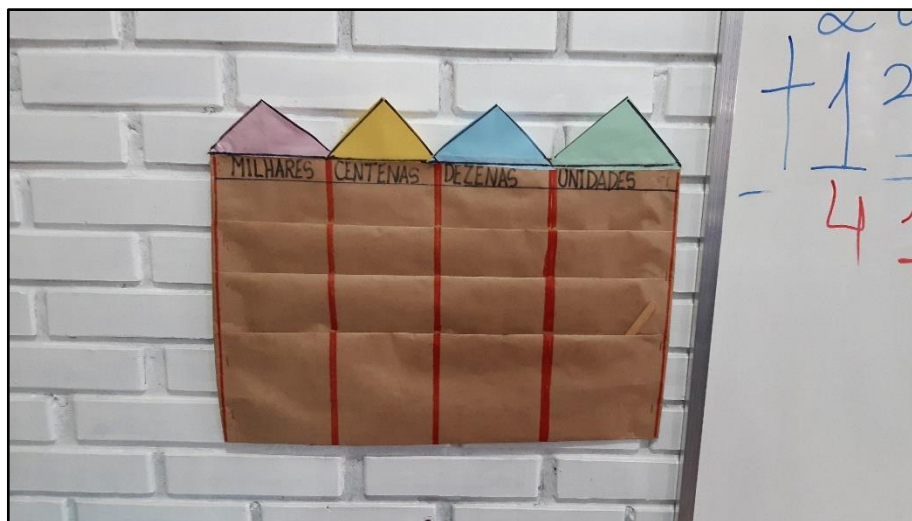
Figura 52 – Solução da questão 8 realizada pelo aluno C11M relacionada ao pós-teste



Fonte: Dados do pesquisador (2024).

A professora K também utiliza o ábaco-cartaz para a realização das operações de soma e subtração em conjunto com o material dourado encaixável, conforme imagem da Figura 53 a seguir.

Figura 53 – Ábaco-cartaz elaborado pela professora L



Fonte: Dados do pesquisador (2024).

A professora utiliza diferentes formas de representação do objeto matemático (algoritmo, material dourado encaixável e ábaco-cartaz). A professora K promove a participação dos estudantes, resolvendo a atividade em conjunto com os demais alunos, conforme mostra a Figura 54.

Figura 54 – Professora K utilizando o ábaco-cartaz

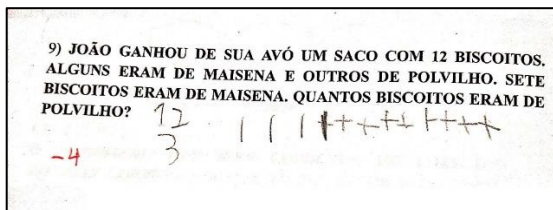


Fonte: Dados do pesquisador (2024).

A estratégia da professora K trouxe uma melhor compreensão para os seus estudantes, confirmada pelos resultados apresentados no pós-teste, nos quais houve evolução na aprendizagem de seus alunos. A estratégia que os estudantes utilizam para solucionar os problemas continua sendo a pictografia. Essa evolução pode ser observada ao compararmos o

pré-teste do aluno B11C na Figura 55, quando percebemos que o estudante construiu a noção de contagem por meio da pictografia. A operação relacionada ao objeto matemático “subtração” e o número que o estudante considerou como subtraendo na operação de subtração e o respectivo resultado da operação, no entanto, não estão corretos.

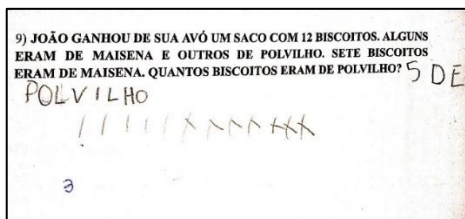
Figura 55 – Solução da questão 9 realizada pelo aluno B11C
relacionada ao Pré-teste



Fonte: Dados do pesquisador (2024).

No pós-teste o aluno mantém a estratégia da pictografia, consegue realizar a contagem correta e escreve a quantidade do objeto quantificado (Figura 56), o que evidencia que houve evolução tanto na alfabetização matemática quanto na alfabetização deste estudante.

Figura 56 – Solução da questão 9 realizada pelo aluno B11C
relacionada ao Pós-teste



Fonte: Dados do pesquisador (2024).

Quadro 30 – Nível da Subcompetência da Análise da Atividade Matemática durante a instrução do Modelo CCDM

COMPETÊNCIA DE ANÁLISE E INTERVENÇÃO DIDÁTICA	CAD	Indicadores	Característica	Evidências	Nível
	Epistêmico/Cognitivo				
	Alfabetização Matemática	– As definições do objeto matemático a ser ensinado são claras e acessíveis aos estudantes. – As definições e procedimentos são claros e corretos e estão totalmente adequados ao nível educacional para o qual são direcionados. – São apresentadas as diferentes representações e suas conexões para o nível educacional dado. – São propostas situações em que os alunos podem negociar definições, representações, proposições ou procedimentos.	Além de L₁, o docente promove o uso de diferentes formas de representação do objeto matemático em estudo e promove a discussão com os estudantes. As definições, procedimentos, propriedades e explicações são claras e corretas, assim como as verificações ou demonstrações, adequadas ao nível educacional ao qual se destinam. O professor preocupa-se para que os alunos tenham conhecimentos prévios para estudar a matéria (seja verificando se já os aprenderam ou ensinando-os ele mesmo). Além disso, observa-se a representatividade dos significados do objeto matemático a ser ensinado (Pino-Fan; Godino; Font 2011, 2018).	<i>As professoras promovem a representação da unidade, dezena e centena por meio de material concreto (material dourado encaixável), atribuindo significado à unidade, dezena e centena. Estabelecem relações de quantidade com o concreto para que os estudantes assimilem a noção do sistema decimal, estabelecendo as ordens adequadamente e relacionando-as com as quantidades corretas.</i> <i>Uma das professoras aproveita a explanação de uma aluna, que diz que ficou fácil chegar a uma centena: basta contar de dez em dez. Ela então diz: "E, se tivermos um grupo de dez barrinhas de dezenas (mostrando o material dourado), podemos ter uma centena." E continua: "E se tivermos um grupo de dez cubinhos, podemos juntar e colar para formar uma dezena, ou seja, uma peça igual a essa, com dez cubinhos."</i>	L ₂

Fonte: Elaborado pelo pesquisador (2024).

A instrução do modelo CCDM, durante o ciclo formativo, possibilitou uma evolução no nível da subcompetência de análise da atividade Matemática das professoras participantes do grupo intervenção, que iniciou no nível zero (L₀), evoluiu para o nível um (L₁) e finalizou no nível dois (L₂). No início do ciclo formativo as professoras participantes cometiam erros e explicações ambíguas e ainda não tinham percebido, por exemplo, que os alunos não haviam consolidado o significado de número, pois já introduziam outros objetos matemáticos, como a

adição, a subtração e as noções de antecessor e sucessor, sem verificar os conhecimentos prévios dos alunos. Isso ficou evidente nos erros cometidos pelos alunos ao solucionar questões em que precisavam quantificar e, posteriormente, realizar a representação simbólica (numérica) da quantificação encontrada.

Durante o transcorrer do ciclo as participantes, embora tenham cometido algumas explicações ambíguas, demonstraram avanços ao apresentar definições, procedimentos, propriedades e explicações de forma mais clara, correta e adaptada ao nível dos estudantes. Por exemplo, trabalharam os significados da soma e da subtração de forma representativa, bem como seus respectivos procedimentos e representações (representação com material concreto, representação pictórica e representação simbólica). Além disso, começaram a adaptar as tarefas e a explorar o processo de alfabetização matemática na realização das mesmas.

Ao final da instrução do modelo CCDM, as participantes já demonstravam um nível elevado (L_2) da subcompetência de análise da atividade matemática, uma vez que consideravam os conhecimentos prévios dos alunos e apresentavam definições, procedimentos, propriedades, representações e explicações de forma clara, correta e adaptada ao nível dos estudantes. Também consideravam os diferentes significados dos objetos matemáticos a serem trabalhados e promoviam a alfabetização matemática, evidenciada pelas respostas dos alunos nas questões dos pós-testes. Essas respostas mostram que os alunos conseguem realizar mudanças de representação, avançam para as soluções por meio do cálculo mental e compreendem os enunciados das tarefas, uma vez que apresentaram respostas corretas a partir da representação simbólica (numérica) das quantidades solicitadas nos diferentes problemas propostos.

4.2.1.1.2 Análise e gestão das interações

De acordo com Pino-Fan, Castro e Font (2023), para que o professor desenvolva a subcompetência em análise e gestão das interações, é necessário considerar as seguintes questões (Godino; Contreras; Font, 2006): a) Que tipo de interações entre pessoas e recursos serão instituídas nos processos instrucionais e quais as consequências no processo de aprendizagem? e b) Como as interações e os conflitos de aprendizagem podem ser gerenciados para otimizar a aprendizagem?

Essas questões orientam o professor de Matemática a integrar diversas configurações didáticas em suas aulas, planejando e gerenciando os processos de ensino e aprendizagem. A

subcompetência de análise e gestão de interações utiliza um sistema normativo (Assis; Godino; Frade, 2012; Godino, 2009; Molina, 2019) que regula essas interações para explorar a origem e natureza dos objetos matemáticos. No âmbito do ensino dos números naturais é necessário estabelecer “regras” e “normas” para realizar as operações fundamentais. Para a compreensão do significado de número, por exemplo, o processo de instrução deve criar uma dinâmica na qual “o conhecimento surja da interação” (Pino-Fan; Castro; Font, 2023, p. 1.420). Esse sistema complexo exige que o professor de Matemática seja “competente no planejamento e gestão de configurações didáticas” (Pino-Fan; Castro; Font, 2023).

4.2.1.1.2.1 Análise e gestão das interações antes da instrução do modelo CCDM

A análise e gestão das interações antes da instrução do modelo apresentou a configuração do **nível zero (L₀)** ao **nível um (L₁)**.

Observamos que as professoras do grupo intervenção desenvolviam o CAD de interação de forma ainda tímida antes do ciclo formativo. Essa característica deve-se ao fato de que o grupo intervenção, antes da instrução do modelo CCDM, já propiciava momentos de interação entre os estudantes. Essas interações ocorriam no processo de ensino e aprendizagem, com foco na resolução de dúvidas e dificuldades (conflitos de significado apresentados pelos alunos), em um processo no qual os estudantes tinham um papel de receptores de informações pautadas pelo professor, conforme exemplos das duas professoras:

Aluno: eu falei que estava certo. Mas não há interação da professora; o aluno fala para os colegas, e não à professora. A professora está trabalhando com os números ordinais e está categorizando a ordem dos nomes no problema abordado. Aluno fala: João é o quarto professora: escreve no quadro. Aluno: Gabriel é o sexto (Registros da aula – Professora L).

Em nenhum momento a professora explica a resposta que o aluno está ditando. A professora pergunta: Qual o número que tu formaste? O aluno responde com um diálogo... professora quero dizer..., a professora: eu não quero que tu me digas, eu quero que tu contes. Quantos que tu pintaste, e aí o aluno responde: 18. Professora: muito bem! (Registros da aula – Professora K).

Nesse estágio da observação realizada as professoras do grupo intervenção ainda não haviam participado da formação com a instrução do modelo CCDM e apresentavam uma gestão das interações às quais estavam habituadas. Notamos que, nas interações, não provocavam a reflexão, pois não consideravam que seus alunos possuísem características próprias para uma interação significativa, essencial para uma discussão sobre o aprendizado do conteúdo matemático abordado.

O processo de interação consistia em relacionar os conhecimentos já construídos pelo aluno, propondo a problematização e a participação, uma vez que os alunos já demonstravam interesse em conhecer os objetos matemáticos, conforme foi verificado na seguintes observação: “*se visualiza estudantes manipulando o material dourado, como a centena, placa de 100 unidades*” (Figura 57).

Figura 57 – Interação do estudante com o material dourado



Fonte: Dados do pesquisador (2024).

As docentes não contemplavam a Matemática contextualizada na vida cotidiana dos seus alunos em suas práticas pedagógicas. Essa carência foi evidenciada no diário de campo do pesquisador, ao descrever a efetiva participação dos estudantes, seja no gerenciamento do professor ao se dirigir ao aluno para a gestão dos conflitos de significado, ou quando o aluno se dirigia ao professor para solucionar suas dúvidas.

Nestes casos, ambas as professoras apresentavam características particulares para uma gestão de interações mais rica. Na turma da professora L os alunos demonstravam estar ansiosos pela correção do caderno após a realização de todas as atividades. Já na turma da professora K os alunos demonstravam necessidade de mostrar cada atividade para a professora verificar se estava correta. Percebemos que na aula da professora L o aluno ia até o professor, enquanto na aula da professora K era o professor quem ia até o aluno (Diário de campo do pesquisador).

Nessa configuração, as professoras apresentavam dificuldades em valorizar as diversas configurações didáticas possíveis no âmbito do ensino e da aprendizagem dos estudantes. As normas que utilizavam evidenciavam um perfil docente que não enfatizava os processos instrucionais básicos para, posteriormente, evoluir para processos mais complexos de adequação didática.

Esse dado pode ser verificado em uma das falas da professora K: *“A professora vai ‘mostrar’ um número aqui na frente e vocês irão montar”*. Ao utilizar a palavra “mostrar”, os estudantes esperavam uma explicação clara, compreensível e com exemplos concretos, considerando que a turma apresentava características de alfabetização, conforme o relato: *“A professora me explica que utiliza a tabela com o nome dos números, pois muitos não sabiam ler; comenta que a maioria dos estudantes está alfabética, mas tem dificuldades”* (Diário de Campo do Pesquisador).

Além disso, as dificuldades relacionadas à alfabetização Matemática já haviam sido evidenciadas nos pré-testes aplicados. A professora, no entanto, não realizava esse processo alfabetizador. Em vez disso, apresentava um número em símbolos numéricos e imediatamente o relacionava às dezenas e unidades do material dourado, sem promover a construção gradual do número em sintonia com o que poderia ser realizado, conforme o apresentado anteriormente na Figura 31.

Diante deste cenário observado no grupo intervenção, percebemos que o grupo precisa desenvolver estratégias do CAD cognitivo, como estabelecer um planejamento que explore os conhecimentos prévios, promova adaptações curriculares e incentive a alfabetização Matemática, visando a criar um ambiente propício à aprendizagem. Para que essas ações sejam efetivadas é necessário

[...] considerar que o cotidiano da criança e as relações por ela vivenciadas fazem parte de sua formação, interferindo no seu processo de alfabetização. Falar em alfabetização traz à tona uma discussão sobre o que significa ler e escrever, ou seja, ser alfabetizado. Se considerarmos a alfabetização num sentido *stricto*, esse seria o processo de apropriação do sistema de escrita alfabético. Porém, ao ampliar essa discussão, aparece um termo que talvez para muitos, ainda soe estranho: a Alfabetização Matemática (Alves; Grutzmann, 2021 p. 202).

Dessa forma, notamos que o grupo intervenção necessita de formações que esclareçam as necessidades de seus estudantes, apresentando propostas que contemplem o conteúdo matemático de maneira interdisciplinar, por exemplo, por meio da literatura infantil. Estudos sobre essa temática (Tramontin, 2020; Souza, 2008) demonstram que essa abordagem desperta o interesse dos estudantes e aproxima a Matemática do universo da literatura infantil.

Destaca-se que, ao contar uma história, “o aluno viaja junto com os personagens, resolve desafios, sente suas emoções e, muitas vezes, vibra com os finais felizes” (Tramontin, 2020; Souza, 2008, p. 204). Essa integração entre literatura e Matemática pode ser uma estratégia eficaz para tornar o aprendizado mais significativo e envolvente, promovendo tanto a alfabetização matemática quanto a motivação dos estudantes.

Considerando o contexto supraexposto, as participantes do grupo intervenção dialogam com a proposta do projeto *Recontextualizar* (Silva *et al.*, 2023b), ao estabelecerem seus objetivos por meio de práticas pedagógicas que recontextualizam as ciências, a Língua Portuguesa e a Matemática na literatura.

Dessa forma, busca-se proporcionar o desenvolvimento de competências e conhecimentos das professoras, utilizando ferramentas como as competências-chave, fundamentadas em um estudo prévio do conhecimento apresentado pelos estudantes e na relação desse conhecimento com a competência a ser desenvolvida (Pino-Fan; Castro; Font, 2023).

A configuração da subcompetência de análise e gestão das interações, antes da instrução do modelo CCDM, apresenta características tanto no nível zero (L_0) (Quadro 31) quanto no nível um (L_1) (Quadro 32). Esse fato demonstra a necessidade da apresentação de ferramentas às participantes que contemplem o raciocínio lógico-matemático, com conexões intra e extramatemáticas, visando o desenvolvimento das competências de resolução de tarefas, comunicação, argumentação e ações que promovam a autonomia do estudante.

Quadro 31 – Nível da Subcompetência de análise e gestão das interações antes da instrução do modelo CCDM

COMPETÊNCIA DE ANÁLISE E INTERVENÇÃO DIDÁTICA	CAD	Indicadores	Característica	Evidências	Nível
	De Interação				
		Interações do professor/Autonomia do Estudante – Interações em que o professor resolve as dúvidas e dificuldades dos alunos. – Os estudantes interagem uns com os outros de forma inclusiva e motivadora durante o processo instrucional. – O professor realiza uma apresentação adequada do tema (clara e bem-organizada, não fala muito rápido, enfatiza conceitos-chave do tema, etc.). – Reconhece e resolve os conflitos dos alunos (perguntas são feitas e respostas apropriadas, etc.). – Busca chegar a um consenso com base no melhor argumento. – Utiliza vários recursos retóricos e argumentativos para envolver e captar a atenção dos alunos. – A inclusão dos alunos na dinâmica da aula é facilitada.	A intervenção do professor, no transcorrer do processo de ensino e aprendizagem, utiliza uma “dinâmica de interação tradicional” na qual os estudantes atuam principalmente como receptores. A apresentação do tema não é totalmente adequada (ou seja, clara e bem organizada); não se enfatizam os conceitos-chave em relação à noção matemática estudada. Não se promove a interação entre os estudantes e sua autonomia. Não há empatia pelas dificuldades dos estudantes; para os estudantes não é significativo nem motivador resolver as tarefas. Os docentes identificam alguns papéis (ou normas) fundamentais dos agentes envolvidos no processo de instrução. Por exemplo, “o aluno deve prestar atenção ao professor e resolver os problemas propostos” e “o professor deve explicar e definir os conceitos”.	<i>A professora já começa a falar e não dá espaço para os estudantes responderem o que lembravam.</i> <i>Um dos alunos fala: terminei, a professora ouve, mas não dá atenção; a aluna e continua a correção no quadro.</i> <i>“A atividade é muito parecida com a atividade que a gente fez semana passada, a gente tem que ler a imagem, tem que ler também as dicas que estão aqui embaixo, apontando para a folha”, mas não solicitando aos estudantes que leiam em conjunto.</i> <i>Professora chama a atenção de todos e pede para eles acompanharem, mas o acompanhar é ouvir a professora, pois eles apenas olham para a folha e escutam; em nenhum momento é solicitado que os estudantes leiam em voz alta.</i> (Registro da aula – Professora L) <i>O aluno pergunta: “professora dá para pegar esse aqui?”, referindo-se à centena do material dourado. Professora responde: “as placas a gente não vai usar”.</i> <i>A professora interrompe a atividade, ergue a folha com o número 45 e pergunta, “que número é esse aqui?”</i>	L ₀

Fonte: Elaborado pelo pesquisador (2024).

Observamos que o grupo intervenção demonstrou conseguir identificar quais dinâmicas interacionais eram apropriadas às características de seus alunos. Dessa forma, as professoras L e K desenvolveram a competência de gestão de interações no nível 1 (L_1), interferindo no processo pedagógico. Na maioria dos momentos da aula, no entanto, ainda se encontraram no nível zero (L_0).

As ações realizadas pela professora L demonstraram que ela estava disposta a compreender as necessidades de seus estudantes, dado que circulava pela sala de aula, identificava as dificuldades dos alunos e realizava interações como: “*Fala a palavra, pensa como se escreve*”.

A professora preocupava-se que todos os alunos finalizassem a tarefa, mas não atendia de forma adequada aos que apresentavam dificuldades. Por exemplo, um dos alunos teve dificuldade na compreensão da relação entre a representação simbólica e verbal de um número. Para resolver tal conflito de significado, a professora facilitou ao aluno uma ficha com o nome dos números. Nesse caso, a docente utilizou uma estratégia para que o estudante consultasse a palavra, mas não o aproximou com atitudes positivas, nem contextualizou ou ajudou a superar os conflitos apresentados (Registro da aula – Professora L).

Outra relação que precisou ser considerada para que as participantes do grupo intervenção pudessem evoluir na gestão de interações foi a valorização das conexões entre a língua materna e a Matemática (Smole; Diniz, 2001; Smole *et al.*, 2004), possibilitando a compreensão de enunciados, propriedades e definições dos objetos matemáticos trabalhados.

Para que essa ação pedagógica seja efetiva é necessário que haja uma formação para os docentes pautada em conhecimentos, envolvimento efetivo e no desenvolvimento de habilidades e competências no ensino da Matemática (Font, 2011; Pino-Fan; Font; Breda, 2017).

Quadro 32 – Nível da Subcompetência de análise e gestão das interações

COMPETÊNCIA DE ANÁLISE E INTERVENÇÃO DIDÁTICA	CAD	Indicadores	Característica	Evidências	Nível
	De Interação				
		Interações do professor/Interações do Estudante			
		– Interações em que o professor resolve as dúvidas e dificuldades dos alunos. – Os estudantes interagem uns com os outros de forma inclusiva e motivadora durante o processo instrucional. – O professor realiza uma apresentação adequada do tema (clara e bem-organizada, não fala muito rápido, enfatiza conceitos-chave do tema, etc.). – Reconhece e resolve os conflitos dos alunos (perguntas são feitas e respostas apropriadas, etc.). – Busca chegar a um consenso com base no melhor argumento. – Utiliza vários recursos retóricos e argumentativos para envolver e captar a atenção dos alunos. – A inclusão dos alunos na dinâmica da aula é facilitada.	O professor apresenta o tema adequadamente (ou seja, faz uma apresentação clara e bem organizada, não fala rápido demais, enfatiza os conceitos fundamentais da noção a ser explicada) e fomenta o diálogo e a comunicação entre os estudantes. Estimula a participação dos estudantes na dinâmica da aula, responde às dúvidas e, quando necessário, esclarece seus erros. O docente também fomenta atitudes positivas nos estudantes, como a participação nas atividades propostas, a perseverança e a responsabilidade. Além disso, compreende os conflitos dos estudantes e os ajuda a superá-los. Também incentiva os estudantes a valorizar a utilidade da Matemática no cotidiano. Com base nas informações anteriores, o docente é capaz de identificar quais dinâmicas de interação mais bem se adaptam às características dos estudantes e quais não, para alcançar seu aprendizado.	<i>A professora L fala lentamente, interage e traz os alunos para a participação na aula. A professora retoma as respostas dos alunos e sinaliza, fazendo a leitura novamente das questões. A professora circula pela sala e vê uma aluna com dificuldade. Pela sua aparência, a professora, de forma enfática, diz à estudante: “Fala a palavra, pensa como se escreve.”</i> (Registros da aula/Professora L). <i>A professora K distribui o material dourado em duplas para que os estudantes possam se ajudar. “Ele vai dividir comigo (o material dourado)?” O estudante pergunta e a professora K responde que sim. Os estudantes começam a mostrar o material dourado um ao outro e pedem a mesma quantidade que o colega tem.</i> (Registro da aula da Professora K).	L ₁

Fonte: Elaborado pelo pesquisador (2024).

Os dados do Quadro 32 apresentam uma configuração em que as professoras do grupo intervenção favorecem o diálogo com os estudantes a fim de que possam compreender suas ações pedagógicas. Esse processo demonstra que, nesse nível, as docentes compreendem que os alunos ainda estão em estágio de alfabetização, pois apresentam vocabulário e instruções de leitura, presentes nas interações:

Nota-se que os estudantes já estão acostumados com o vocabulário: unidade, dezena, centena do sistema de numeração decimal. Pois respondem estas palavras ao serem perguntados a quantidade do material dourado (Registro da aula da Professora K). A atividade é muito parecida com a atividade que a gente fez semana passada, a gente tem que ler a imagem, tem que ler também as dicas que estão aqui embaixo, apontando para a folha (Professora L).

Dessa forma, a evolução no nível da subcompetência de análise e gestão das interações percorre as ações que as professoras exercem para a alfabetização, faltando, porém, elas relacionarem essas ações ao conteúdo matemático em outros momentos, criando uma dinâmica para facilitar a interação de modo a contribuir para a alfabetização Matemática dos alunos.

A falta de gestão de propostas que contemplem o conteúdo matemático de maneira interdisciplinar, como por meio da literatura infantil, a ausência de um planejamento adequado para a gestão da interação a fim de sanar as dúvidas dos alunos que apresentam maior dificuldade na assimilação do novo conteúdo explicado, e a escassez da valorização das conexões entre a língua materna e a linguagem Matemática durante as interações em sala de aula, demonstram o baixo nível da subcompetência da análise e gestão das interações apresentado pelas professoras, antes da instrução do modelo CCDM, apontando a necessidade de as participantes desenvolverem essa subcompetência durante o ciclo formativo.

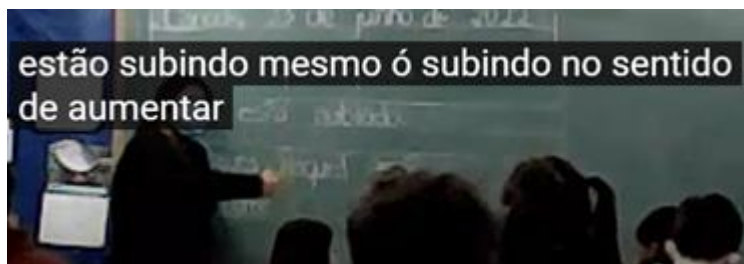
4.2.1.1.2.2 Análise e gestão das interações durante a instrução do modelo CCDM

Durante a instrução do modelo CCDM o nível de subcompetência de análise e gestão das interações das professoras participantes do grupo intervenção apresenta uma configuração que evolui do **nível dois (L2)** ao **nível três (L3)**. A seguir mostramos como os níveis dessa competência foram sendo desenvolvidos.

As professoras do grupo intervenção, durante a instrução do modelo CCDM, começam a valorizar a interação entre os alunos e a compreender a importância da interação professor-aluno. Elas passam a dar maior ênfase à comunicação e a orientar seus estudantes quanto às normas/regras e aos significados dos objetos matemáticos. Esse aspecto é observado na interação da professora L, conforme registrado: *“A professora traz o significado da soma, trazendo a reta numérica. Faz a interação levando ao aluno o raciocínio aditivo e compara a reta numérica disposta na sala de aula e faz com que o aluno faça o mesmo raciocínio na reta numérica (Professora L)”*.

O procedimento adotado pela professora L demonstra que a docente está proporcionando aos seus estudantes a possibilidade de relacionarem o objeto matemático (soma dos números naturais) às suas representações, por exemplo, a soma na reta numérica. A professora apresenta aos seus alunos argumentos matemáticos fundamentados nas propriedades do objeto matemático trabalhado, conectando-os com o uso da reta numérica. Esses argumentos são evidenciados na explicação, ao mostrar, por exemplo, que o significado do objeto matemático soma a partir da ideia de aumento (realizando a soma no eixo vertical e mencionando os conceitos de “subir” e “aumentar”), conforme mostrado na Figura 58 a seguir.

Figura 58 – Professora L explicando o significado de soma como aumento



Fonte: Dados do pesquisador (2024).

Observamos que a professora L proporciona e promove a aquisição de novos conhecimentos por meio de uma interação dialógica, incentivando seus estudantes a dialogarem para solucionar suas dúvidas.

As professoras introduzem em suas aulas informações que facilitam a resolução de problemas, como a noção de tempo. Por exemplo, a professora L pergunta aos estudantes: “*Que dia da semana foi ontem e que dia da semana está acontecendo a aula?*” (Professora L). Essa abordagem dá sentido à aula, levando os alunos a relacionarem o conteúdo com seu cotidiano (conexões extramatemáticas). A promoção das interações ocorre de forma contínua durante as explicações, como no caso da professora L, ao solucionar um dos problemas que propôs:

A professora resolve o problema: “[...] estou na casa do zero, mais um, dois, três onde chegou? [...]”. Os estudantes respondem em coro: “No três” (22 min 16s)! Nota-se que a professora conquistou a atenção dos estudantes, pois todos estão atentos à resolução, não um ou dois alunos como em outros momentos (Registro aula – Professora L).

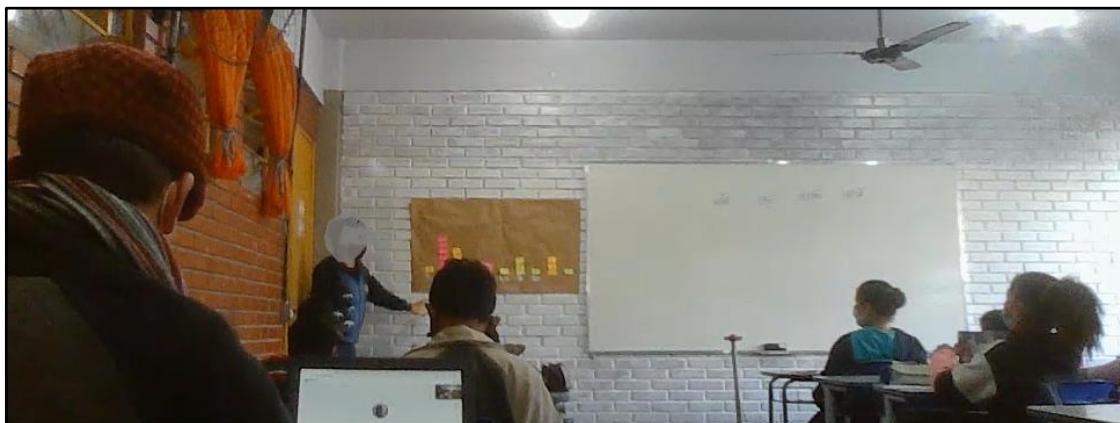
A professora L introduz conexões extramatemáticas, como a escolha da brincadeira favorita, e utiliza instruções claras e objetivas que mantêm os estudantes atentos às relações feitas por ela e por seus colegas. A professora estabelece regras para realizar a atividade, explicando como os alunos devem colar os papéis no cartaz para formar o gráfico das preferências. Ela exemplifica de forma didática: “*Se uma pessoa gosta de futebol, vai colocar no futebol. Agora, se Maria gosta de pular corda, ela vai colar na brincadeira pular corda*” (Registro de aula – Professora L).

A professora L desenvolve gradualmente a autonomia dos estudantes, promovendo diálogos que incentivam o raciocínio. Por exemplo, no registro da aula da professora L: Alunos: “*O futebol, esta brincadeira irá vencer.*” Professora: “*Não adianta falar agora, eu vou esquecer.*”

Quanto à professora K, observa-se continuidade na estratégia de circular pela sala e interagir diretamente com os alunos. No decorrer da instrução do modelo CCDM, no entanto, ela começa a estimular seus estudantes com expressões positivas, como: “*Muito bem*” e “*Está certo.*” Essas atitudes incentivam a participação e promovem um ambiente motivador.

A professora K também utiliza elementos extramatemáticos, como a escolha de um animal favorito, realizando a atividade com a participação de todos os estudantes. Após analisar o gráfico construído pelos alunos sobre os animais mais votados, ela apresenta os resultados de forma clara e organizada, iniciando um diálogo com a turma. Durante a interação, destaca a importância de identificar os animais mais votados e os menos votados, conforme ilustrado na Figura 59 a seguir.

Figura 59 – Atividade dos animais mais votados – turma da professora K



Fonte: Dados do pesquisador (2024).

Ao corrigir a atividade (Figura 59), a professora L valoriza a participação dos estudantes, promovendo a interação e a interpretação dos dados do gráfico. Por exemplo, ao iniciar a análise do gráfico com os alunos ela pergunta: “*Qual o animal que menos foi pesquisado?*” Os estudantes respondem: “*Cobra.*” A professora, incentivando uma interpretação mais detalhada, prossegue: “*Qual o outro animal menos pesquisado?*” Os alunos, então, respondem: “*Morcego*”.

Por sua vez, a professora K demonstra um avanço significativo na promoção da autonomia de seus estudantes. Durante a realização da atividade ela aguarda as respostas dos alunos, evitando fornecer as respostas antes que eles possam elaborar suas próprias ideias. Esse momento evidencia um progresso importante na análise e gestão das interações, mostrando que a professora K passa a priorizar a construção do pensamento e da confiança dos estudantes na resolução e explicação das tarefas.

Quadro 33 – Nível da Subcompetência de análise e gestão das interações durante a instrução do CCDM

CA	De Interação	Indicadores	Característica	Evidências	Nível
		– Interações em que o professor resolve as dúvidas e dificuldades dos alunos. – Os estudantes interagem uns com os outros de forma inclusiva e motivadora durante o processo instrucional. – O professor realiza uma apresentação adequada do tema (clara e bem-organizada, não fala muito rápido, enfatiza conceitos-chave do tema, etc.). – Reconhece e resolve os conflitos dos alunos (perguntas são feitas e respostas apropriadas, etc.). – Busca chegar a um consenso com base no melhor argumento; – Utiliza vários recursos retóricos e argumentativos para envolver e captar a atenção dos alunos. – A inclusão dos alunos na dinâmica da aula é facilitada.	Além do indicado em L₁, o professor, com base na experiência ou no conhecimento de alguma ferramenta teórico-metodológica, contempla momentos em que os estudantes: formulam perguntas e apresentam soluções; exploram exemplos e contraexemplos para investigar e conjecturar; utilizam diferentes ferramentas para raciocinar, fazer conexões intra ou extramatemáticas, resolver tarefas e comunicar suas soluções, ou seja, promove a autonomia do estudante. Além disso, o docente utiliza diversos recursos retóricos e argumentativos para captar a atenção dos estudantes, compreender seus conflitos, incentivá-los e propor perguntas para contrastar suas respostas. No aspecto de análise didática da interação, o docente analisa as intervenções de seus alunos; interpreta corretamente os silêncios dos estudantes, suas expressões faciais e suas perguntas; examina as práticas dos estudantes (procedimentos, argumentos, definições), buscando argumentar ou explicar com base no consenso; identifica algumas normas que promovem certas práticas esperadas (Molina, 2019); e identifica situações, problemas ou contextos que são de interesse para os estudantes. Este último aspecto o ajuda a prever como os estudantes resolvem tarefas específicas e avaliar quais serão emocionantes e desafiadoras para eles. Além disso, reconhece e utiliza ações que podem ajudar a avaliar o progresso dos estudantes.	<i>Alguns estudantes já resolveram mentalmente e explicaram para a professora que o resultado era quatro.</i> <i>A professora então diz: “Chegamos na casa do quatro e não é que os colegas estavam certos e chegou no quatro mesmo” (Professora L)</i> <i>A professora K favorece o raciocínio do estudante, valorizando suas respostas e desenvolvendo autonomia, conforme a atividade em que faz o gráfico dos animais mais votados: “Quantos votos tiveram o menos votado? Os alunos dizem: um, referenciando a todos os animais com o mesmo número de votos como a cobra, porco, etc. A professora, então, pergunta, quantos votos fez o mais votado? E pergunta quanto faltou para alcançar o animal mais pesquisado? A professora aguarda a resposta dos estudantes.</i> <i>As professoras K e L explicam com clareza as atividades propostas e valorizam o diálogo na solução dos problemas.</i> <i>As professoras K e L utilizam problemas com contextos extramatemáticos para aumentar as dinâmicas interacionais entre seus estudantes.</i>	L ₂

Fonte: Elaborado pelo pesquisador (2024).

No final da instrução do modelo CCDDM, a subcompetência de análise e gestão das interações das participantes do grupo intervenção alcançou sua configuração no nível três (L₃).

As professoras conseguiram integrar e gerenciar seus processos de ensino e aprendizagem, alinhando-os ao sistema normativo da subcompetência de análise e gestão das interações (Molina, 2019). Elas compreenderam que as interações em sala de aula devem ser estruturadas para proporcionar o surgimento e a consolidação do conhecimento do objeto matemático trabalhado.

Um exemplo claro desse progresso é observado na prática da professora L, ao conduzir uma atividade de construção do número natural utilizando o material encaixável (Figura 45). Essa abordagem despertou o interesse dos estudantes na resolução dos problemas propostos, pois estavam compreendendo os significados subjacentes ao objeto matemático. Durante uma de suas aulas, foi registrada a seguinte atividade:

Os estudantes construíram os números com o material dourado encaixável. Uma das alunas escolheu as peças e as colocou em suas respectivas casas decimais em frente à lousa. A professora solicitou que a aluna escrevesse o número formado e chama atenção de que é preciso começar pelas unidades. A aluna conta junto com a turma quatro unidades, contando de um em um. A professora continua: agora a aluna irá contar as dezenas. Os alunos já respondem que é quatro, mas a professora solicita à estudante que conte de um em um para que todos verifiquem que tem quatro dezenas. Ao contar as centenas todos os alunos respondem: “uma”, e ao mesmo tempo falam o número construído, todos empolgados recitando “cento e quarenta e quatro”. A professora chama outro aluno e o aluno constrói outro, a professora está empolgada junto com os alunos, querendo saber qual o número que o aluno L irá formar.

A professora L consegue manter seus estudantes atentos à atividade, promovendo interações que efetivamente contribuem para a construção do conhecimento. Isso é particularmente relevante, considerando que nem todos os estudantes haviam consolidado completamente a definição do sistema decimal. Durante a aula a professora circula pela sala identificando as dúvidas dos alunos e resolvendo-as em voz alta para que todos possam compreender e sanar dificuldades semelhantes.

De forma similar, a professora K trabalha a construção do número com seus estudantes, fortalecendo tanto a interação quanto a compreensão do objeto matemático proposto. Em suas aulas a professora convida os estudantes a resolverem operações no quadro utilizando o ábaco, promovendo a participação ativa. Para contar as unidades a professora sugere que uma aluna conte em voz alta, incentivando os colegas a auxiliá-la caso surjam dúvidas, o que reforça a interação entre os estudantes e o aprendizado colaborativo.

Com base nessa abordagem, o grupo intervenção desenvolveu suas práticas após o ciclo formativo do CCDDM com uma preocupação central: atender às dúvidas dos estudantes

utilizando representações que conectassem a construção do número com o processo de alfabetização Matemática e linguística. Essa prática permitiu que os estudantes valorizassem e compreendessem os processos apresentados, promovendo uma visão mais profunda do objeto matemático, conforme discutido por Pino-Fan, Godino e Font (2011, 2018).

Quadro 34 – Nível da Subcompetência de análise e gestão das interações após a instrução do CCDM

COMPETÊNCIA DE ANÁLISE E INTERVENÇÃO DIDÁTICA	CAD		Indicadores	Característica	Evidências	Nível
	De Interação	Interações do professor/Autonomia do Estudante	– Interações em que o professor resolve as dúvidas e dificuldades dos alunos. – Os estudantes interagem uns com os outros de forma inclusiva e motivadora durante o processo instrucional. – O professor realiza uma apresentação adequada do tema (clara e bem-organizada, não fala muito rápido, enfatiza conceitos-chave do tema, etc.). – Reconhece e resolve os conflitos dos alunos (perguntas são feitas e respostas apropriadas, etc.). – Busca chegar a um consenso com base no melhor argumento. – Utiliza vários recursos retóricos e argumentativos para envolver e captar a atenção dos alunos. – A inclusão dos alunos na dinâmica da aula é facilitada.	Utilizam-se sistematicamente “ferramentas” teórico-metodológicas (por exemplo, Assis <i>et al.</i>, 2012; Godino, 2009; Molina, 2019), que permitem identificar e utilizar normas que regulam as interações no processo de ensino e potencializam a aprendizagem dos estudantes. Além do que foi proposto em L₂, ressaltam-se qualidades de precisão e rigor das matemáticas e promove-se a autoestima, evitando uma predisposição negativa em relação ao estudo das matemáticas. O professor resolve os problemas de apatia e desinteresse dos estudantes, estimula a autoestima, evita a rejeição ou o medo da matemática e fomenta a aprendizagem. O progresso cognitivo dos estudantes (alcance dos objetivos de aprendizagem) é observado e analisado sistematicamente. Isso permite avaliar a utilidade das Matemáticas na vida cotidiana e profissional; por outro lado, favorece-se a argumentação em situações de igualdade. Ou seja, o argumento é valorizado por si mesmo e não por quem o formula.	<i>A professora propõe um problema para os estudantes, fazendo com que eles construam um número com material dourado e os represente no quadro por meio da representação gráfica nas casas da unidade, dezena e centena para, assim, descobrir o número que está sendo construído pelo estudante.</i> <i>A professora reforça que a construção é colaborativa e fará com que todos aprendam. Os estudantes prontamente realizam a atividade.</i> <i>Os estudantes já estabelecem um interesse, apropriando-se do material utilizado, e a professora faz a mediação de que os estudantes irão construir o número com o material dourado, desenhar as unidades, dezenas e centenas em suas respectivas casas e depois a professora, junto com a turma, irá contar para conferir o número criado por eles.</i>	L ₃

Fonte: Elaborado pelo pesquisador (2024).

A instrução do modelo CCDM, durante o curso de formação continuada, possibilitou uma evolução significativa no nível da subcompetência de análise e gestão das interações das professoras participantes do grupo intervenção. Inicialmente essa subcompetência situava-se no nível dois (L_2), e, ao final do ciclo formativo, alcançou o nível três (L_3).

No início do ciclo as professoras participantes demonstravam esforços para incluir contextos extramatemáticos que fomentassem maior interação dos estudantes durante as atividades propostas. Além disso, adotavam ações que promoviam a autonomia dos alunos, como evitar fornecer respostas imediatas às suas perguntas. Esse espaço dado permitiu que os estudantes elaborassem suas próprias soluções e explicações.

Foi apenas no final da instrução do modelo CCDM, contudo, que as professoras começaram a refletir de maneira mais aprofundada sobre a gestão das interações, estruturando estratégias que integrassem as seguintes dimensões: interação aluno-professor, interação entre os próprios alunos e desenvolvimento da autonomia dos estudantes. A partir dessas práticas interativas o aprendizado do significado do objeto matemático ensinado – como a noção de número natural e a definição do sistema decimal – tornou-se mais evidente.

As professoras também passaram a desenvolver ações mais intencionais para estimular a participação ativa dos alunos. Um exemplo disso foi proporcionar oportunidades para que os estudantes resolvessem operações utilizando materiais concretos, como o ábaco ou o material dourado, e apresentassem os processos de resolução ao grande grupo. Essas dinâmicas não apenas reforçaram a compreensão do conteúdo, mas também promoveram a colaboração, o diálogo e o envolvimento dos estudantes no processo de ensino e aprendizagem.

4.2.1.1.3 Análise, utilização e gestão de recursos

De acordo com Pino-Fan, Castro e Font (2023), a subcompetência de análise, utilização e gestão de recursos caracteriza-se pela combinação de todas as subcompetências contidas nas Competências-chave do professor de Matemática. Seus elementos centrais abrangem os diferentes contextos dos processos de ensino e aprendizagem de Matemática.

Essa subcompetência considera a habilidade do professor na utilização de diversos recursos, como:

- materiais: livros didáticos, quadro negro, manuais;
- adaptações: ajustes de conteúdo e uso de exemplos concretos do objeto matemático;
- *softwares* matemáticos e aplicativos: ferramentas de geometria dinâmica, planilhas, programação, plataformas virtuais, inteligência artificial, entre outros;
- calculadoras e demais tecnologias.

Esses recursos destinam-se a responder questões de planejamento, como:

- O tempo destinado ao estudo do objeto matemático está adequado?
- Quais recursos devem ser utilizados para promover a aprendizagem de determinado objeto matemático?
- Quais são as vantagens e desvantagens do recurso que será utilizado?
- Os recursos materiais e tecnológicos escolhidos podem ser usados em um espaço de trabalho colaborativo?
- Quais obstáculos ao ensino e à aprendizagem a escolha dos recursos materiais e tecnológicos pode implicar?

Essa subcompetência permite que o professor elabore estratégias de ensino mais eficazes e promova a aprendizagem da Matemática, fundamentadas, por exemplo, no uso adequado das tecnologias (NCTM, 2000).

4.2.1.1.3.1 Análise, utilização e gestão de recursos antes da instrução do modelo CCDM

A subcompetência de análise, utilização e gestão de recursos das participantes, antes da instrução do modelo CCDM, configura-se no **nível zero (L₀)**. As professoras não demonstraram adequação na gestão dos recursos materiais e temporais ao longo dos processos de ensino e aprendizagem. Os tempos utilizados não favoreceram as fases de aprendizagem dos estudantes.

Essa configuração pode ser observada nas explicações da professora K: “*A professora segue com a explicação muito rápida, não respeitando o tempo do estudante*” (Registros da aula – Professora K).

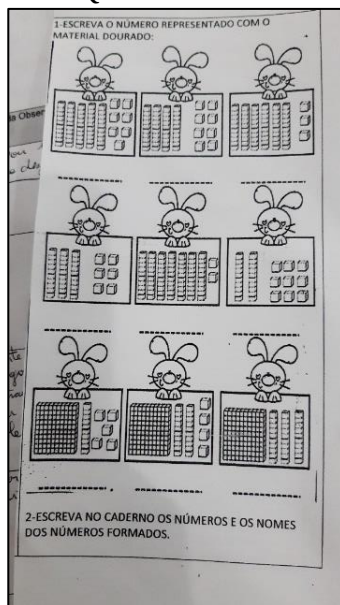
É também verificada nas observações da professora L: “*A professora então começa a explicar, mesmo que recentemente tivesse pedido ao estudante para que aguardasse.*”

Há uma evidente preocupação das professoras em concluir as atividades rapidamente para garantir tempo suficiente para finalizar seus planejamentos, sem considerar o tempo individual necessário para a aprendizagem dos estudantes (Registros da aula – Professora L).

Além disso, as professoras não utilizaram recursos tecnológicos, como *softwares*, computadores ou conteúdos digitais, que poderiam facilitar o aprendizado. A maior parte dos recursos empregados consistiu em cópias xerográficas extraídas da internet, conforme mostrado na Figura 60 na sequência. Por exemplo, no registro da aula da professora L: “*A professora entrega, novamente, outro xerox de atividade, pensando sempre em otimizar o tempo da aula, pois, ao corrigir as questões, corrige escrevendo as respostas no quadro.*”

O quadro negro também foi amplamente utilizado para a correção das tarefas.

Figura 60 – Questão extraída da internet

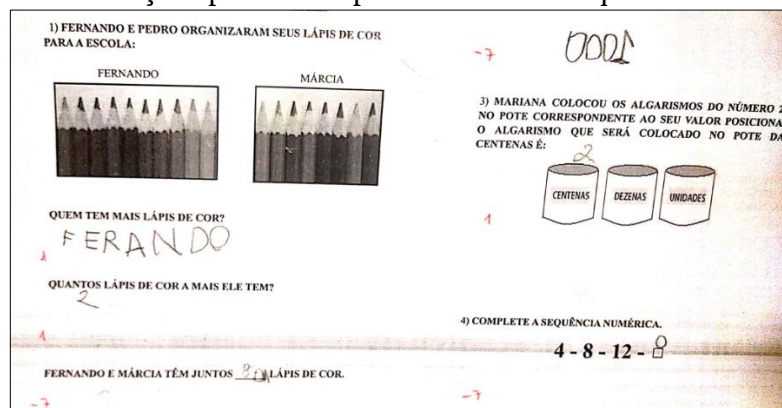


Fonte: Dados do Pesquisador (2024).

A ausência de adaptação das tarefas ao contexto da sala de aula e à realidade dos estudantes é evidente, uma vez que essas tarefas não contemplam o desenvolvimento da alfabetização, dificultando a leitura e a compreensão por parte dos alunos. Essa situação é destacada no registro da aula da professora L: “*Observa-se que muitos estudantes têm dificuldade na escrita e nas operações, não possuem construído o significado de número e nem estão 100% silábicos*”.

Esse fato é ilustrado na Figura 61, na qual, mesmo com o nome do sujeito (Fernando) representado de forma escrita na questão 1, o estudante o escreve de forma incompleta, com ausência de letras. Além disso, na questão 3 do pré-teste observamos a escrita do número espelhada, evidenciando as dificuldades enfrentadas.

Figura 61 – Solução apresentada pelo aluno B11J à questão 3 do Pré-teste



Fonte: Dados do pesquisador (2024).

No decorrer da observação da professora K a docente apresentou o material dourado como recurso, porém não demonstrou competências para sua gestão. A docente não realizou um planejamento que permitisse aos estudantes compreenderem o recurso e seu uso adequado. Isso ficou evidente quando a professora não valorizou a manipulação do material pelos alunos, como demonstrado na interação com um deles: “*Posso usar esse aqui?*” A professora, sem perceber que o estudante tinha dúvidas, respondeu rapidamente: “*As placas a gente não vai usar*” (Registros da aula – Professora K).

Observamos que não houve explicação adequada que relacionasse os elementos do material dourado ao aprendizado, o que gerou conflitos na aprendizagem e dificuldades de compreensão por parte dos estudantes. Após a entrega do material dourado aos alunos, houve um ambiente de agitação na sala de aula. Neste momento a professora pediu silêncio e explicou de forma rápida, sem dar tempo para que os estudantes expressassem suas dúvidas ou processassem a informação (Registros da aula – Professora K).

As docentes parecem desconhecer que a sala de aula deve ser adaptada ao contexto dos estudantes, como apontam Alves e Grützmann (2021). Esse processo exige uma reflexão sobre o ensino de Matemática nos anos iniciais, considerando o cotidiano infantil e as experiências já vivenciadas pelos alunos. Tal abordagem requer abertura e flexibilidade no planejamento para promover a aprendizagem.

No caso dos participantes do grupo intervenção, é essencial que a alfabetização contemple a construção e o desenvolvimento de competências associadas à leitura, escrita e interpretação, para alcançar, simultaneamente, a alfabetização matemática. Backes, Felicetti e Almeida (2024) destacam essa necessidade no contexto do grupo do projeto *Recontextualizar*, ao qual também pertence o grupo intervenção. As autoras enfatizam: “A alfabetização é uma questão que precisa ser contextualizada e recontextualizada” (p. 3).

Isso é particularmente relevante ao se tratar de estudantes que enfrentam dificuldades de alfabetização há décadas, agravadas ainda mais pelo impacto da Covid-19 entre os anos de 2020 e 2021.

Na configuração apresentada as professoras demonstram desconhecer as adaptações necessárias em suas salas de aula e não criam um ambiente que fortaleça a alfabetização matemática. Nessas circunstâncias, as atividades propostas permanecem distantes da realidade dos alunos, não ultrapassando o nível zero da subcompetência de análise, utilização e *gestão de recursos*, conforme ilustrado no Quadro 35, a seguir.

Quadro 35 – Nível da Subcompetência de análise, utilização e gestão de recursos antes do modelo CCDM

COMPETÊNCIA DE ANÁLISE E INTERVENÇÃO DIDÁTICA	CAD	Tempo/Aprendizagem	Indicadores	Característica	Evidências	Nível
	De Meios/Cognitivo		– Não há adequação dos recursos materiais e temporais utilizados no processo instrucional. – Recursos de tecnologia digital não são utilizados. – Não há adaptação da sala de aula para melhorar a explicação e o andamento do processo instrucional. – O planejamento não é adaptado, quando necessário, para atender às peculiaridades de cada estudante, como alunos com necessidades especiais ou com altas habilidades.	Os recursos materiais (livros didáticos, materiais manipulativos, computadores, apresentações de slides) são elementos utilizados, mas sua gestão não se foca em ajudar a alcançar a aprendizagem dos estudantes. O tempo é considerado como um recurso.	<i>A professora entrega o material dourado, mas não faz uma introdução sobre como utilizá-lo nem explica de que forma ele será integrado ao planejamento.</i> <i>A docente também distribui folhas impressas aos estudantes sem oferecer orientações adicionais (Registros da aula – professora K).</i> <i>Além disso, solicita que os estudantes utilizem um lápis azul, mas não antecipa que muitos deles poderiam não ter o material necessário.</i> <i>A professora demonstra preocupação em que todos finalizem as atividades, mas não oferece suporte adequado aos estudantes que enfrentam dificuldades. Para esses alunos, apenas entrega uma ficha com os nomes dos números, sem explicações complementares (Registros da aula – professora L).</i>	L ₀

Fonte: Elaborado pelo pesquisador (2024).

Dessa forma, é compreensível que as participantes do grupo intervenção desconheçam as potencialidades da gestão de recursos. A professora K utiliza cartazes com Algarismos, mas não considera que seus estudantes ainda não haviam construído a definição de número nem estabelecido a relação simbólica com sua quantificação.

Conforme registrado na Figura 62, a professora apresenta na folha o número a ser construído e o posiciona no rodapé do quadro. Ao realizar a atividade na folha xerocada, no entanto, o aluno não consegue estabelecer a relação entre o símbolo apresentado e seu significado.

Figura 62 – Atividade com o uso do material dourado



Fonte: Dados do pesquisador (2024).

As ações pedagógicas observadas também indicam a falta de integração e promoção da aprendizagem por meio de recursos tecnológicos para o objeto matemático proposto. O grupo intervenção não atendeu às questões relacionadas à utilização e gestão de recursos, demonstrando despreparo na elaboração do planejamento, na gestão do tempo em sala de aula, na adequação do espaço de aprendizagem e na entrega, de forma majoritária, de materiais extraídos da internet com a intenção de manter os estudantes sempre ocupados. Este último aspecto evidencia a baixa competência na gestão do tempo, no sentido de que é relevante destinar maior quantidade de tempo aos momentos em que os alunos possam consolidar a aprendizagem dos objetos matemáticos ensinados e não as atividades de mecanização e repetição.

A análise das práticas das professoras, realizada antes da instrução do modelo CCDDM no ciclo formativo, evidencia uma clara baixa competência de análise, utilização e gestão de recursos durante o processo pedagógico (L_0). A preocupação excessiva em concluir rapidamente as atividades resulta na negligência do tempo necessário para que os alunos realmente aprendam. A ausência de recursos tecnológicos e a utilização de materiais pouco adaptados à realidade da sala de aula refletem uma falta de inovação e reflexão sobre as necessidades do aluno. Além disso, a gestão inadequada de materiais didáticos, como o caso do material dourado, demonstra a carência de preparação para o uso de recursos que poderiam facilitar a compreensão dos conteúdos. A falta de um planejamento adequado, que promova a integração de recursos e a adaptação do espaço de aprendizagem, além da entrega de materiais de pouca relevância, indica uma fragilidade em criar um ambiente de aprendizado voltado para o desenvolvimento real da alfabetização, tanto Matemática quanto linguística.

4.2.1.1.3.2 Análise, utilização e gestão de recursos durante a instrução do modelo CCDM

As participantes do grupo intervenção, durante a instrução do modelo CCDM, apresentam sua configuração no nível três (L_3). O tempo já não é um fator que limita o desenvolvimento da aula. As professoras, todavia, ainda utilizam o recurso das folhas xerocadas, que são entregues conforme os estudantes terminam as atividades.

A professora L apresenta o recurso da reta numérica (Figuras 40 e Figura 41) para explicar o objeto matemático soma e subtração dos números naturais, conforme registrado em sua aula: *“Nesse momento, a professora explica que, além da reta numérica da folha, os alunos podem usar a reta numérica individual que cada um tem”*.

Ao perceber as dificuldades dos estudantes a professora começa a representar, na lousa, o objeto matemático por meio do algoritmo e, também, por intermédio da representação da reta numérica. Além disso, a professora L utiliza um gráfico de dados, no qual constrói, junto com a turma, as suas brincadeiras preferidas. Ela, no entanto, não previu a medida das unidades no eixo vertical e acabou refazendo o cartaz (Figura 44).

A professora K também utiliza gráficos e, com seus estudantes, constrói o gráfico sobre os animais em uma pesquisa realizada na sala de aula (Figura 43). Outro recurso importante instituído por ambas as professoras foi o ábaco-cartaz, com o uso do material dourado (Figuras 53 e 54).

Os recursos utilizados pelas professoras contribuem para a ideia de que é importante ter em conta o critério de adequação de meios. As participantes trouxeram diferentes representações do objeto matemático trabalhado (adição/subtração dos números naturais), como gráficos, reta numérica e o material dourado. Isso demonstra que a professora L conseguiu desenvolver a competência de análise e utilização dos recursos de forma a tornar o conhecimento matemático do objeto de estudo mais claro.

A professora traz o significado da soma, trazendo a reta numérica. Faz a interação levando ao aluno o raciocínio aditivo e compara a reta numérica disposta na sala de aula e faz com que o aluno faça o mesmo raciocínio na sua reta numérica. [...] A professora fala para frente, crescendo, para que os estudantes relacionem o que disseram anteriormente sobre a reta numérica, compreendendo que a soma tem um caráter aditivo, de crescimento. A professora explica novamente a reta numérica, observando que a reta vai até o número 30, mas ela pode ser comparada com os números naturais que podem ser muito maiores, já passando uma ideia de infinito aos estudantes (Registro da aula – Professora L).

A professora L consegue perceber que as dificuldades dos seus estudantes estão nas operações básicas do sistema decimal e começa a explorar essas dificuldades com as novas representações do objeto matemático, trazendo termos que os estudantes conhecem, como “para cima” e “para baixo”, relacionando-os com o sistema decimal:

A professora L aborda os conceitos horizontal e vertical, esclarecendo que a reta numérica se encontra na horizontal e o eixo vertical do gráfico é vertical, explicando: De cima para baixo, de baixo para cima. A professora reforça: lembrem que unidade está de baixo da unidade. A professora vai até o algoritmo e chama atenção dos estudantes: unidade embaixo de unidade, colocando então o número no local correto (Registro da aula – Professora L).

A professora K não desenvolve a representação na reta numérica nem faz a relação com o sistema decimal, como a professora L, mas consegue promover a compreensão dos seus estudantes quanto à quantidade e à relação desta com o eixo vertical, construído após a criação do cartaz com o gráfico, mostrado, anteriormente na Figura 53.

A professora K utiliza o recurso do material dourado e do ábaco-cartaz (ver Figura 53) e resolve as tarefas na lousa em conjunto com os estudantes. A professora L também emprega o material dourado e faz uma revisão da construção do número com o material dourado encaixável, trabalhando junto com os alunos. Após isso, realiza as operações na lousa.

Ambas as professoras utilizam o material dourado porque perceberam que a dificuldade de seus estudantes está no sistema decimal. Elas começam a trazer elementos que contribuem para a consolidação do significado de número, como as relações biunívocas entre unidade e dezena, unidade e centena e dezena e centena.

Quadro 36 – Nível da Subcompetência de análise, utilização e gestão de recursos durante a instrução do modelo CCDM

COMPETÊNCIA DE ANÁLISE E INTERVENÇÃO DIDÁTICA	CAD	Indicadores	Característica	Evidências	Nível
	De Meios/Cognitivo				
	Tempo/Aprendizagem	– Ocorre a adequação dos recursos materiais e temporais utilizados no processo instrucional. – Não são utilizados recursos de tecnologia digital. – Existe adaptação da sala de aula para melhorar a explicação e o andamento do processo instrucional. – Há adaptação do planejamento, quando necessário, para atender às peculiaridades de cada estudante, como alunos com necessidades especiais e com altas habilidades.	Analisa-se a pertinência dos recursos (em termos dos objetivos de aprendizagem esperados, contexto, características dos estudantes, instituição educacional); utilizam-se materiais manipulativos e informáticos para apresentar ideias, linguagens (representações, visualização), procedimentos e argumentos matemáticos, que se adaptam ao significado pretendido. Os recursos utilizados permitem identificar a diversidade dos significados dos objetos matemáticos. Controlam-se e explicam-se metáforas e analogias derivadas do uso de recursos para evitar confundir os estudantes. O professor considera o tamanho da sala de aula, o horário das aulas e as condições da sala para planejar e realizar o ensino. Também se analisam e incluem outros aspectos: alocação de tempo para o ensino ou tutoria para o aprendizado individual, para a compreensão de uma tarefa, para institucionalizar uma noção, para garantir que os estudantes tenham aprendido os conhecimentos prévios necessários, para o conteúdo mais importante ou central da disciplina e para o conteúdo que apresenta maior dificuldade.	<i>A professora continua utilizando as atividades retiradas da internet, mas pede aos alunos que as resolvam com o material dourado e o ábaco-cartaz.</i> <i>A professora faz uso de representações do objeto matemático de diferentes naturezas, como a reta numérica, gráficos e a representação com o material concreto (material dourado).</i> <i>O tempo já não é mais um fator limitante.</i>	L ₃

Fonte: Elaborado pelo pesquisador (2024).

Segundo as características descritas por Pino-Fan, Castro e Font (2023), a análise das práticas pedagógicas das participantes do grupo intervenção, durante a instrução do modelo CCDM, revela avanços significativos no uso e gestão de recursos didáticos, alcançando o nível três (L₃) da subcompetência de análise, utilização e gestão de recursos. Destacamos, entretanto, aspectos em que as competências das professoras ainda são limitadas.

Embora o tempo não seja mais um fator limitante para o desenvolvimento das aulas, a utilização das folhas xerocadas, entregues conforme os estudantes concluem as atividades, demonstra uma abordagem que ainda carece de maior dinamismo e variedade. As professoras, no entanto, utilizam recursos importantes, como a reta numérica, gráficos e o material dourado

para facilitar a compreensão dos significados de objetos matemáticos fundamentais, como a soma e a subtração dos números naturais.

A professora L destaca-se por sua capacidade de perceber as dificuldades dos alunos, explorando as representações matemáticas de forma adequada ao relacionar a reta numérica com o sistema decimal e utilizar termos familiares aos estudantes. Já a professora K, embora não desenvolva a relação com o sistema decimal de forma tão explícita, consegue promover a compreensão das quantidades por meio da construção de gráficos e do uso do material dourado.

A falta, todavia, de previsões e ajustes nos recursos utilizados, como no caso do gráfico sem a medida das unidades, indica que as professoras ainda estão em processo de aprimoramento no desenvolvimento dessa subcompetência.

4.2.1.1.4 Análise e valoração da adequação didática

A subcompetência de Análise e Valoração da Adequação Didática envolve a reflexão do professor sobre sua prática, considerando os momentos *a priori*, *in situ* e *a posteriori* (Pino-Fan; Castro; Font, 2023). Esta subcompetência preocupa-se em avaliar os seguintes aspectos:

- As professoras percebem a necessidade de ferramentas teórico-metodológicas para a reflexão sobre a adequação didática apresentada?
- Quais mudanças as professoras realizaram para melhorar a adequação didática dos processos de instrução matemática?

É importante salientar que, durante a pesquisa, não foram realizados espaços e momentos com as participantes do grupo intervenção para que elas pudessem realizar uma reflexão explícita sobre sua prática. Nesse sentido, não temos evidências do nível dessa subcompetência apresentado pelas participantes antes da formação continuada pautada no modelo CCDM. Na sequência será possível observar o nível de competência reflexiva das participantes durante o ciclo formativo.

4.2.1.1.4.1 Análise e valoração da adequação durante a instrução do modelo CCDM

O nível da subcompetência de Análise e Valoração da Adequação Didática das participantes do grupo intervenção, durante o ciclo formativo pautado no modelo CCDM, configurou-se no **nível dois (L₂)**. As professoras foram desafiadas a escolher um de seus planejamentos aplicados na Etapa 2 do projeto *Recontextualizar*. As professoras escolheram o

planejamento da Professora L: “Construção de gráfico a partir de levantamento sobre brincadeiras preferidas dos estudantes da turma 3ºB”, ilustrado anteriormente na Figura 43.

Ambas as professoras aplicaram este planejamento com perguntas diferentes, mas com o mesmo objetivo. O fato de as professoras terem escolhido um planejamento em conjunto colaborou para a reflexão. A reflexão das professoras a partir dos Critérios de Adequação Didática (CAD) permitiu a busca de significados pessoais e institucionais do objeto matemático, o que contribuiu para a melhoria do planejamento (Godino; Batanero; Font, 2019).

Na análise do planejamento as professoras desenvolveram a Competência de Análise e Intervenção Didática, a ponto de refletirem sobre os significados que os estudantes atribuíram à atividade. Observou-se que as participantes do grupo intervenção desenvolveram conhecimentos didático-matemáticos que lhes permitiram analisar, compreender, explicar e valorar o processo de ensino e aprendizagem aplicado pela professora L.

Destacamos que a professora L mantém uma postura aberta a críticas e reconhece que o ensino de Matemática é um aprendizado contínuo para ela. Ela realiza a análise a partir do uso dos CADs, ferramenta explicada no último encontro do ciclo formativo. A professora L comenta: “*Eu não sei se estou fazendo certo, se estou entendendo certo... eu temo a Matemática, eu tenho muita dúvida, sabe?*” (Registro do último encontro). Mesmo insegura, a professora L construiu uma reflexão significativa sobre seu planejamento aplicado durante o período de instrução do modelo CCDDM.

Segue, no Quadro 37, a análise e valoração da adequação didática realizada pelas participantes do grupo intervenção.

Quadro 37 – Análise e valoração da adequação didática realizada pelas participantes do grupo intervenção

Critérios	Análise
Epistêmico	A professora K afirma que o planejamento realizado pela professora L contempla a fase manipulativa, gráfica (icônica) e simbólica (uso de algoritmo). Ou seja, que há uma variedade de representações dos objetos matemáticos trabalhado (por exemplo, o objeto matemático soma). Professora K: “<i>Ah, e utilizamos também a reta numérica na hora de fazer as contas, quantos a mais, quantos a menos, visualizando pela reta numérica. Que eu fiz uma reta numérica grande na parede e uma pequena para eles usarem individual, aí, a gente quer ver... teve a manipulação?</i>” Professora K: “<i>... epistêmica é a representatividade que foi o gráfico em si, que tu confeccionaste, também, tá</i>”. Professora K: “<i>é a construção do gráfico em si, o pensamento deles eles representaram através da representação do gráfico</i>”.
Cognitivo	A professora L, retoma a questão de conhecimento prévio: “<i>o conhecimento prévio eu acho que contempla quando a gente pensa nas quantidades, que ele tem que saber relacionar, número-quantidade, saber contar, eu acho que isso pode melhorar. A fase simbólica, será que pode ser</i>

	contemplada no momento que a gente pede para fazer as representações numéricas? E as continhas? É, usando o algoritmo, fazendo as continhas escritas?” A professora L diz: “Saber contar nem sempre diz que a criança sabe fazer a representação numérica”. Professora K: “Professora L, eu acho que até por causa dos números que ficam do lado do gráfico” (referindo-se ao eixo vertical). Professora L: “isso para ver a representação no gráfico, isso mesmo!” Professora K: “que é crescente e conforme tu olhas, tu consegues visualizar que um tá maior que o outro”. Professora L: “e depois associando com a reta numérica pode mostrar o que que eles já sabiam, alguma coisa de número, né. Então a gente fizemos a fase simbólica; na fase simbólica a gente simbolizou com os quadradinhos, com as fichinhas que foram representando a brincadeira preferida de cada um. Porque daí dava para contar, quantas fichinhas, quantas pessoas. Eu entendi que é isso”. Professora K: “não, é isso sim professora L. Cognitiva também, né, porque faz eles pensarem, refletir, o raciocínio lógico”.
de Interação	Professora K retoma o plano de aula da professora L e diz: “Observei que o critério interacional contemplou, pois é a interação, professora L”. Professora L esclarece o que entendeu do critério de interação: “é a mesma coisa que manipulação, interagir com os estudantes sobre a atividade, esclarecendo a atividade e interagir de forma afetiva”. Professora K: “É isso e um pouco mais [...] porque no que você planejou, a interação está na forma que eles realizarão a construção do gráfico, trazendo protagonismo ao estudante, valorizando e possibilitando a participação de todos, pensando na realidade deles”.
de Meios	Professora L: “E na manipulação do gráfico como que foi, eles que foram montando; eu fui chamando e cada um foi colocando, colando um quadradinho de papel da cor da brincadeira preferida, e depois dele pronto a gente foi contar fazendo conta, quem prefere mais pular corda, quantos preferem mais pular corda, quanto a menos preferem isso, preferem aquilo. Os alunos utilizaram o papelzinho para ir quantificando para identificar a quantidade. Expliquei o funcionamento do gráfico, eles puderam visualizar. Disse que a professora K fez isso também. A de meios, mediou recursos técnicos?” Professora K: “acho que sim”.
Afetivo	Professora L: “essa afetiva aqui tá”. Professora K: “porque a emoção é o que ele gosta”. Professora L: “e também a precariedade, e entendo que é a precariedade” A professora L toma anota: interação, mediação, ... Professora K: “e o respeito da preferência do outro, né, que, às vezes, não é a mesma da minha. Acho que a professora L trabalhou isso também”. Professora L: “eu acho que isso diz respeito à forma como ele compreende a estratégia que ele usa para fazer, deve ser; eu acho que sim. A estratégia que ele usa para executar o que fazer uma operação, a motivação, atitude cognitiva, sim, participação apropriação”.
Ecológico	Professora K: “eu não sei esse ecológica aqui”. Professora L: “ecológica está falando de adaptação”. Professora K: “acho que contemplou, pois o gráfico vai a números menores, são números menores o gráfico que a gente fez, né. Eu acho que entra, então”. Professora L: “contempla o currículo”. Professora L: “pois é; tem a construção do gráfico, colocando-os dentro de um contexto, para tornar significativo o que é significativo para eles”. Professora K: “sim, da preferência de entender que o outro não tem as mesmas preferências que eu né”.

	Professora L: <i>“tem a ver com o colocar a, por exemplo, quando eu propus assim: vamos ver quatro brincadeiras, quatro brincadeiras da preferência de cada um. Isso colocou eles dentro de um contexto. Se você escolhesse outras brincadeiras que fossem da realidade deles. Aí seria uma forma também de contextualizar e ficar dentro da realidade”.</i> Professora K: <i>“isso é verdade”.</i> Professora L: <i>“de uma forma contextual”.</i> Professora L: <i>“o CAD ecológico fala do currículo, a gente também estava cumprindo”</i> Professora K: <i>“será que é sobre os alunos que têm menor entendimentos, os alunos especiais? Através do teu gráfico todos conseguiram participar, mas a ecológica se relaciona a isso, a adaptar a atividade”.</i> Professora L: <i>“...mas olha esta seta aqui, a convivência e adaptação que possibilitou a participação de todos, pensando na realidade deles”.</i>
--	--

Fonte: Dados do Pesquisador (2024).

A explicação dos CADs para as professoras do grupo intervenção e para os demais professores participantes do projeto *Recontextualizar* foi feita no último dia do curso de extensão pela doutora Adriana Breda. Quando solicitadas a serem divididas em grupos, as professoras do grupo intervenção foram as protagonistas da discussão. Nesse dia de reflexão foi debatido sobre os aspectos a serem considerados para um processo de ensino e aprendizagem de um objeto matemático de forma adequada. Em particular, foram tratados os casos da adição e da subtração nos anos iniciais. A professora Adriana Breda apresentou os significados da soma como ideia de agregar e ideia de aumento e suas respectivas representações: manipulativa, gráfica e simbólica.

No começo da reflexão a professora L recordou todos esses elementos abordados. Explica, com detalhes, o que elas estão fazendo e observa se, no planejamento, foram contemplados os CADs. A professora L compreende que deve verificar se seu plano contempla a fase manipulativa, gráfica e simbólica (Registro do último encontro). As professoras solicitaram apoio ao formador, que explicou novamente que elas devem refletir se o planejamento e a aplicação da aula escolhida contemplam os CADs mencionados na apresentação da professora doutora Adriana Breda. As professoras refletiram sobre se esses elementos estavam contemplados, conforme o Quadro 38.

As participantes do grupo intervenção conseguiram associar técnicas, ferramentas e maneiras adequadas de aplicar os objetos matemáticos ao longo da instrução do modelo CCDM, colaborando com o que o modelo propõe, analisando as competências desenvolvidas pelos estudantes e como esse processo é visível. Essa característica foi explicitada pelas professoras L e K ao longo de sua análise e valoração da adequação didática.

A valoração da adequação didática (Godino *et al.*, 2006) é um processo de avaliação da instrução matemática apresentada aos estudantes e requer informações detalhadas sobre o que

ocorre no processo de ensino e aprendizagem. É necessário que ocorram “julgamentos sobre a adaptação, relevância ou eficácia correspondente à dimensão valorada” (Godino *et al.*, 2006, p. 44, tradução nossa). Nesse sentido, as professoras puderam inferir valorações sobre o plano aplicado e concluíram que o plano e a forma como foi realizado foram ideais e atenderam a todos os CADs.

Quadro 38 – Nível da Subcompetência de análise e valoração didática ao final da instrução do modelo CCDM

COMPETÊNCIA DE ANÁLISE E INTERVENÇÃO DIDÁTICA	CAD	Indicadores	Característica	Evidências	Nível
	TODOS CAD				
		Reflexão episódica <i>a posteriori</i> . A análise dos três momentos ainda não está coordenada ou a reflexão <i>in loco</i> ainda é escassa.	Valorativa Inclui os elementos dos dois níveis anteriores e responde à pergunta: O que pode ou deve ser melhorado durante o processo de instrução e por quê?	<i>As professoras refletem, a partir do uso dos CADs, sobre um dos planejamentos da professora L.</i> <i>A estratégia que a professora L usa para executar as operações envolve motivação, atitude cognitiva, participação e apropriação.</i> <i>A professora L afirma: "Eu acho que teve isso tudo." Já, a professora K completa: "E um pouco mais, professora L, porque eles é que construíram o gráfico, fazendo ao mesmo tempo." A professora K acrescenta: "Eles foram os protagonistas." (Registro do último encontro).</i>	L ₂

Fonte: Elaborado pelo pesquisador (2024).

A análise das práticas das participantes do grupo intervenção, durante o ciclo pautado no CCDM, revela um importante avanço no desenvolvimento da subcompetência de análise e valoração da adequação didática (L₂), especialmente no que se refere à reflexão crítica sobre o planejamento a partir do uso dos Critérios de Adequação Didática (CAD).

A colaboração entre as professoras na elaboração do planejamento, que, embora tenha sido aplicada com perguntas diferentes visava o mesmo objetivo, permitiu uma troca rica de experiências e contribuiu para o desenvolvimento de um processo reflexivo coletivo. A

professora L, mesmo demonstrando insegurança sobre sua prática, conseguiu construir uma reflexão significativa sobre o planejamento, mostrando disposição para avaliar e melhorar sua atuação, o que é um indicativo claro de seu empenho em aprimorar sua competência didático-matemática.

Mediante a análise a partir dos CADs, as professoras puderam perceber a importância de integrar diferentes representações do objeto matemático, como as fases manipulativa, gráfica e simbólica, o que foi um passo importante para a melhoria do planejamento prévio. A reflexão colaborativa, facilitada pelo formador, permitiu que as participantes identificassem os aspectos negativos e positivos de suas abordagens, o que contribuiu para a melhoria de suas práticas. Ao final, as professoras conseguiram associar as ferramentas e técnicas de ensino de maneira mais adequada, sendo capazes de valorar a adequação do processo de ensino e aprendizagem realizado.

No caso da professora L, a valoração da adequação didática levou-a a concluir que o planejamento foi adequado e atendeu aos CADs, demonstrando um avanço importante na sua competência em análise e intervenção didática. A insegurança inicial da professora L, no entanto, também evidencia que, apesar dos avanços, ainda é necessário espaços para o fortalecimento da confiança em relação ao processo de ensino da Matemática.

4.2.1.2 Configuração da Competência Matemática antes e durante a instrução do modelo CCDDM com as participantes do grupo intervenção

A configuração do nível de desenvolvimento da competência matemática, antes e durante a instrução do modelo de Competências e Conhecimentos Didático-Matemáticos (CCDDM), aborda as seguintes subcompetências: Resolução de tarefas, Proposição de problemas e Análise das práticas de resolução de problemas (Pino-Fan; Castro; Font, 2023). Essa abordagem deve explorar o conhecimento do professor em relação à sua dimensão matemática, articulando as categorias de conhecimento e as competências didático-matemáticas do professor de Matemática (Godino *et al.*, 2017). Deve-se estabelecer a relação entre o Conhecimento Matemático Comum (conhecimento do objeto matemático ensinado, suficiente para a resolução de tarefas presentes no currículo escolar, nos livros didáticos, etc.) e o Conhecimento Ampliado de Conteúdo, prevendo os conteúdos necessários para preparar o ensino de Matemática para o ano seguinte (exemplo: para compreender as operações com números naturais primeiro é necessário construir a noção de número e quantidade) (Godino *et al.*, 2016).

4.2.1.2.1 Resolução de tarefas

A subcompetência Resolução de Tarefas é de extrema relevância para a conexão do estudante com o mundo real (Villalobos, 2008). Ela faz parte das competências descritas na BNCC (Brasil, 2018), conforme apresentado no Quadro 4 da Seção 2.3 e nas Habilidades do componente curricular, descritas no Quadro 13 da Subseção 2.5.3. Além disso, integra as competências do Modelo KOM (Figura 12 da Subseção 2.5.1), relacionando-se com os CADs: Epistêmico, De Interação e Ecológico.

Segundo Pino-Fan, Castro e Font (2023) e Godino *et al.* (2016), essa subcompetência descreve ações efetivas do professor, tais como:

- prover problemas matemáticos associados a técnicas de solução;
- considerar conhecimentos prévios, o currículo (BNCC) e métodos;
- diversificar objetos e processos (situações, linguagens, conceitos, proposições, procedimentos e argumentos);
- representar objetos matemáticos e seus significados de forma interconectada;
- prever conteúdos necessários para o ano posterior.

A última ação, no contexto da BNCC, exige que as professoras conectem as habilidades de um determinado ano escolar com a etapa subsequente. Esta característica pode ser mais bem visualizada nos mapas de foco do Instituto Reúna (Figura 63), que elaborou um mapa das habilidades da BNCC (Brasil, 2018), destacando aquelas que exigem continuidade do ano anterior ou posterior. Ressalta-se a necessidade de estabelecer uma sequência dos conteúdos, configurando sua

[...] aprendizagens principais apontadas pela BNCC para o Ensino Fundamental, levando em conta critérios baseados nas habilidades que permitem a progressão dos estudantes em anos posteriores, que podem ser definidas como habilidades basilares de cada etapa de ensino, além de quais são comuns entre os diferentes componentes curriculares, direcionando o professor para alinhar o seu planejamento e a flexibilização do currículo escolar (Damasceno; Dias; Chaves, 2022 p. 8).

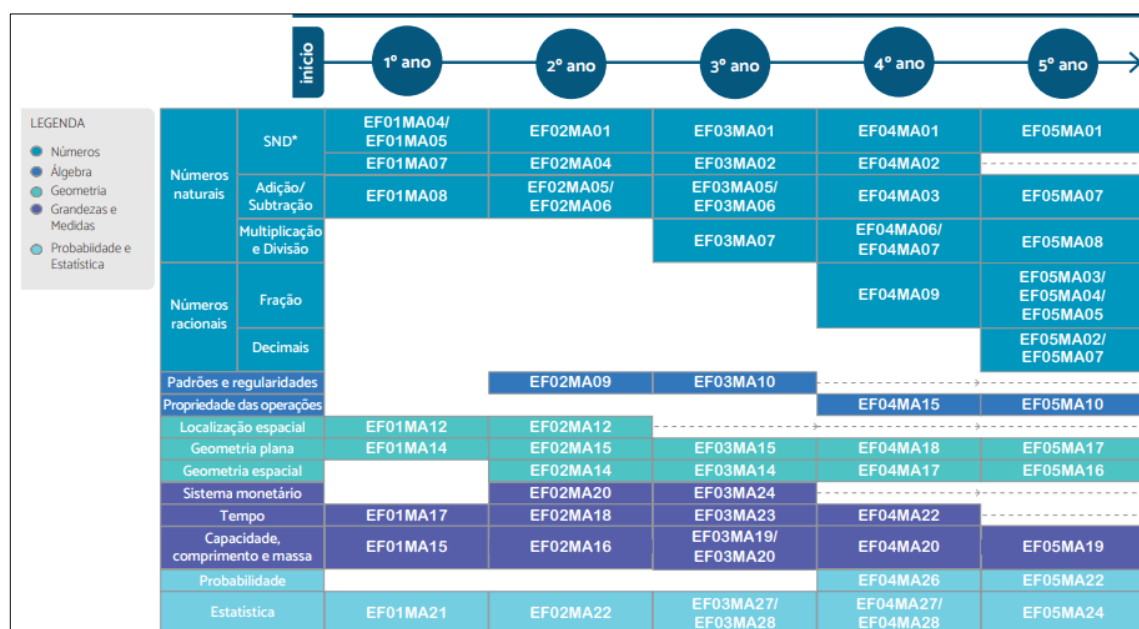
Isso demonstra a necessidade de que professores das séries iniciais conheçam profundamente as habilidades do currículo escolar vigente e promovam a resolução de tarefas utilizando aprendizagens já consolidadas pelos estudantes. Essa abordagem permite desenvolver técnicas de solução que aproveitam os conhecimentos prévios dos alunos, preparando-os para adquirir as habilidades subsequentes previstas para o ano posterior.

Para atingir esse objetivo, é essencial que o professor se aproprie do Conhecimento Ampliado de Conteúdo, destacando-se no CAD Epistêmico, ao compreender e aplicar o

currículo escolar em seu contexto. O professor deve conhecer as conexões entre as habilidades do currículo e os objetivos esperados para o ano seguinte. Essa relação é evidenciada na Figura 63, que apresenta a conexão entre as habilidades da BNCC distribuídas nos cinco campos da Matemática: Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade (conforme legenda na esquerda da Figura 63).

As habilidades estão organizadas em uma progressão, de modo que aquelas situadas à esquerda devem ser consolidadas antes das situadas à direita, refletindo os conhecimentos prévios necessários. Por exemplo, a habilidade EF02MA05 depende da consolidação da habilidade EF01MA08, como demonstrado no mapa de foco a seguir (Figura 63).

Figura 63 – Mapa de Foco



Fonte: Instituto Reúna (2024).

As habilidades focais, desenvolvidas pelo Instituto Reúna, foram identificadas como essenciais para o Ensino Fundamental. Elas destacam-se por dependerem da consolidação de habilidades prévias, adquiridas no ano anterior. Essa estrutura permite às professoras identificar quais habilidades exigem maior atenção durante o planejamento e a instrução, garantindo que os estudantes estejam preparados para desenvolver as competências necessárias no ano seguinte.

Além disso, essa abordagem facilita a organização do ensino em uma sequência lógica e progressiva, promovendo um aprendizado contínuo e conectado, alinhado às diretrizes da BNCC e à necessidade de fortalecer os conhecimentos matemáticos ao longo do Ensino Fundamental.

4.2.1.2.1.1 Resolução de tarefas antes da instrução do modelo CCDM

A configuração da subcompetência de resolução de tarefas das professoras do grupo intervenção, antes da instrução do modelo CCDM, foi identificada no nível zero (L_0). Durante as observações realizadas verificou-se que as participantes não incluíram a representatividade dos objetos matemáticos nas tarefas desenvolvidas. Além disso, não houve consideração dos conhecimentos prévios dos alunos na elaboração das tarefas.

Essa limitação é demonstrado na Figura 64, que ilustra uma atividade utilizada pela professora L antes do início do ciclo formativo. Essa atividade evidencia a falta de conexão entre os significados matemáticos apresentados e os significados interconectados necessários para o desenvolvimento de competências matemáticas, refletindo uma prática descontextualizada e desarticulada em relação às necessidades dos alunos e ao currículo vigente.

Figura 64 – Problema apresentado na aula da Professora L



Fonte: Dados do pesquisador (2024).

Durante a resolução do problema apresentado na Figura 64, a professora L realiza a correção da seguinte forma:

Professora: “Agora a gente vai ler as dicas e vai descobrindo cada uma. A dica número 1, lá embaixo: Maria tem uma bolsa, ela é a terceira.” A professora lê e já responde sem interagir com os estudantes (Registro da aula – Professora L).

Ela continua o processo de correção respondendo às dicas sem promover interação com os alunos. Nesse contexto, um dos estudantes comenta:

Estudante: *“Professora, o terceiro tem o nome do meu pai.”*

Professora L: *“Cláudio é o nome do seu pai? Legal!”*

A professora, no entanto, não aproveita o contexto trazido pelo aluno para resgatar sua realidade, explorando relações afetivas que poderiam enriquecer o envolvimento na resolução do problema. Na subcompetência de resolução de tarefas espera-se que o professor considere as aptidões dos alunos e valorize a representatividade do objeto matemático a ser solucionado – algo que não foi observado nas aulas do grupo intervenção.

A professora L demonstra dificuldades em considerar as resoluções feitas pelos estudantes.

Estudante: *“Eu terminei, professora”.*

Professora L: *“Terminou o quê? A professora nem tá conseguindo terminar”.*

O mesmo comportamento é identificado na professora K:

Professora K: *“Qual número você formou?”*

Estudante: *“Tenta explicar como chegou à resposta”.*

Professora: *“Eu não quero que você me diga como pensou, quero que conte. Quantos você pintou?”*

Estudante: *“18”.* (Registro da aula – Professora K).

Fica evidente que as professoras não exploram o conhecimento prévio dos alunos nem buscam compreender a forma como estão solucionando os problemas propostos.

Nas aulas anteriores à instrução do CCDM, as professoras não demonstraram competências matemáticas suficientes para elaborar tarefas e problemas associados a técnicas eficazes de solução. Elas não consideram as habilidades e competências já consolidadas pelos estudantes. Esse dado evidencia que as participantes do grupo intervenção, no estágio observado, não apresentam domínio do Conhecimento Ampliado de Conteúdo e do Conhecimento Matemático Comum exigidos para consolidar o aprendizado matemático necessário ao desenvolvimento da subcompetência de resolução de problemas, conforme ilustrado na configuração apresentada no Quadro 39, a seguir.

Quadro 39 – Nível da subcompetência de resolução de tarefas antes da instrução do modelo CCDM

	CA	Indicadores	Característica	Evidências	Nível
COMPETÊNCIA MATEMÁTICA	Epistêmico/De interação/Ecológico	Erros e Ambiguidades	Utiliza livros didáticos para propor tarefas matemáticas e exemplificar suas resoluções no processo de instrução. O docente reproduz tarefas e resoluções semelhantes às dos livros didáticos, mas não reflete sobre a atividade matemática realizada, em particular não considera: ✓ Relações entre objetos matemáticos ✓ Processos ✓ Conhecimento utilizado ✓ Representações do objeto matemático Há variedade de procedimentos que resolvem as tarefas matemáticas.	<i>A professora responde aos estudantes entregando o material sem verificar as necessidades individuais de cada um. Um aluno pergunta:</i> <i>Aluno: "Posso usar esse aqui?"</i> <i>Professora: "As placas a gente não vai usar."</i> <i>A professora não examina a dúvida do aluno nem estabelece associações claras entre o objeto matemático e a representação por meio do material dourado (Professora K).</i> <i>Além disso, as professoras K e L utilizam materiais prontos, retirados da internet, sem adaptação ou contextualização para suas turmas. Elas não relacionam os conhecimentos prévios de seus estudantes nem integram as habilidades previstas na BNCC (2018), tanto as anteriores quanto as posteriores ao ano escolar correspondente em relação ao objeto matemático trabalhado.</i>	L ₀

Fonte: Elaborado pelo pesquisador (2024).

A análise da prática docente antes da instrução do modelo CCDM evidencia uma configuração inicial no nível zero (L₀) da subcompetência de resolução de tarefas, refletindo dificuldades significativas das professoras em planejar, mediar e explorar as tarefas matemáticas de maneira significativa. Observamos a ausência de conexão entre os significados matemáticos abordados e os conhecimentos prévios dos estudantes, resultando em uma prática, em certa medida, descontextualizada. As tarefas apresentadas não valorizam as estratégias

individuais dos alunos nem promovem uma reflexão mais profunda sobre o processo de resolução, evidenciando uma limitação no domínio do Conhecimento Ampliado de Conteúdo e do Conhecimento Matemático Comum por parte das participantes.

A correção automática das atividades pelas professoras, sem interação ou valorização das contribuições dos estudantes, ilustra a falta de estímulo ao desenvolvimento de competências, como justificar, argumentar e compartilhar estratégias, ou seja, “[...] a resolução de problemas e o desenvolvimento do ato de justificar, conjecturar, argumentar e negociar com outros alunos, seja no registro escrito e/ou pictórico e/ou no momento da socialização das ideias e estratégias sobre a resolução do problema” (Andrade; Grando, 2007). Além disso, as professoras não aproveitaram oportunidades de conectar os problemas ao contexto e à realidade dos alunos, o que poderia ter favorecido um aprendizado mais significativo e engajador.

A configuração apresentada pelas participantes evidencia a necessidade de um ciclo formativo que proporcione elementos capazes de favorecer uma relação mais próxima entre professor e aluno, valorizando a realidade dos estudantes. No contexto do modelo CCDM, essas conexões podem ser estabelecidas por meio da Contação de Histórias (Smole *et al.*, 1999). Essa proposta busca apresentar diferentes representações do objeto matemático ensinado para a resolução de tarefas e problemas (Pino-Fan; Godino, 2015), conectando-as ao contexto dos alunos, ao currículo escolar vigente e às competências mobilizadas pelas professoras ao desenvolverem a subcompetência de resolução de tarefas no ciclo formativo.

4.2.1.2.1.2 Resolução de tarefas durante a instrução do modelo CCDM

As participantes do grupo intervenção apresentaram a configuração da subcompetência de resolução de tarefas durante a instrução do modelo CCDM, no **nível um (L₁)**, progredindo para o **nível dois (L₂)**. As professoras L e K valorizaram os conhecimentos prévios, apresentaram diversidade de procedimentos para a introdução dos objetos matemáticos trabalhados e trouxeram as representações dos objetos matemáticos, estabelecendo conexões com seus significados.

A professora L traz informações que os estudantes já conhecem, como a noção de tempo: “*ontem foi quarta-feira, hoje é quinta-feira*”. Ao explicitar a localização de tempo dos dias da semana, ela associa as relações numéricas com as noções de “aumentar” e “crescer”, e relaciona-as com a reta numérica, destacando que ela começa no zero: “*se eu for contar a partir de hoje, quinta-feira, é o zero*”. Ela também estabelece relações com as noções de “subir” e “aumentar” (Figura 58). A professora L tem consciência do conhecimento prévio dos seus

estudantes, inferindo que eles precisam melhorar as noções de número-quantidade: “O conhecimento prévio, eu acho, contempla quando a gente pensa nas quantidades. Eles têm que saber relacionar número-quantidade, saber contar. Eu acho que isso pode melhorar” (Registro do último encontro). A professora K também explora esse conhecimento prévio nas atividades das Figuras 43 e 59.

As professoras do grupo intervenção começaram a valorizar outros procedimentos de resolução, promovendo a autonomia dos estudantes. Um exemplo de procedimento, no qual os estudantes puderam participar ativamente, foi o seguinte: “*Para percorrer na reta numérica, a professora confeccionou um coelho e explicou novamente que o coelho vai percorrer a reta numérica [...] Põe o dedinho no cinco, ele vai dar cinco passinhos até chegar, até a gente ver onde vai chegar*” (Registro da aula da Professora L).

Os significados da soma são apresentados de forma conectada ao objeto matemático. “A professora traz o significado da soma, utilizando a reta numérica. Ela faz a interação levando o aluno ao raciocínio aditivo e compara a reta numérica disposta na sala de aula, fazendo com que o aluno faça o mesmo raciocínio em sua própria reta numérica”. As professoras do grupo intervenção exploram o gráfico, apresentando o eixo vertical e explicando aos estudantes, na linguagem deles, que para construirmos um gráfico, é necessário considerar as ordenadas e abscissas do plano cartesiano, estabelecendo relações com os conteúdos que serão abordados posteriormente.

Quadro 40 – Nível da Subcompetência resolução de tarefas durante a instrução do CCDM

COMPETÊNCIA MATEMÁTICA	CAD	Erros e Ambiguidades	Indicadores	Característica	Evidências	Nível
	Epistêmico/De interação/Ecológico		– Os dados indicam se a Matemática está correta, precisa e atualizada; – Os objetos matemáticos (situações-problema, definições, representações, proposições, procedimentos, etc.) são ensinados de forma clara e acessível ao estudante, considerando os processos de leitura e escrita na linguagem matemática apropriada. – Há uma amostra representativa e articulada de situações de contextualização, exercício e aplicação. – São propostas situações geradoras de problemas (problematização).	O professor resolve problemas do nível educacional que ensina e identifica mudanças nas variáveis do problema, mas geralmente essas mudanças estão vinculadas a “tipos de problemas”, o que leva à aplicação de um tipo de procedimento ou à geração de justificativas ou argumentos semelhantes aos aplicados em tarefas ou problemas do mesmo tipo.	 <i>A professora introduz o eixo vertical, explicando aos estudantes, na linguagem deles, que, para fazermos um gráfico, é necessário considerar a ordenada e a abscissa do plano cartesiano.</i> <i>Ambas as professoras exploraram os conhecimentos prévios e utilizaram diferentes significados do objeto matemático, trazendo a realidade do aluno para a resolução do problema.</i>	L ₁

Fonte: Elaborado pelo pesquisador (2024).

As participantes do grupo intervenção evoluíram a configuração da subcompetência de resolução de tarefas ao final da instrução do modelo CCDM no nível dois (L₂). As professoras L e K continuaram valorizando os conhecimentos prévios, apresentaram diversidade de procedimentos para a introdução dos objetos matemáticos trabalhados e trouxeram as representações dos objetos matemáticos e a conexão de seus significados.

Nesse momento as professoras exploraram a resolução de problemas com o uso do material dourado encaixável (Figura 45), pois perceberam a necessidade de consolidar a construção dos números com seus estudantes, conforme registrado na aula da professora L:

A professora propõe um problema para os estudantes, fazendo com que eles construam um número com material dourado e os represente no quadro por desenho nas casas da unidade, dezena e centena, para, assim, descobrir o número que está sendo construído pela estudante. A professora, ao propor esta atividade, está relacionando a quantidade dos números e diferentes representações.

A professora K, da mesma forma, explora a construção do número e as operações, realizando a contagem um a um para consolidar a quantificação dos estudantes. Ela também explora a participação dos colegas, fortalecendo a motivação para a resolução das tarefas.

As participantes conseguiram consolidar o processo de instrução da construção do número, o que se revelou necessário diante das dificuldades apresentadas desde o início da instrução do CCDM. As professoras analisaram e projetaram para seus alunos um material capaz de atingir o objetivo proposto para o objeto matemático. Elas resolveram os problemas de forma a valorizar a maneira como seus alunos os solucionam, trazendo o protagonismo do estudante na ação pedagógica esperada.

Quadro 41 – Nível da Subcompetência resolução de tarefas durante a instrução do CCDM

COMPETÊNCIA MATEMÁTICA	CAD	Erros e Ambiguidades	Indicadores	Característica	Evidências	Nível
	Epistêmico/De interação/Ecológico		– Os dados indicam se a Matemática está correta, precisa e atualizada. – Os objetos matemáticos (situações-problema, definições, representações, proposições, procedimentos, etc.) são ensinados de forma clara e acessível ao estudante, considerando os processos de leitura e escrita na linguagem matemática apropriada. – Há uma amostra representativa e articulada de situações de contextualização, exercício e aplicação. – São propostas situações geradoras de problemas (problematização).	O professor resolve problemas correspondentes ao nível de ensino e às disciplinas que ensina, utilizando diferentes representações do objeto matemático. Às vezes também utiliza procedimentos e argumentos diferentes para resolver a mesma tarefa. Por exemplo, pode resolver problemas nos quais é necessário utilizar vários significados da noção estudada, mas não considera as relações que podem ser estabelecidas entre os diversos significados da noção estudada. Da mesma forma, pode vincular o objeto matemático em estudo a outros objetos matemáticos do mesmo nível educacional que ministra (ou anteriores). Ainda assim, não consegue conectá-los com objetos matemáticos de etapas posteriores nem os exigir como conhecimento prévio	<i>A professora estabelece relações entre o objeto matemático – operações no sistema decimal no conjunto dos números naturais –, trazendo a representação da unidade, dezena e centena por meio de peças encaixáveis, permitindo que o estudante compreenda a quantidade de cada número (Registro da aula – Professora L). As professoras já não utilizam problemas prontos, mas constroem os problemas a partir do conhecimento prévio do estudante.</i>	L ₂

Fonte: Elaborado pelo pesquisador (2024).

Durante a instrução do modelo CCDM, as professoras L e K avançaram na subcompetência de resolução de tarefas e alcançaram o nível (L₂), valorizando os conhecimentos prévios dos alunos e promovendo sua participação ativa. Elas utilizaram diversos procedimentos para a resolução das tarefas, como o material dourado encaixável, para ajudar os alunos a compreenderem as relações numéricas e consolidar as noções de número-quantidade. Além disso, as professoras estimularam a autonomia dos estudantes e utilizaram representações, como a reta numérica e gráficos.

4.2.1.2.2 Proposição de problemas

A subcompetência de proposição de problemas faz parte do planejamento que o professor deve realizar para instruir o estudante em uma instrução de Matemática que assegure o ensino de qualidade do objeto matemático, ampliando as possibilidades de aprendizagem. Essa competência exige do professor um conhecimento matemático mais abrangente, composto pelo CAD: Epistêmico, Cognitivo e Afetivo, e contempla as seguintes ações:

- ✓ buscar diversos significados para o objeto matemático pretendido;
- ✓ identificar as dificuldades dos estudantes e prever possíveis erros, minimizando frustrações e priorizando a aprendizagem do aluno;
- ✓ considerar os interesses e motivações dos estudantes.

4.2.1.2.2.1 Proposição de problemas antes da instrução do modelo CCDM

O nível da configuração da subcompetência de proposição de problemas das participantes, antes da instrução do modelo CCDM, encontra-se no nível zero, conforme o Quadro 42, apresentado logo a seguir. As professoras apresentaram dificuldades no planejamento da aula de Matemática, não selecionando tarefas adequadas nem prevendo as dificuldades de seus estudantes.

As professoras não demonstraram conhecer o nível de aprendizagem em que seus estudantes se encontram. A professora L utiliza uma ficha com o nome dos números, mas não a relaciona com a tarefa que propõe. *“Preocupa-se em que todos terminem, mas não explica aos estudantes que apresentam dificuldades; apenas oferece a ficha com o nome dos números”* (Registro da aula – Professora L).

Embora tenha consciência de que os estudantes apresentam dificuldades na escrita, a professora estabelece estratégias específicas, como observado na Figura 65.

Figura 65 – Registro da aula da Professora L



Fonte: Dados do pesquisador (2024).

A professora L aparenta não integrar seus estudantes na leitura e compreensão. Ela afirma: *“A gente tem que ler a imagem, tem que ler também as dicas que estão aqui embaixo”*, apontando para a folha, mas não solicita aos estudantes que leiam em conjunto. O mesmo ocorre nas aulas da professora K, que não parece compreender as dificuldades apresentadas por seus estudantes. Ações como: *“Ah, nem começou a fazer ainda. Olha o número aqui com o material dourado primeiro. Vinte e quatro, eu quero”* (Registro da aula – Professora K), demonstram que o estudante não havia iniciado porque não compreendia a atividade. Além disso, a relação apresentada pela professora não fazia sentido para os estudantes, que solicitavam auxílio constantemente.

A caracterização apresentada evidencia que as professoras devem desenvolver estratégias que integrem alfabetização e alfabetização matemática, reconhecendo que “a produção de textos nas aulas de matemática cumpre um papel importante para a aprendizagem do aluno e favorece a avaliação dessa aprendizagem em processo” (Smole; Diniz, 2001, p. 29). Nesse sentido, as professoras necessitam de formação que as capacite a realizar planejamentos orientados à proposição de problemas matemáticos condizentes com a realidade de seus estudantes. Isso inclui:

- ✓ favorecer a compreensão das necessidades de aprendizagem;
- ✓ desenvolver habilidades e competências de forma sequencial;
- ✓ valorizar os conhecimentos prévios dos estudantes;
- ✓ realizar replanejamentos e adaptações do objeto matemático;
- ✓ antecipar dificuldades, erros, interesses e necessidades dos alunos.

Outra característica importante a ser considerada na proposição de problemas é a necessidade de o professor explicar aos estudantes que existem diversas formas de resolver um problema. Smole e Diniz (2001) destacam a importância de apresentar problemas com mais de uma solução, ressaltando que:

O uso desse tipo de problema nas aulas de Matemática rompe com a crença de que todo o problema tem uma única resposta, bem com a crença de que há sempre uma maneira certa de resolvê-lo e que, mesmo quando há várias soluções, uma delas é a correta (p. 109).

Ou seja, a proposição de problemas deste tipo leva o aluno à compreensão de que na resolução de um problema é preciso levar em conta a sua participação atuante e produtora, a fim de valorizar e motivar seu efetivo envolvimento na solução de problemas, e essa característica é ainda mais valorizada pelo estudante quando o problema faz parte de seu cotidiano (Andrade; Grando, 2007). A seguir apresentamos o Quadro 42 com o nível da subcompetência de proposição de problemas antes da instrução do modelo CCDM.

Quadro 42 – Nível da Subcompetência Proposição de Problemas antes da instrução do modelo CCDM

	CA		Indicadores	Característica	Evidências	Nível
COMPETÊNCIA MATEMÁTICA	Epistêmico/Cognitivo/Afetivo	Erros e Ambiguidades	– Os dados apresentados indicam que o professor não estabeleceu, antes do início do processo de instrução, um planejamento adequado que relacione o conteúdo, as habilidades e as competências já apropriadas pelos alunos. Além disso, não foram considerados os possíveis erros dos estudantes nem se, após o processo, as aprendizagens adquiridas se aproximaram dos objetivos pretendidos. – O processo de aprender a ler e escrever a linguagem matemática, compreendendo os conceitos básicos da área para interpretar problemas matemáticos e realizar cálculos, não foi tratado como uma prioridade. – Também não foram levados em conta os interesses e as motivações dos estudantes.	Para propor as tarefas do processo de instrução o professor reproduz tanto a redação das tarefas quanto suas soluções, e para isso faz uso da internet, livros didáticos ou programas da disciplina do curso que ensina.	<i>As professoras retiraram atividades da internet e entregaram aos alunos tarefas xerocadas. Durante a correção escreveram as questões no quadro.</i> <i>As professoras não apresentam diferentes significados para os objetos matemáticos propostos.</i> <i>A professora K não aborda propriedades das definições utilizando outras representações de quantidades em contextos variados.</i> <i>A professora L não traz situações concretas que facilitem a compreensão dos números ordinais.</i> <i>Além disso, as professoras K e L não planejam suas aulas de forma a prever os possíveis erros de seus estudantes. Elas também não trabalham com os interesses dos alunos, tampouco os motivam durante a elaboração e execução das atividades propostas.</i> <i>Apesar de terem estudantes em fase de alfabetização, as professoras K e L não utilizam elementos que integrem a leitura e a escrita à linguagem matemática, dificultando a compreensão dos problemas propostos.</i>	L ₀

Fonte: Elaborado pelo pesquisador (2024).

Antes da instrução do modelo CCDM, o nível da subcompetência de proposição de problemas das professoras L e K era classificado como nível zero (L₀), refletindo dificuldades significativas no planejamento de tarefas adequadas às necessidades dos estudantes. Ambas não

consideravam o nível de aprendizagem dos alunos nem antecipavam suas dificuldades, limitando a interação e a compreensão. Estratégias propostas, como o uso de fichas com números ou materiais manipulativos, careciam de conexão com os problemas apresentados, resultando em desorientação por parte dos estudantes.

A falta de integração entre alfabetização e alfabetização matemática e a ausência de estímulo à diversidade de soluções, contribuíram para o baixo envolvimento e compreensão dos alunos. Essa situação evidenciava a necessidade de formação docente voltada para o planejamento, com foco em estratégias que valorizem os conhecimentos prévios, antecipem desafios e promovam problemas significativos e contextualizados.

4.2.1.2.2.2 Proposição de problemas durante a instrução do modelo CCDM

Durante a instrução do modelo CCDM, a configuração da subcompetência de proposição de problemas das participantes alcançou o **nível um (L₁)**. As professoras conseguiram incorporar, em seus planejamentos, significados aos objetos matemáticos ensinados, compreender as dificuldades de seus estudantes e priorizar a aprendizagem de seus alunos.

Ao refletirem, no último encontro do ciclo formativo pautado no CCDM, o grupo compreendeu que: “[...] o planejamento realizado pela professora L já contempla os critérios de fase manipulativa gráfica e simbólica”. Durante a instrução do modelo CCDM as professoras modificaram seus planejamentos.

A professora L começou a prever elementos necessários para a aprendizagem do objeto matemático de seus estudantes, incluindo atividades que despertassem o interesse e a motivação, como destacado em seu planejamento: “*Fazer a representação das quantidades de preferências dos estudantes por meio da construção de um gráfico (cartaz) em papel pardo e fichas retangulares de papel colorido (cada grupo de preferência será representado por uma cor diferente)*” (Planejamento – Professora L).

A professora, entretanto, ainda não prevê possíveis erros em seus planejamentos, o que resultou em equívocos durante a aplicação do problema proposto. Ao graduar o gráfico (Figura 66), a professora cometeu um erro: a atividade não correspondia às dimensões dos papéis utilizados pelas crianças para colarem as brincadeiras preferidas, obrigando-a a refazer o gráfico (Figura 43).

Figura 66 – Professora L graduando o gráfico



Fonte: Dados do pesquisador (2024).

A professora K não gradua o seu gráfico, deixando para que a colagem dos papéis seja o elemento de graduação, associando o número encontrado para cada animal escolhido. Ela, no entanto, não relaciona essa informação com o eixo vertical na atividade dos bichos preferidos (Figura 44).

A professora K, ao contrário da professora L, que estabeleceu objetivos no seu plano de aula considerando os significados do objeto matemático, não fez essa relação em seu planejamento.

Objetivos: – Construir um gráfico com informações sobre brincadeiras preferidas dos estudantes apontando para situações cotidianas que podem ocorrer em diversos contextos sociais; – Conhecer modos de representações e tratamento de informações por meio da construção, leitura e interpretação de gráficos; – Ler e interpretar operar adições e subtrações a partir dos números representados no gráfico e com auxílio da reta numérica; – Comparar números indicados no gráfico realizando operações de adição e subtração para encontrar quantidades a mais, a menos por meio de comparações entre os resultados (Planejamento professora L).

A professora K trouxe as perguntas prontas.

Observamos que o planejamento da professora L foi mais completo, pois ela já previu representações do objeto matemático, como as operações com a reta numérica, e incorporou situações cotidianas dos estudantes.

Na Figura 67, no entanto, a professora K não deixou claro de que forma realizou essa pesquisa.

Além disso, a professora L já trouxe as brincadeiras para os estudantes escolherem, pois havia observado o que eles costumavam brincar: “*Apresentar imagens com quatro tipos de brincadeiras para que cada estudante escolha de acordo com a sua preferência*” (Registro do planejamento da professora L).

Figura 67 – Planejamento professora K

=>Confecção de gráfico com os alunos de animais já pesquisados. (obs. Cada aluno escolheu e realizou uma pequena pesquisa sobre o animal escolhido). RESPONDA:
QUAL ANIMAL MAIS PESQUISADO?
QUAL SEGUNDO ANIMAL MAIS PESQUISADO? QUANTO FALTOU PARA ALCANÇAR O ANIMAL MAIS PESQUISADO?
QUAL ANIMAL MENOS PESQUISADO? QUANTO FALTOU PARA ALCANÇAR O ANIMAL MAIS PESQUISADO?
QUANTOS ANIMAIS FORAM PESQUISADOS AO TODO?

Fonte: Dados do pesquisador (2024).

Quadro 43 – Nível da subcompetência de proposição de problemas durante da instrução do modelo CCDM

CAD	Indicadores	Característica	Evidências	Nível		
COMPETÊNCIA MATEMÁTICA	Epistêmico/Cognitivo/Afetivo	Representatividade/Contextualização/Adaptação	– Os dados apresentados indicam se o professor estabeleceu, antes do início do processo de instrução, o planejamento adequado, relacionando-o com o conteúdo, as habilidades e competências que os alunos já se apropriaram, além de prever possíveis erros. – Também se verifica se, após o processo, as aprendizagens adquiridas estão próximas do que se pretendia ensinar. – É considerado o processo de aprender a ler e escrever a linguagem matemática, compreendendo os conceitos básicos da área para interpretar problemas matemáticos e realizar cálculos. – Também são considerados os interesses e motivações dos estudantes.	O professor propõe tarefas adequadas ao nível educacional que ensina. Para isso, considera os conteúdos contemplados no currículo (significados, procedimentos, argumentos ou justificativas, representações, etc.), assim como os conhecimentos prévios dos estudantes; e redesenha as tarefas levando em conta esses aspectos, mas não prevê equívocos, erros, dificuldades ou possíveis respostas diferentes. Trata-se principalmente de tarefas propostas que são adaptações de tarefas extraídas de outras fontes.	<i>As professoras propõem problemas como: “Construir um gráfico com informações sobre as brincadeiras preferidas dos estudantes, apontando para situações cotidianas que podem ocorrer em diversos contextos sociais.” (Planejamento da professora L).</i> <i>A professora, novamente dialogando com a turma, diz: “Agora que temos quatro brincadeiras, vamos aproveitar para fazer uma pequena pesquisa entre nós.”</i> <i>Os alunos, ao escolherem suas brincadeiras preferidas, interagiram com a professora. Professora: “Os alunos iam até a professora e explicavam onde gostariam de colocar o papel para computar seu voto na brincadeira preferida.” (Professora L).</i> <i>Na Figura 66 a proposição dos problemas da professora K utiliza vários significados da soma, como agregar e subtrair.</i>	L ₁

Fonte: Elaborado pelo pesquisador (2024).

Durante a instrução do modelo CCDM as participantes do grupo intervenção alcançaram o nível um (L1) na subcompetência de proposição de problemas. As professoras passaram a incorporar significados aos objetos matemáticos em seus planejamentos, compreendendo melhor as dificuldades dos alunos e priorizando sua aprendizagem. Ao refletirem sobre o planejamento, o grupo percebeu que a professora L já contemplava os critérios de fase manipulativa, gráfica e simbólica. Ela também começou a antecipar atividades que despertassem o interesse dos estudantes, como a construção de um gráfico sobre as preferências de brincadeiras, utilizando materiais visuais. A professora L, no entanto, ainda não previu possíveis erros, o que resultou em falhas, como a discrepância entre o gráfico e os papéis utilizados pelos alunos, obrigando-a a refazer a atividade. A professora K, por outro lado, não integrou tão bem os significados matemáticos em seu planejamento, apresentando perguntas prontas e não relacionando as informações com o eixo vertical do gráfico.

4.2.1.2.3 Análise das práticas de resolução de problemas

Conforme exposto em Pino-Fan, Castro e Font (2023), a subcompetência de análise de práticas para resolução de problemas está diretamente relacionada à análise didática do processo de instrução, abrangendo as etapas *a priori*, *in loco* e *a posteriori*. Essa subcompetência está intimamente ligada à **Competência de Análise e Intervenção Didática**, sendo configurada durante a instrução do CCDM (*in loco*). Supõe-se que, por serem observadas em suas salas de aula durante a instrução do CCDM, as professoras do grupo intervenção optaram por realizar a análise da prática para resolução de problemas somente quando solicitadas, no último dia da formação continuada. Nesse sentido, não temos evidência do nível da configuração dessa competência antes da intervenção do modelo CCDM. Essa característica deve-se ao fato de que no último dia da formação foi explicada para todas as professoras do grupo a necessidade de recontextualizar os elementos do CCDM abordados no curso, possibilitando a análise de um de seus planos de aula com os Critérios de Adequação Didática (CAD).

Pino-Fan, Castro e Font (2023) apresentam a Análise das práticas de resolução de problemas de forma ampliada, tratando essa subcompetência com a seguinte definição: o professor que ensina Matemática deve ser competente em saber

[...] planejar, aplicar e avaliar sequências de aprendizagem, utilizando técnicas de análise e critérios de qualidade, estabelecendo ciclos de planejamento, implementação, avaliação e na apresentação de propostas de melhoria, [...] considerando a identificação de objetos matemáticos, seus significados implementados durante a prática matemática (p. 10).

Para avaliar a aprendizagem e suas progressões (Giacomone, 2019) o professor deve ser competente para conceituar as competências desenvolvidas pelos estudantes.

4.2.1.2.3.1 Análise das práticas de resolução de problemas durante a instrução do CCDM

O grupo intervenção configurou a Análise das práticas de resolução de problemas durante a instrução do CCDM no **nível um (L1)**. Esse resultado demonstra que o grupo intervenção se preocupou com os conhecimentos prévios de seus estudantes, como registra a professora L em sua Análise e Valoração da Adequação Didática: a professora L retoma a questão de conhecimento prévio, “*o conhecimento prévio eu acho que contempla quando a gente pensa nas quantidades que ele tem que saber relacionar, número-quantidade, saber contar, eu acho que isso pode melhorar*”.

A caracterização da análise das práticas de resolução de problemas do grupo intervenção focou no conhecimento prévio, na representatividade e nos significados do objeto matemático. Essas características estão presentes no desenvolvimento das demais subcompetências da Competência Matemática, que tiveram um nível máximo de “um” (L1). Esse resultado confirma que a competência matemática e suas subcompetências precisam ser mais bem desenvolvidas pelas professoras que ensinam Matemática. Godino *et al.* (2017) ressaltam que analisar a atividade matemática na resolução de problemas é um desafio, especialmente a análise do conhecimento matemático desses professores, exigindo a adoção de uma “visão ampla que reconheça o papel central da resolução de problemas na produção do conhecimento matemático” (p. 92). Cabe destacar que esse desafio faz parte da formação das professoras e do perfil desses profissionais.

No contexto do grupo intervenção – composto por professores formados em Licenciatura em Pedagogia com dificuldades em Matemática, conforme relatado nas reflexões das professoras –, Llinares (2011) aponta essa dificuldade no ensino de Matemática nos anos iniciais em relação à competência matemática desses professores, e problematiza a necessidade de promover o desenvolvimento das competências matemáticas para a resolução de problemas. Para isso, é necessário estabelecer os seguintes critérios para o desenvolvimento da competência matemática:

- ✓ Análise da produção matemática dos alunos.
- ✓ Organização do conteúdo matemático para o ensino e da aprendizagem na etapa escolar (*a priori, in loco e a posteriori*).
- ✓ Gestão da comunicação matemática do professor na sala de aula.

Quadro 44 – Nível da Subcompetência de análise das práticas para a resolução de problemas durante o modelo CCDM

COMPETÊNCIA MATEMÁTICA	CAD	Reflexão sobre o processo de adequação didática	Indicadores	Característica	Evidências	Nível
	TODOS OS CAD		Reflexão episódica <i>a posteriori</i> . A análise dos três momentos ainda não está coordenada ou a reflexão <i>in loco</i> ainda é escassa.	O professor faz o indicado em L ₀ . A análise <i>a posteriori</i> das práticas matemáticas de seus alunos, no entanto, é realizada com base na análise <i>a priori</i> desenvolvida com base na resposta esperada. O docente planeja a resposta que espera obter com uma tarefa específica proposta. Em qualquer caso, as análises são realizadas com base em sua experiência, sem considerar nenhuma metodologia de análise.	<i>O conhecimento prévio é considerado ao analisar as práticas matemáticas apresentadas pelos estudantes: "Eu acho que isso diz respeito à forma como ele compreende a estratégia que ele usa para fazer (realizar a atividade matemática)" (Registro do último dia de formação).</i>	L ₁

Fonte: Elaborado pelo pesquisador (2024).

Durante a instrução do modelo CCDM, o grupo intervenção alcançou o **nível um** (L₁) na análise das práticas para resolução de problemas, focando nos conhecimentos prévios dos alunos. A professora L destacou a importância de relacionar número e quantidade. Ainda existem, no entanto, desafios no ensino de Matemática, especialmente entre professores formados em Pedagogia, que enfrentam dificuldades com a competência matemática. Para melhorar essa competência é necessário analisar a produção dos alunos, organizar o conteúdo e aprimorar a comunicação matemática na sala de aula.

4.2.2 Configuração dos níveis das competências-chave das participantes: antes e durante a instrução do modelo CCDM

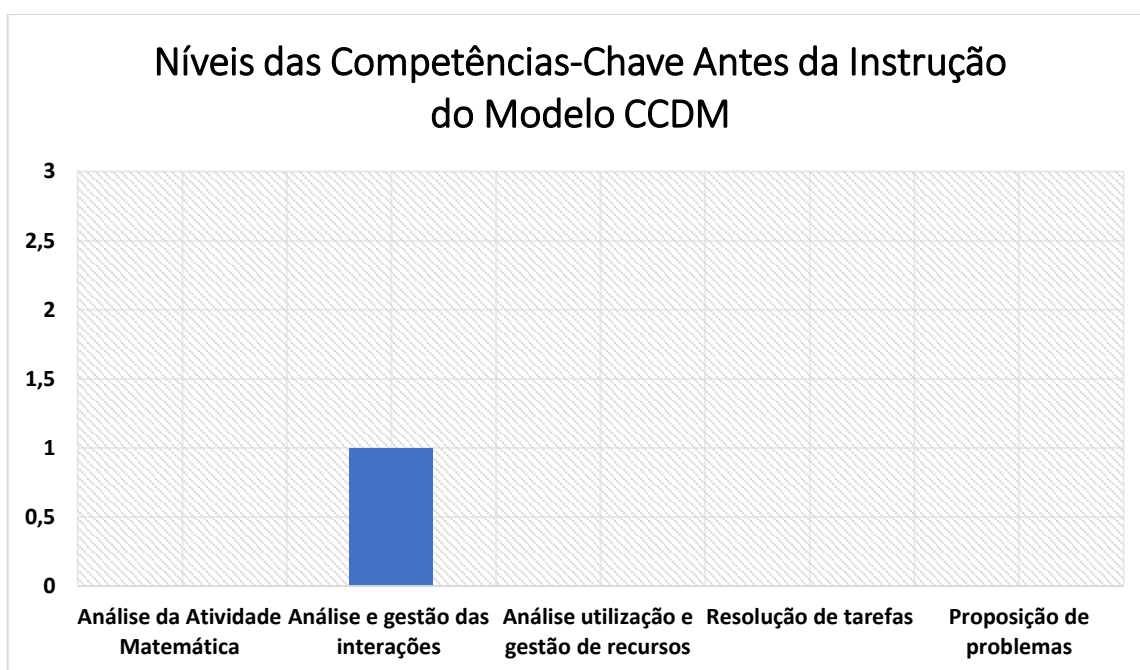
Os níveis das competências-chave das professoras participantes do grupo intervenção, tanto os da Competência de Análise e Intervenção Didática quanto os da Competência Matemática, antes da instrução do modelo CCDM, podem ser visualizados graficamente, pois foram mensurados, durante a análise, com a ferramenta de valoração dos níveis das subcompetências das competências-chave (Quadro 25 da seção 3.5.2 da metodologia).

A subcompetência de Análise e Valoração da Adequação Didática da Competência de Análise e Intervenção Didática e a subcompetência de Análise das práticas de resolução de problemas da Competência Matemática, não estão presentes no gráfico, pois não foi possível

utilizar a ferramenta, uma vez que essas exigem que as professoras realizem análises didáticas empregando as ferramentas do CCDM.

A configuração apresentada na Figura 68 permite visualizar que, antes do ciclo formativo, os níveis apresentados pelo grupo intervenção nas competências-chave são predominantemente baixos. Embora a subcompetência de Análise e Gestão de Interações esteja no nível 1, grande parte das observações mensuradas ficou no nível zero. Essa ferramenta servirá para comparar a evolução dos níveis antes, durante e após o ciclo formativo fundamentado no CCDM.

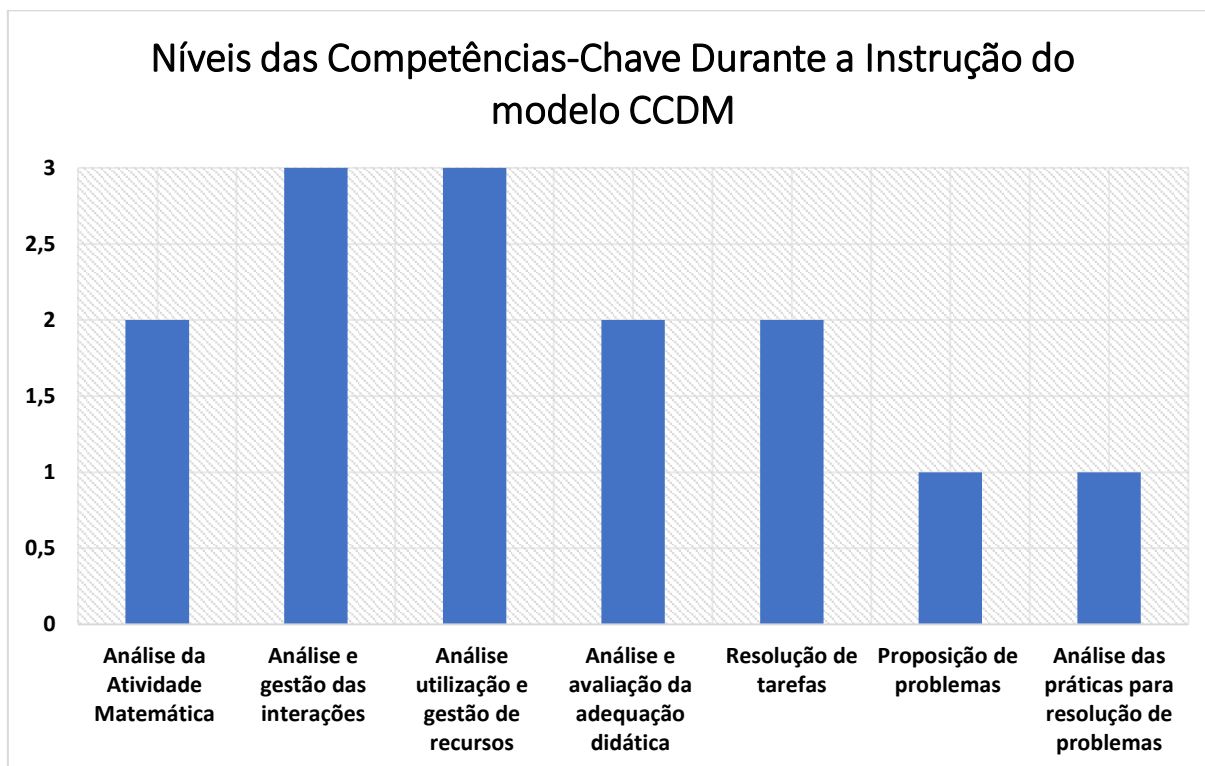
Figura 68 – Configuração dos níveis das competências-chave das participantes antes da instrução do modelo CCDM



Fonte: Dados do Pesquisador (2024).

A configuração apresentada durante o período formativo do CCDM (Figura 69) permite visualizar que todos os níveis das Competências-Chave apresentados pelo grupo intervenção evoluíram, destacando-se a subcompetência de Análise e Utilização de Recursos, que alcançou o maior nível (L_3). Por outro lado, duas das subcompetências associadas ao CAD epistêmico, Análise da Atividade Matemática e Resolução de Tarefas alcançaram o nível L_2 , e as de Proposição de Problemas e Análise das Práticas para Resolução de Problemas permaneceram configuradas no menor nível, L_1 .

Figura 69 – Configuração dos níveis das competências-chave das participantes durante a instrução do modelo CCDM

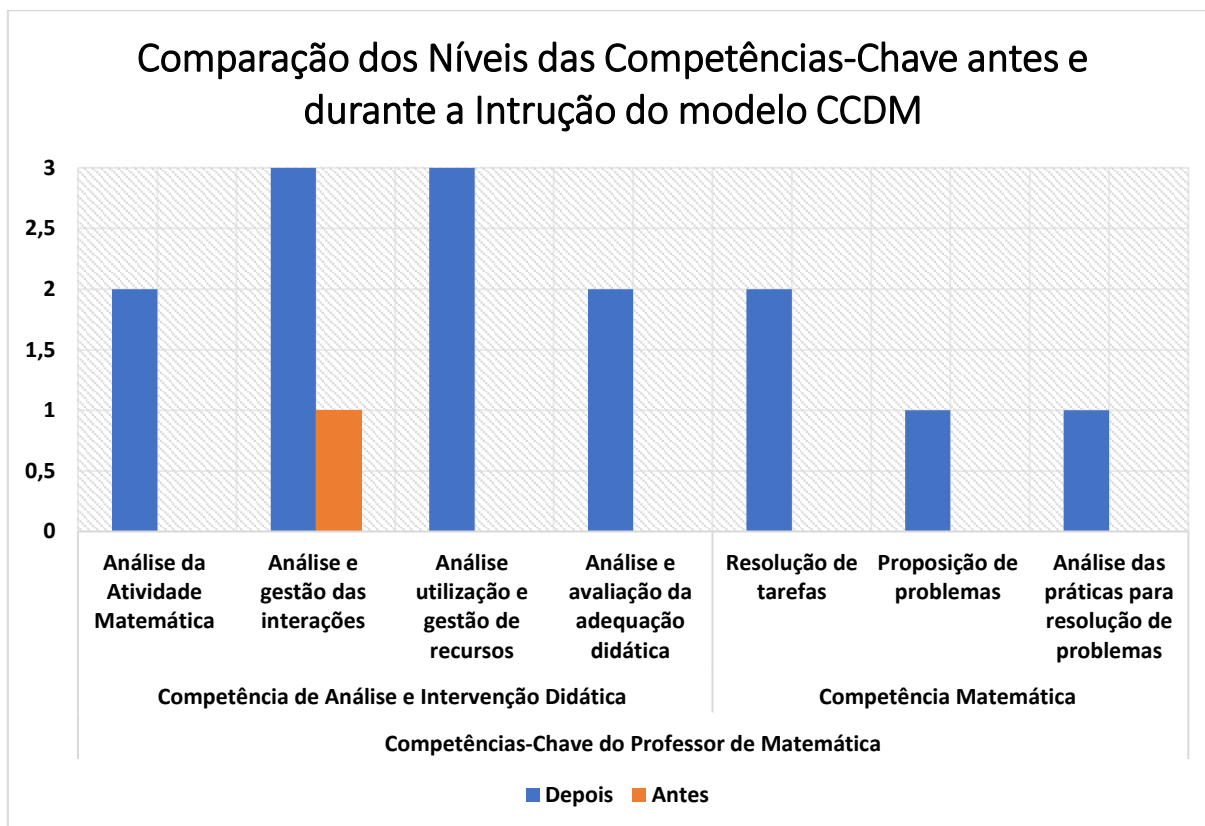


Fonte: Dados do pesquisador (2024).

O desenvolvimento das competências-chave antes e durante o ciclo formativo, pautado no CCDM, pode ser mais bem visualizado nos gráficos das Figuras 68 e 69, com a síntese apresentada na Figura 70, que evidencia uma evolução significativa nas competências-chave das participantes do grupo intervenção. Destaca-se o maior desenvolvimento da Competência de Análise e Intervenção Didática com o aumento de um nível para as subcompetências de Análise da Atividade Matemática e Análise e Gestão das Interações, e de três níveis para a subcompetência Análise, Utilização e Gestão de Recursos. A subcompetência Análise e Valoração da Adequação Didática, que não havia sido pontuada antes da instrução do modelo CCDM devido à sua ausência, configurou-se no nível L_2 durante o ciclo formativo.

Quanto à Competência Matemática, não foi possível observar a subcompetência Análise das práticas de resolução de problemas antes do ciclo formativo. Após o ciclo, no entanto, essa subcompetência, juntamente com a subcompetências de Proposição de Problemas, configurou-se no nível L_1 .

Figura 70 – Comparação dos níveis das competências-chave das participantes antes e durante a instrução do modelo CCDM



Fonte: Dados do pesquisador (2024).

4.3 Categoria emergente - articulação entre os resultados quantitativos, a configuração das competências-chave das participantes do grupo intervenção e as competências da BNCC e BNC-Formação

Como categoria emergente, decorrente da ATD dos dados qualitativos e quantitativos, apresentamos, nesta seção, a triangulação dos dados da análise quantitativa do desempenho matemático dos alunos do grupo intervenção, estudantes do 3º ano do Ensino Fundamental, com a análise qualitativa da configuração das Competências-Chave das professoras de Matemática após a realização do ciclo formativo baseado no modelo de Competências e Conhecimentos Didático-Matemáticos (CCDM). Mostramos, além disso, que essa triangulação estabelece relações com as Competências da BNCC e da BNC-Formação, o que trouxe um dado além dos objetivos específicos desta tese.

Os dados da análise quantitativa comparam os resultados dos pré-testes e pós-testes (Apêndice C) aplicados tanto ao grupo intervenção quanto ao grupo controle. Para triangular esses resultados com a configuração dos níveis das Competências-Chave das participantes do

grupo intervenção e a interpretação do pesquisador, utilizaremos as habilidades e competências da BNCC e as competências da BNC-Formação, dialogando com as competências desenvolvidas pelas professoras e seus alunos e relacionando-as aos Critérios de Adequação Didática (CAD).

O ciclo formativo foi planejado para contribuir com o desenvolvimento das Competências-Chave das professoras. Para que elas compreendessem essas competências foi necessário interligá-las às competências da BNCC (Brasil, 2018) e da BNC-Formação (Brasil, 2021), relacionando-as às habilidades desenvolvidas por seus alunos (Seção 3.2.2.2). Nesse sentido, foram priorizados, na sequência do ciclo, os Critérios de Adequação Didática correspondentes às Competências Específicas da BNC-Formação (CEBF), às Competências Específicas da Matemática para o Ensino Fundamental (Cemef) presentes na BNCC e às Competências Gerais da Educação Básica (CGEB).

A articulação entre os CADs e as competências necessárias às professoras de Matemática para seus processos instrucionais, conforme descrito nos documentos norteadores de competências (Seção 2.3), foi sistematizada no Quadro 45, em conformidade com a BNCC (Brasil, 2018) e a BNC-Formação (Brasil, 2020).

Quadro 45 – Relação entre os CADs e as competências CEBF, Cemef e CGEB

Critérios de Adequação Didática (CAD)	CEBF (Quadro 2)	CEMEF (Quadro 3)	CGEB (Quadro 3)
De interação	1.2, 2.1, 3.2	1.4	2.6, 2.7
Afetiva	1.2, 2.4, 3.1, 3.4	1.2, 1.3, 1.4, 1.7	2.3, 2.5, 2.7, 2.8
Cognitiva	1.1, 1.2, 1.3, 2.1, 2.3, 2.4, 3.2	1.1, 1.5, 1.6	2.1, 2.4
Epistêmica	1.1, 2.1, 2.3, 2.4	1.1, 1.2, 1.3, 1.6	2.1, 2.2, 2.5, 2.7
Ecológica	1.4, 3.3	1.7	2.1, 2.6
De meios	2.2, 2.4	1.5, 1.6	2.2, 2.5

Fonte: Desenvolvido pelo autor (2023).

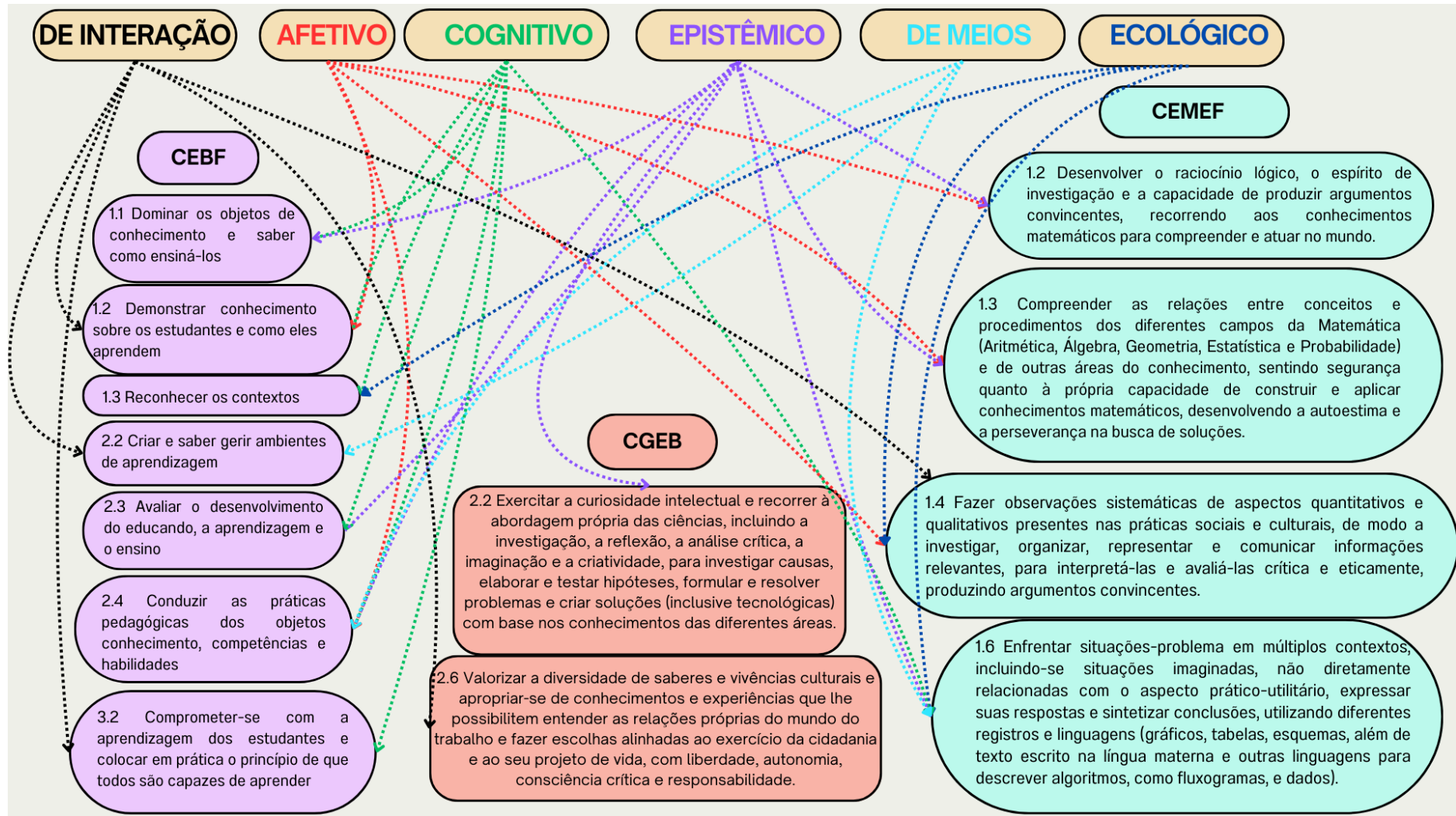
No Quadro 45 apresentado evidenciamos que os documentos norteadores da base curricular para o ensino de Matemática estão diretamente alinhados ao modelo CCDM (Godino *et al.*, 2016).

As participantes do grupo intervenção desenvolveram as competências específicas da BNC-Formação (CEBF), as competências específicas da Matemática para o Ensino Fundamental (Cemef) e as competências gerais da Educação Básica (CGEB), interligando-as

aos Critérios de Adequação Didática (CAD), conforme representado na Figura 71. Essas competências foram trabalhadas por meio do desenvolvimento das Competências-Chave, sendo possível observar tal progresso durante o ciclo formativo, à medida que as professoras integraram os CADs do CCDDM às suas práticas pedagógicas.

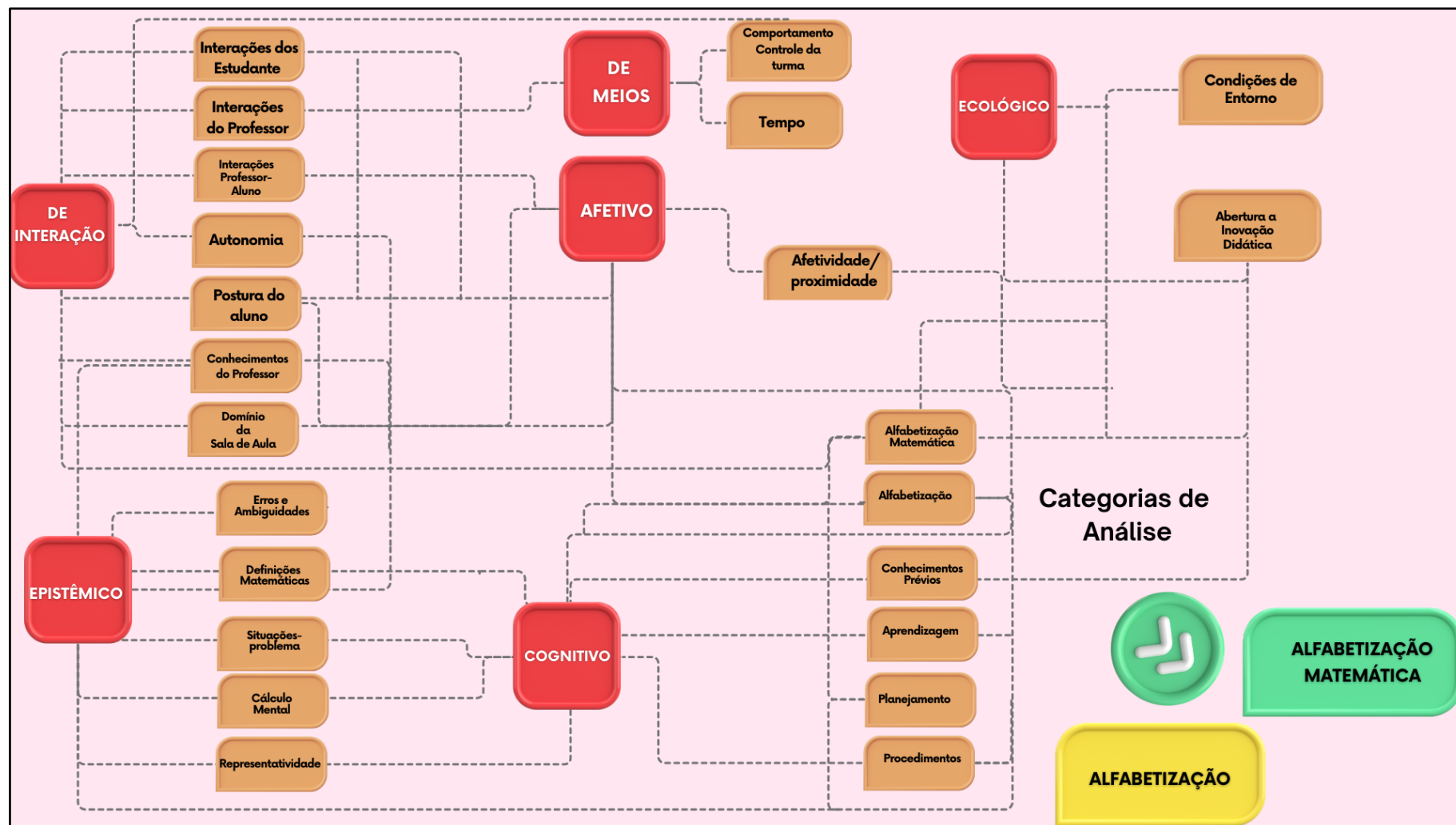
As categorias de análise – como erros e ambiguidades, definições matemáticas, linguagem, situações-problema, cálculo mental, representatividade, conhecimentos do professor, alfabetização, alfabetização matemática, planejamento, procedimentos, conhecimentos prévios, aprendizagem, autonomia, interações entre estudantes, interação professor-aluno, postura do professor, postura do aluno, domínio de sala de aula, comportamento, controle da turma, tempo, afetividade, abertura à inovação didática e condições do entorno social – relacionaram-se diretamente com as categorias *a priori*. Esse processo culminou na formação de duas categorias de análise: alfabetização e alfabetização matemática, conforme destacado na Figura 72.

Figura 71 – Relações entre os CADs e as competências CEBF-CGEB-Cemef das participantes do grupo intervenção, conforme Quadro 45



Fonte: Elaborada do pesquisador (2024).

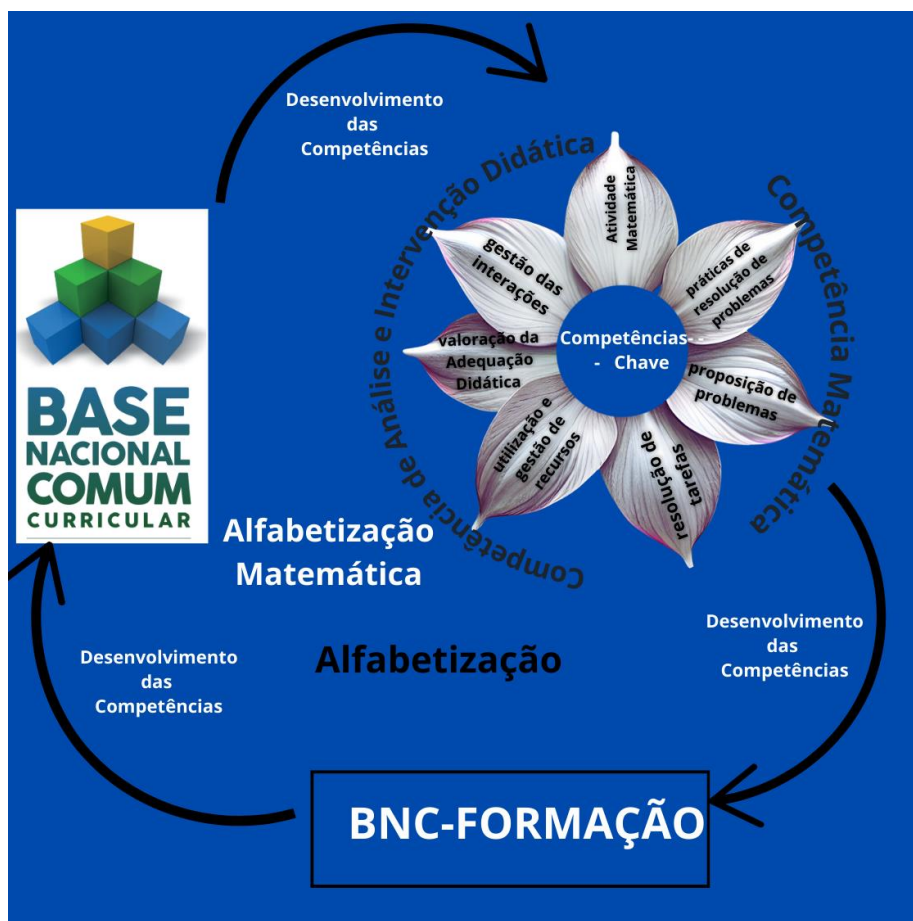
Figura 72 – Categorização – relações entre as categorias *a priori*, categorias prévias e categorias de análise



Fonte: Elaborada pelo pesquisador (2024).

Diante do exposto nas Figuras 71 e 72, é possível identificar uma articulação significativa entre os resultados quantitativos, a configuração das Competências-Chave do grupo intervenção e as competências previstas na BNCC e na BNC-Formação. Essa articulação organiza-se em duas amplas categorias, apresentadas e detalhadas em subseções específicas: **4.3.1 Alfabetização** e **4.3.2 Alfabetização Matemática**. Ambas as categorias estão interligadas pelo desenvolvimento das Competências-Chave e pelas competências previstas nos documentos norteadores, evidenciando a relação entre teoria e prática no processo formativo das participantes do grupo intervenção, conforme mostra a Figura 73.

Figura 73 – Desenvolvimento das competências das participantes do grupo intervenção



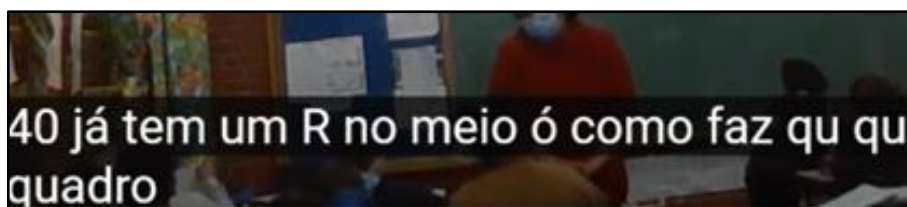
Fonte: Elaborada pelo pesquisador (2024) adaptado de Niss (2014).

4.3.1 Alfabetização

Podemos observar evidências de que os estudantes do grupo intervenção estavam em fase de alfabetização durante o pré-teste (ver a evolução da Figuras 51 para a Figura 52). Diante dessa característica durante o ciclo formativo, as professoras passaram a integrar o

desenvolvimento da alfabetização com as atividades de Matemática. Um exemplo disso é o registro da professora L: *“A professora aproveita a atividade para que os estudantes escrevam corretamente as brincadeiras que estão nos gráficos, trabalhando a alfabetização”*. Na Figura 74 a professora L trabalha a escrita do número quarenta: *“40 já tem um R no meio, oh, como faz qua de quadro”*, relacionando-o à palavra *quadro* escrita na lousa da sala de aula. Nesse momento a professora demonstrava como a alfabetização e a matemática podem ser interligadas, utilizando a escrita da palavra “quarenta” para ensinar conceitos numéricos e a escrita de palavras.

Figura 74 – Processo de alfabetização



Fonte: Dados do pesquisador (2024).

As professoras, antes do ciclo formativo, já utilizavam estratégias que envolviam consultas a tabelas de nomes dos números. A mesma realidade foi observada na turma da professora K: *“A professora relata que grande parte de seus estudantes estão pré-silábicos e sentem muita dificuldade na realização das atividades.”*

O desenvolvimento das Competências-Chave mostrou-se diretamente relacionado tanto com a alfabetização quanto com a alfabetização matemática, promovendo uma maior familiarização com a linguagem escrita, a linguagem materna e a linguagem matemática. Essa integração corrobora o que destacam Smole *et al.* (1999, p. 13):

[...] o professor pode criar situações na sala de aula que encorajem os alunos a compreenderem e se familiarizarem mais com a linguagem matemática, estabelecendo ligações cognitivas entre a linguagem materna, conceitos da vida real e a linguagem matemática formal, dando oportunidades para eles escreverem e falarem sobre o vocabulário matemático, além de desenvolverem habilidades de formulação e resolução de problemas enquanto desenvolvem noções e conceitos matemáticos.

Dessa forma, o grupo intervenção passou a desenvolver *“conhecimentos sobre seus estudantes e como eles aprendem”* (Brasil, 2020, p. 13), em conformidade com a Competência 1.2 da CEBF. Nesse processo o grupo demonstrou avanço na subcompetência de Análise e

Gestão de Interações, valorizando as interações dos estudantes e criando ferramentas que fomentassem a alfabetização.

Um exemplo dessa evolução pode ser observado na prática pedagógica da professora L, evidenciada pela organização da lousa durante as atividades: *“A professora divide o quadro e faz as linhas da mesma forma disposta no caderno dos estudantes [...] e lembra os estudantes de não saltar as linhas”*. Essa abordagem, representada na Figura 75, demonstra como a professora orientou os alunos a manterem um padrão que auxilia tanto na alfabetização quanto no desenvolvimento da organização e estruturação de ideias apontadas no caderno, refletindo o progresso na gestão das interações e no uso de estratégias de ensino apropriadas às necessidades dos estudantes.

Figura 75 – Reprodução das linhas do caderno na lousa



Fonte: Dados do pesquisador (2024).

A professora elenca os dias da semana, e os relaciona com as palavras “ontem”, “hoje” e “amanhã”:

A professora já começa a trazer informações que auxiliam na resolução de problemas matemáticos, como a noção de tempo. Nesta aula a professora pergunta aos estudantes que dia da semana foi ontem e que dia da semana estava acontecendo a aula. [...] Nota-se que nesta aula a professora já busca compreender o que o estudante sabe; se ele sabe o dia da semana em que está; o mês.

Ao apresentar a reta numérica a professora demonstrou preocupação em integrar aspectos da alfabetização com os objetos matemáticos, explicitando a escrita e as características dessa ferramenta. Um exemplo significativo é observado na explicação: *“A professora escreve ‘mais’ no final da reta numérica e ‘menos’ no início,”* associando essas palavras aos sinais matemáticos “+” e “-”. Além disso, a professora incentivou os estudantes a fazerem a leitura

das palavras, promovendo a interação com o material: *“A professora pede para que os estudantes vejam a reta numérica e o que está escrito nela. Uma estudante relata que tem duas palavras”*.

Esse episódio evidencia o progresso no desenvolvimento da subcompetência de Análise da Gestão das Interações, quando as professoras do grupo intervenção passaram a avaliar de forma mais dinâmica o desenvolvimento de seus estudantes, considerando a aprendizagem e o ensino como processos interligados (Brasil, 2020, p. 13 – CEBF). Essas competências destacam a importância de adaptar-se ao contexto em que o estudante se encontra, visando a solucionar dúvidas e promover ações pedagógicas efetivas. Assim, a abordagem facilitou o envolvimento entre os diferentes agentes do processo educativo: estudante-professor, estudante-estudante e estudante-contexto escolar.

As participantes do grupo intervenção também demonstraram versatilidade ao utilizar diferentes linguagens para facilitar o aprendizado. Essas linguagens incluíram: verbal (oral ou visual-motora e escrita) e corporal (Figura 76), promovendo o desenvolvimento da competência 2.4 das CGEB (Quadro 2). Essa prática reflete o esforço em abordar o ensino de forma multimodal, atendendo às diversas formas de expressão e compreensão dos estudantes, alinhando-se às diretrizes pedagógicas contemporâneas (Breda; Farsani; Sala-Sebastià, 2023; Khatin-Zadeh; Farsani; Breda, 2023).

Figura 76 – Expressão corporal realizada por uma das professoras



Fonte: Dados do pesquisador (2024).

As professoras L e K dedicaram-se a compreender a linguagem de seus alunos, incentivando, motivando e explorando as atividades propostas. Um exemplo disso é o registro: *“A professora aproveita a atividade para que os estudantes escrevam corretamente os jogos que estão nas figuras, trabalhando a alfabetização”*. Assim, as professoras L e K demonstraram

compromisso com a aprendizagem dos estudantes, incorporando o princípio de que “todos são capazes de aprender” (Brasil, 2020, p. 13). Esse princípio atende ao CAD cognitivo, em particular às adaptações que devem fazer as professoras para contemplar as diferenças individuais e garantir o princípio da equidade na aprendizagem dos alunos.

Na percepção do pesquisador, antes do ciclo formativo, as professoras do grupo intervenção não identificavam a importância de interagir de forma eficaz com seus alunos nem de compreender os conhecimentos prévios deles, algo que foi crucial para o ensino de Matemática, como foi o caso da integração da alfabetização com as atividades matemáticas. Ao longo do ciclo formativo, no entanto, o grupo intervenção passou a perceber as necessidades de aprendizagem dos seus estudantes e começou a relacioná-las com as habilidades e competências necessárias para o avanço no aprendizado.

O pesquisador priorizou, durante o ciclo formativo, o desenvolvimento de competências que permitissem às professoras consolidarem as habilidades trabalhadas com os seus estudantes. As professoras estavam trabalhando com seus alunos a habilidade EF03MA06, de acordo com a BNCC (Brasil, 2018, p. 287), que trata de “resolver e elaborar problemas de adição e subtração com os significados de juntar, acrescentar, separar, retirar, comparar e completar quantidades, utilizando diferentes estratégias de cálculo exato ou aproximado, incluindo cálculo mental”.

Grande parte das questões do pré-teste aplicadas pelas professoras estava relacionada com essa habilidade, como as questões 1A, 1B, 1C, 5 e 8. As habilidades prévias necessárias para a consolidação dessa habilidade são EF02MA06 e EF01MA08 (Instituto Reúna, 2024). A EF02MA06 lida com operações envolvendo números até três ordens e utiliza as estratégias pessoais dos estudantes (Brasil, 2018, p. 283), enquanto a EF01MA08 envolve o uso de “suporte de imagens e/ou material manipulável, utilizando estratégias e formas de registro pessoais” (p. 279).

Dessa forma, no ciclo formativo as Competências-Chave foram desenvolvidas de maneira a interligar essas habilidades e focar na alfabetização. O grupo intervenção passou a priorizar os Critérios de Adequação Didática (CAD) relacionados à interação, afetividade, cognitivo, epistêmico, meios e ecológicos, com o objetivo de desenvolver prioritariamente as subcompetências de Análise e Gestão das Interações e Análise e Gestão de Recursos, alcançando o nível três nessas subcompetências ao final do ciclo formativo.

Esse desenvolvimento teve um impacto significativo, pois as professoras utilizaram os materiais e recursos criados ao longo do ciclo, como demonstrado no registro da professora K:

*Hoje a professora trouxe um material **superlegal** que ganhou da formação continuada que está fazendo; faz a contextualização que os estudantes já conhecem o material dourado que não é encaixável, mas que o material dourado encaixável vai melhorar a compreensão das atividades matemáticas que eles irão resolver e que continuarão usando o outro material dourado, mas que este vai ser um recurso a mais que terão no decorrer das aulas de matemática.*

A professora “descreve que este material tem **cores diferentes, é de plástico, pode encaixar e dá para realizá-lo de uma maneira um pouco diferente.**” Observa-se a riqueza de detalhes (destaque em negrito) para que os estudantes se motivassem com os novos recursos, fortalecendo o desenvolvimento da Subcompetência de Análise e Gestão de Recursos.

As professoras do grupo intervenção, para estabelecer a construção do número, passaram a desenvolver a Subcompetência de Análise da Atividade Matemática, utilizando o ábaco-cartaz (Figura 50 e Figura 53) em conjunto com o material dourado encaixável (Figura 47). Essa subcompetência pode ser observada na aula da professora L, quando ela realiza a construção do número com seus estudantes, promovendo uma aprendizagem concreta e visual da noção de número. Ao utilizar essas ferramentas a professora consegue conectar a representação simbólica dos números com a concreta, facilitando a compreensão dos alunos sobre a quantificação e a construção de números.

Quanto à resolução dos pré-testes e pós-testes em relação à alfabetização, as professoras do projeto, incluindo o grupo intervenção, foram desafiadas a elaborar as questões dos pré-testes antes do início do ciclo formativo. Elas sabiam que as mesmas questões seriam aplicadas no pós-teste aos seus estudantes. Durante a construção das questões surgiram dificuldades, como ocorreu com a elaboração da Questão 1, apresentada na Figura 77 a seguir.

Figura 77 – Questão 1A



Fonte: Dados do projeto recontextualizar (2022).

Notamos que a questão apresenta erros na proposição do problema. A questão diz: “Fernando e Pedro organizaram seus lápis de cor para a escola”, mas, nos desenhos dos dois conjuntos de lápis, um é de Márcia e o outro de Fernando (Figura 77). Nos pré-testes desta questão, realizados pelos alunos do grupo intervenção, as médias foram de 0,13 no pré-teste e -0,71 no pós-teste, com a frequência de acertos passando de 87,1% no pré-teste para 80,65% no pós-teste.

Deduzimos que o resultado tenha diminuído, pois, após o ciclo formativo, os estudantes, ao amadurecerem na alfabetização e alfabetização matemática, conseguiram realizar a leitura do personagem Pedro, mas podem ter confundido a interpretação da questão. O problema diz: “Quem tem mais lápis de cor?”, mas, ao não especificar claramente os personagens do problema, os alunos podem ter sido levados ao erro.

Essa situação, conforme Céspedes, Burgos e Godino (2022), pode causar conflitos cognitivos devido à falta de dados e indicações incompletas para uma interpretação eficaz do problema. O enunciado de problemas é tratado, nas Competências-Chave, pela subcompetência de Proposição de Problemas. Nesta subcompetência exige-se do professor um conhecimento matemático mais completo para prever as possíveis interpretações e resoluções de um problema.

As participantes do grupo intervenção e os demais professores que construíram e aplicaram os pré-testes e pós-testes demonstram a necessidade de desenvolver a subcompetência de Proposição de Problemas. Llinares (2011) destaca a importância de o professor, que ensina matemática, possuir a competência para selecionar atividades e elaborar problemas, utilizando seu conhecimento especializado (faceta epistêmica) do modelo CCDM (Godino *et al.*, 2016). Na BNCC as Competências Específicas da Matemática para o Ensino Fundamental (CEMEF) incluem a subcompetência de Proposição de Problemas, ao orientar as professoras na criação de propostas que favoreçam o desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos.

Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles (Brasil, 2018, p. 267).

Neste caso, as professoras que elaboraram a questão 1A precisavam ter refletido sobre a resolução do problema proposto para seus estudantes, identificando as ambiguidades e erros que o problema poderia gerar. Esse fato faz parte da dificuldade comum que as professoras das séries iniciais enfrentam ao propor problemas de Matemática. Para compreender melhor como

elaborar um problema de maneira adequada, é necessário que as professoras se perguntem uma série de questões, fundamentadas na adequação epistêmica do conhecimento didático-matemático do modelo CCDM (Pino-Fan; Godino, 2015, p. 99):

Além da sua solução, existe outra maneira de resolver o problema? Como você explicaria a solução do problema para um aluno que não foi capaz de resolvê-lo pelos procedimentos vistos em aula? Que conhecimento é colocado em jogo na resolução do problema?

Desta forma, observamos que, ao elaborarem a questão 1A, que gerou ambiguidades nas respostas dos estudantes, há uma clara necessidade de aprofundamento matemático por parte deste grupo de professores. A Subcompetência de Proposição de Problemas, destacada aqui, é um dos elementos centrais para a compreensão dos estudantes na resolução de um problema.

Para tanto, é essencial que o professor seja competente em planejar um problema adequado ao nível de seus alunos, prevendo possíveis resoluções, para, então, aplicá-lo de forma adequada. Assim, a proposição de problemas torna-se fundamental para a compreensão do problema matemático, pois é o ponto de partida da atividade planejada, promovendo a aprendizagem do estudante. O professor tem a responsabilidade de elaborar o problema e assegurar sua aplicação de forma adequada no contexto matemático desejado (Gusmão; Font, 2021).

Na questão 1B também existem ambiguidades. A questão afirma: “Quantos lápis de cor a mais ele tem?”, o que induz o estudante a pensar que Fernando ou Pedro têm mais lápis que Márcia. Novamente isso leva o aluno ao erro de interpretação, o que é evidenciado pela média do pré-teste de -4,29 e a porcentagem de acertos de 64,52%. No pós-teste a média foi de -2,74, com a porcentagem de acertos diminuindo para 51,61%. À medida que a alfabetização dos estudantes se torna mais evidente no pós-teste, a diminuição da porcentagem de acertos pode ser explicada, pois os estudantes agora conseguem identificar mais claramente o que está no enunciado. O enunciado mal formulado, contudo, ainda leva a interpretações equivocadas. Nessa questão o único dado masculino é o de Fernando, induzindo os estudantes a comparar a quantidade de lápis de Fernando com a de Márcia, mas como o problema não está corretamente formulado, a média do pós-teste ainda não atinge valores positivos.

Na questão 1C, “Fernando e Márcia têm juntos ____ lápis de cor”, o enunciado induz os estudantes a somar o número de lápis de Fernando e Márcia, mas como o enunciado refere-se a Pedro, a hipótese é que os estudantes ainda não compreendem completamente o enunciado. A média no pré-teste foi de -1,45, com uma porcentagem de acertos de 67,74%, e no pós-teste a média subiu para -0,19, com a porcentagem de acertos aumentando para 80,65%. Embora a

média tenha permanecido negativa, o aumento na porcentagem de acertos demonstra que as estratégias para resolver o problema foram prejudicadas inicialmente, mas houve progresso no pós-teste.

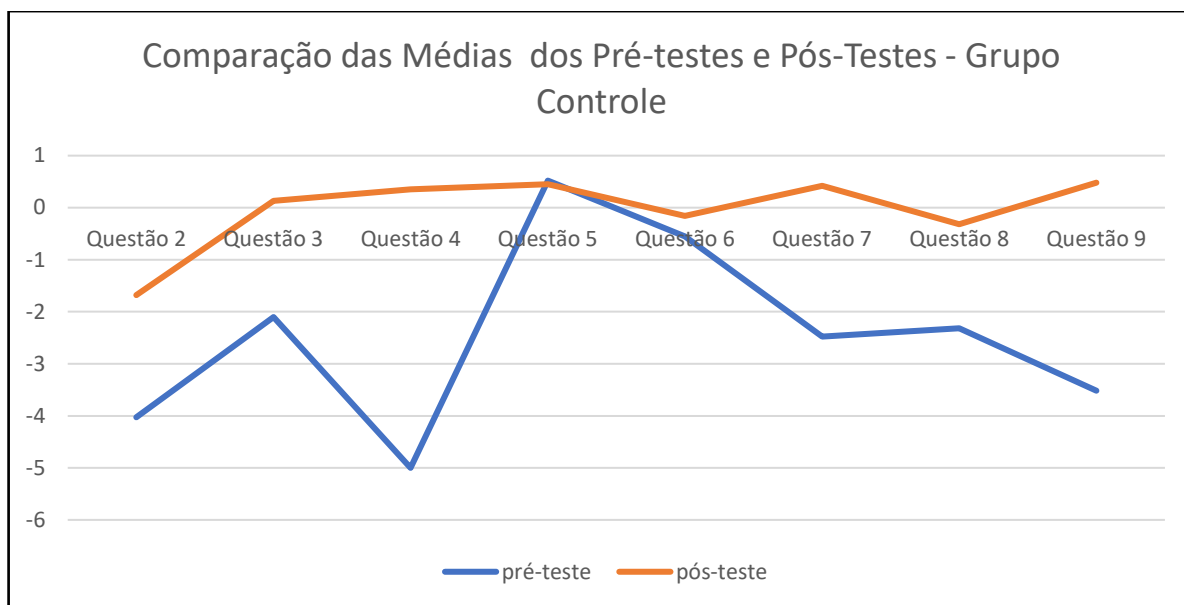
Nas questões cinco e oito não houve problemas significativos na proposição do problema, conforme os resultados do pré-teste e pós-teste (Apêndice C).

As participantes do grupo intervenção não chegaram a desenvolver a subcompetência de Proposição de Problemas de maneira a propor, selecionar, analisar ou projetar atividades baseadas no material didático. Elas não foram capazes de determinar até que ponto os problemas e a organização do conteúdo são adequados para os objetivos do objeto matemático proposto, conforme os critérios de Llinares (2011) apresentados na subseção 4.2.1.2.2. Isso também se refletiu nas demais subcompetências da Competência Matemática, conforme discutido na subseção 4.2.1.2.

As questões do pré-teste exigiam que os estudantes realizassem a leitura e interpretassem os problemas, especialmente as questões 2, 5, 6, 7, 8 e 9 (Apêndice C). É importante notar que durante o ciclo formativo não houve tempo suficiente para explorar o desenvolvimento da proposição de problemas, e as professoras do grupo intervenção pouco exploraram esses problemas propostos.

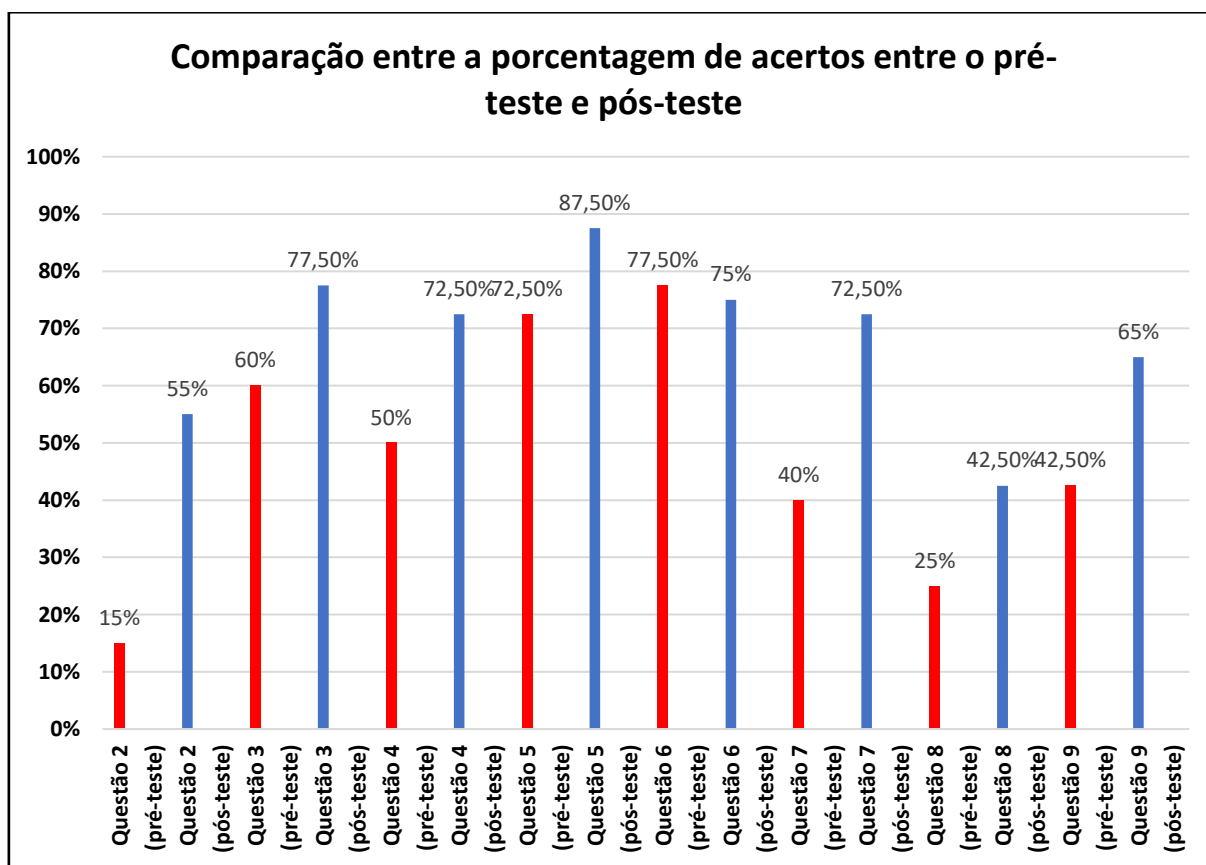
O gráfico da Figura 78, exposto na sequência, mostra que o ciclo formativo aumentou as médias das questões realizadas pelos estudantes, exceto na questão 5, quando houve uma diminuição na média. A porcentagem de acertos da questão 5 no pós-teste em relação ao pré-teste, todavia, aumentou. Isso destaca a importância da subcompetência de Proposição de Problemas nas avaliações. A Figura 79, que segue, revela que na questão 6 o grupo intervenção obteve uma porcentagem de acertos de 77,5% no pré-teste e 75% no pós-teste, representando uma diminuição de 2,5% na quantidade de acertos. Como a média aumentou de -0,55 para -0,16, contudo, houve uma evolução nas estratégias dos estudantes.

Figura 78 – Gráfico de comparação das médias dos pré e pós-testes (Questões 2 a 9)



Fonte: Dados do pesquisador (2024).

Figura 79 – Porcentagem de acertos das questões dois a nove dos pré-teste e pós-testes



Fonte: Dados do pesquisador (2024).

4.3.2 Alfabetização Matemática

As participantes do grupo intervenção trabalharam a alfabetização matemática em conjunto com a alfabetização. Sobre isso, a BNCC aborda:

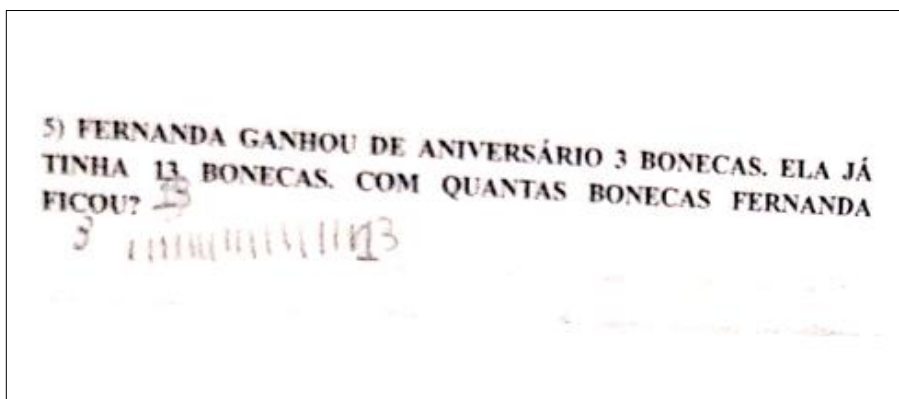
É necessário manter uma sequência de ensino que considere as estruturas já existentes, pensando na relação da matemática com o mundo físico e as vivências cotidianas dos estudantes, para formar novos conceitos a partir da investigação de fatos “fundamentais para a compreensão de fenômenos, a construção de representações significativas e argumentações consistentes nos mais variados contextos” (Brasil, 2018, p. 221).

Os estudantes do grupo intervenção apresentavam características de que não haviam consolidado a construção do número, o que ficou evidenciado nos seus pré-testes. Na Figura 36, por exemplo, um estudante fez o raciocínio por pictografia, mas não conseguiu quantificar corretamente o número 13, continuando a adicionar mais traços do que o necessário, evidenciando uma dificuldade em associar a representação pictórica ao valor numérico real.

Na Figura 80, na sequência, podemos observar que o estudante escreveu o número 13 e o número 3 como se estivesse realizando uma soma ($13+3$). Ele, porém, fez uma pictografia, traçando o número de bonecas, mas sem compreender que a quantidade não se traduzia diretamente na escrita do número 13 como resposta. Isso sugere uma compreensão incipiente da relação entre a operação matemática e sua representação simbólica.

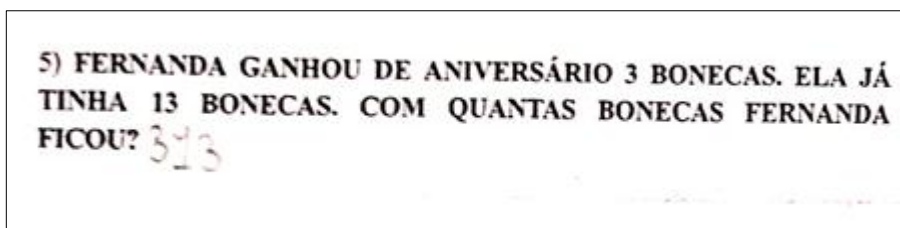
Por fim, na Figura 81 é possível visualizar uma outra dificuldade relacionada ao valor posicional dos números, quando o estudante representou a soma $3+13$ como “313”. Isso indica uma falha na compreensão da estrutura numérica e na forma como os valores são organizados, refletindo uma concepção ainda inicial sobre a relação entre os algarismos e seus valores posicionais no sistema decimal.

Figura 80 – Solução realizada pelo aluno C11O na questão 5 do Pré-teste



Fonte: Dados do projeto recontextualizar (2022).

Figura 81 – Solução realizada pelo aluno B11M na questão 5 do Pré-teste



Fonte: Dados do projeto recontextualizar (2022).

Antes do ciclo formativo, as professoras do grupo intervenção estavam trabalhando a habilidade EF03MA06 com seus estudantes, que envolve resolver e elaborar problemas de adição e subtração utilizando diferentes estratégias de cálculo. Elas, no entanto, não estavam desenvolvendo a subcompetência análise da atividade matemática, ou seja, não estavam criando condições para que os estudantes pudessem estabelecer conexões com seus conhecimentos prévios nem compreendessem profundamente o objeto matemático que estava sendo trabalhado.

Um exemplo disso pode ser observado nas práticas da professora K:

A professora irá “mostrar” um número aqui na frente e vocês irão montar com material dourado, hoje a gente só vai usar a “barrinha”. Observa-se que os estudantes não sabem a quantidade das peças do material dourado e a professora K as chama de cubinhos, barrinhas e placas. [...] professora não faz a construção do número, relacionando o que é unidade, o que é dezena e quais as suas relações. A professora pergunta quantos cubinhos a barrinha tem. Os estudantes: Unidade. Professora: Unidade? Alunos: Centena. A professora: Centena? (Diário de campo do pesquisador, 2024).

A professora L utilizava termos que geravam ambiguidades, como os verbos “pegar” e “juntar”, associando-os às operações que realizavam na lousa, como o algoritmo e a pictografia. Ela não estabelecia as relações com o material concreto (Figura 30), como o ábaco ou o material de contagem, e realizava as operações do algoritmo de soma utilizando termos que não estavam relacionados à quantificação das dezenas e unidades e à sua relação. Um exemplo disso é a frase “finge que a dezena não existe”, conforme mostrado na Figura 82 a seguir.

Figura 82 – Aula professora L



Fonte: Dados do pesquisador (2024).

Segundo as nossas análises, essa característica das professoras do grupo intervenção decorre da dificuldade que elas tinham em relação às propriedades dos objetos matemáticos trabalhados. Isso ficou claro na subcompetência Análise e Valoração da Adequação Didática, na subseção 4.2.1.1.4.

No decorrer do ciclo formativo as professoras K e L começaram a perceber que deveriam valorizar o diálogo com seus estudantes para compreender o nível de dificuldade, desenvolvendo a subcompetência Análise e Gestão de Interações. Essa subcompetência implica o desenvolvimento da afetividade entre o professor e seus alunos, contribuindo para as competências contidas na CEMEF (Brasil, 2018, p. 269), em que é destacada a necessidade de os estudantes relacionarem os

[...] conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo, “a fim de que eles sintam [...] segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções”, bem como na capacidade de [...] avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.

Dessa forma, o grupo intervenção pôde desenvolver a Competência de Análise e Intervenção Didática, de forma a “explorar as interações e exercitar a curiosidade intelectual, relacionando a reflexão de seus estudantes, a análise crítica, a imaginação e a criatividade” (Brasil, 2018). Podemos verificar essa evidência no seguinte registro:

A professora aproveita, que nesse momento os alunos começam a conversar, e explora a situação: Vamos aproveitar que vocês querem contar suas histórias, de como já vivenciaram as brincadeiras que estamos revisitando para explorar mais este assunto. A professora chama a atenção de alguns alunos, mas de forma mais proximal; com diálogo solicita aos estudantes que continuem atentos à sua explicação (Diário do pesquisador, 2024).

As participantes do grupo intervenção evoluíram a configuração dos níveis das Competências-Chave, conforme mostra o gráfico da Figura 70. É evidente uma maior evolução na competência de Análise e Intervenção Didática do que na Competência Matemática. Essa evidência foi observada ao longo do ciclo formativo, no qual as professoras priorizaram trabalhar os conhecimentos prévios necessários para o desenvolvimento das competências. As professoras trabalharam, na grande maioria de suas aulas, a habilidade EF03MA06, mas com as estratégias da EF02MA06 (operações de até três ordens) e a EF01MA08 (com a utilização de material manipulável, como o ábaco de papel e o material dourado encaixável).

A alfabetização matemática, presente no grupo intervenção, percorreu o interesse das professoras em desenvolver as habilidades cognitivas dos estudantes, considerando o ritmo de aprendizagem, a metacognição e a reflexão dos processos envolvidos. Elas estabeleceram estratégias com diferentes significados do objeto matemático, como o exemplo a seguir:

A professora agora introduz um significado aos estudantes. Para percorrer na reta numérica, a professora confeccionou um coelho. E explicou novamente que o coelho vai percorrer a reta numérica, explicando que a reta vai do zero ao trinta. Do maior para menor nas contas de menos. [...] vamos fazer uma continha, cinco mais quatro, vamos ver quanto vai dar? põe o dedinho no cinco, ele vai dar cinco passinhos até chegar, até a gente ver onde vai chegar oh (Diário do pesquisador, 2024).

As nossas análises mostram que as participantes do grupo intervenção conseguiram desenvolver as CEBFs de forma a estabelecer planejamentos ricos em significado, como as atividades de elaboração dos gráficos das brincadeiras preferidas realizadas pela professora L e dos animais mais pesquisados pela professora K. As ações pedagógicas passaram a trabalhar em uma perspectiva inclusiva, alinhando-se com a promoção da aprendizagem a partir do conhecimento prévio de seus estudantes.

A comparação das médias dos pré-testes e pós-testes (Figura 78) demonstra o desenvolvimento dos estudantes nas resoluções das questões dois a nove, com exceção da questão cinco. Na Figura 79 a porcentagem de acertos das questões de dois a nove teve aumento.

Na Tabela 2 as questões com correlação de significância estatística maior, com $p < 0,001$, foram as questões quatro (Figura 83) e nove (Figura 84):

Figura 83 – Questão quatro do Pré e Pós-teste

4) COMPLETE A SEQUÊNCIA NUMÉRICA.

4 - 8 - 12 - □

Fonte: Dados do projeto *Recontextualizar* (2022).

Figura 84 – Questão nove do Pré-teste e Pós-teste

9) JOÃO GANHOU DE SUA AVÓ UM SACO COM 12 BISCOITOS. ALGUNS ERAM DE MAISENA E OUTROS DE POLVILHO. SETE BISCOITOS ERAM DE MAISENA. QUANTOS BISCOITOS ERAM DE POLVILHO?

Fonte: Projeto *Recontextualizar* (2022).

A questão quatro corresponde à habilidade EF03MA10: “Identificar regularidades em sequências ordenadas de números naturais, resultantes da realização de adições ou subtrações sucessivas, por um mesmo número, descrever uma regra de formação da sequência e determinar elementos faltantes ou seguintes” (Brasil, 2018, p. 287). Essa questão teve a maior diferença de média (5,35). Esse resultado mostra que os estudantes do grupo intervenção apresentaram uma evolução na habilidade EF03MA10, desenvolvendo o “raciocínio lógico” (CEMEF, Brasil, 2018, p. 269) e o reconhecimento de padrões, como identificar a regra que determina a ordem dos números na sequência. Nesse caso, é necessário perceber que cada número é 4 unidades maior que o anterior. Observa-se o desenvolvimento da subcompetência Análise da Atividade Matemática, que consiste em reconhecer os procedimentos ou propriedades do objeto matemático.

A questão nove (Figura 84) corresponde à habilidade EF03MA06 (Brasil, 2018, p. 287): “Resolver e elaborar problemas de adição e subtração com os significados de juntar, acrescentar, separar, retirar, comparar e completar quantidades, utilizando diferentes estratégias de cálculo exato ou aproximado, incluindo cálculo mental”.

A questão nove exige do estudante a capacidade de leitura e compreensão do problema, e a competência Cemef de “Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros” (Brasil, 2018, p. 269).

Esse desenvolvimento fez parte do processo de alfabetização, juntamente com a alfabetização matemática dos alunos do grupo intervenção.

Quadro 46 – Relação dos dados quantitativos do grupo intervenção: habilidades da BNCC e suas habilidades prévias*

Questões	Diferença de Médias	p	Habilidade prévia	Habilidade prévia	Habilidade
	±Desvio padrão	probabilidade		x	BNCC
Questão 2	2,35±5,7	0,017		x	EF03MA22
Questão 3	2,23±4,36	0,039	EF01MA07	EF02MA04	EF03MA02
Questão 4	5,35±4,35	<0,001		EF02MA09	EF03MA10
Questão 5	-0,06±5,52	0,702	EF01MA08	EF02MA06	EF03MA06
Questão 6	0,39±6,4	0,727			
Questão 7	2,9±6,16	0,006			
Questão 8	2,03±5,73	0,019			
Questão 9	4±5,62	<0,001			

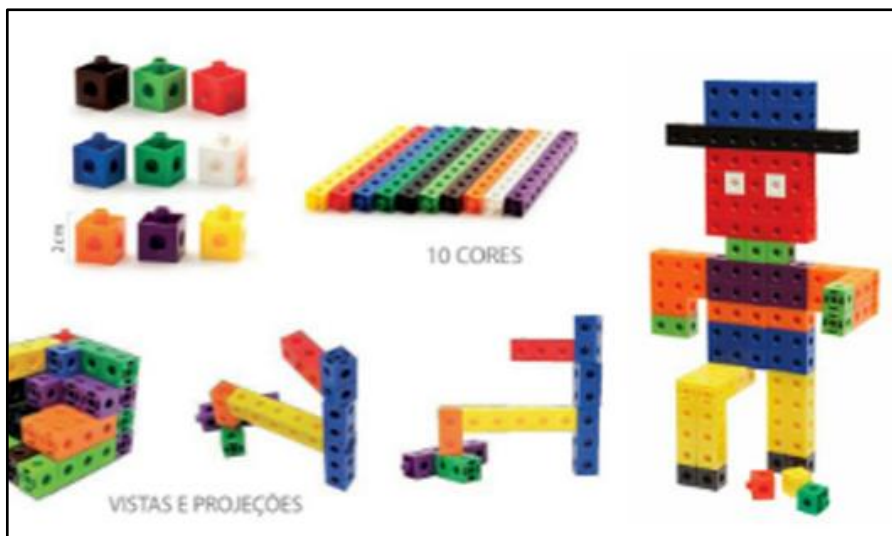
* Figura 63.

Fonte: Dados do Pesquisador (2024).

O Quadro 46 apresenta-nos que a habilidade com maior diferença de média, ou seja, as que tiveram um aumento maior do pré-teste para os pós-testes realizados pelos estudantes do grupo intervenção, foram as questões com maior significância ($p<0,001$). A questão 4 desenvolveu a habilidade EF03MA10, que propõe: “Identificar regularidades em sequências ordenadas de números naturais, resultantes da realização de adições ou subtrações sucessivas, por um mesmo número, descrever uma regra de formação da sequência e determinar elementos faltantes ou seguintes” (Brasil, 2018, p. 287); esta competência possui a habilidade prévia EF02MA02: “Construir sequências de números naturais em ordem crescente ou decrescente a partir de um número qualquer, utilizando uma regularidade estabelecida” (Brasil, 2018, p. 283).

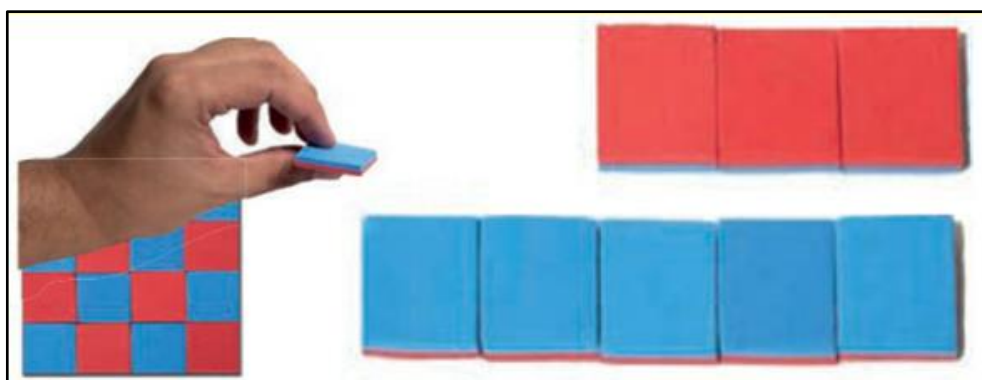
Ambas as habilidades foram amplamente discutidas no ciclo formativo e exploradas com material concreto manipulativo. O material dourado (Figura 47) e os materiais da Figura 85, presentes na interação das professoras no ciclo formativo, estão relacionados com a construção do número (Figura 15) e a Figura 86.

Figura 85 – Cubos encaixáveis



Fonte: Dados do projeto recontextualizar (2024)

Figura 86 – Fichas coloridas



Fonte: Dados do projeto recontextualizar (2024).

Segundo as nossas análises, o acesso a esse tipo de material e as discussões realizadas com as outras professoras, participantes do projeto *Recontextualizar*, mostrou como as participantes do grupo intervenção estavam trabalhando essas duas habilidades. As discussões sobre seus planejamentos, trabalhadas na subcompetência Análise e Valoração da Adequação Didática, contribuíram para que as professoras L e K desenvolvessem as subcompetências Análise e Gestão das Interações e Análise, Utilização e Gestão de Recursos, a ponto de configurarem o nível três (Figura 69). Isso, juntamente com o desenvolvimento das competências CEBF da BNC-Formação (Brasil, 2020) e as competências CGEB e Cemef da BNCC (Brasil, 2018), conforme Figura 71, possibilitou o trabalho com os CADs desenvolvidos em seus planejamentos, colaborando com o desenvolvimento da Alfabetização Matemática em

conjunto com a Alfabetização. Isso permitiu que as professoras compreendessem melhor as naturezas dos objetos matemáticos no decorrer do ciclo formativo e como poderiam desenvolver significados importantes para o crescimento cognitivo dos seus estudantes.

Esse desenvolvimento permitiu que as participantes do grupo intervenção articulassem as competências desenvolvidas no processo pedagógico, implicando a qualidade e a instrução da matemática ensinada em suas salas de aula. Esses processos impactaram significativamente a aprendizagem dos estudantes, como evidenciado pela evolução significativa das questões quatro e nove, assim como nas demais questões. A questão nove trabalhou a habilidade EF03MA06: “Resolver e elaborar problemas de adição e subtração com os significados de juntar, acrescentar, separar, retirar, comparar e completar quantidades, utilizando diferentes estratégias de cálculo exato ou aproximado, incluindo cálculo mental” (Brasil, 2018, p. 287), tendo como habilidades prévias as habilidades EF02MA06: “Resolver e elaborar problemas de adição e de subtração, envolvendo números de até três ordens, com os significados de juntar, acrescentar, separar, retirar, utilizando estratégias pessoais” (Brasil, 2018, p. 283) e a habilidade EF01MA08: “Resolver e elaborar problemas de adição e de subtração, envolvendo números de até dois algarismos, com os significados de juntar, acrescentar, separar e retirar, com o suporte de imagens e/ou material manipulável, utilizando estratégias e formas de registro pessoais” (Brasil, 2018, p. 279). Do mesmo modo que a questão quatro, as professoras do grupo intervenção conseguiram trabalhar, durante o ciclo formativo, primeiramente as habilidades prévias com a utilização do material manipulativo para a construção do número, trabalhadas no ciclo formativo por meio do ábaco de palitos (Figura 16) e com o material dourado encaixável.

Figura 87 – Construção do número com material dourado encaixável durante ciclo formativo



Fonte: Dados do projeto recontextualizar (2024).

As professoras K e L realizaram a construção do número, trabalhando o ábaco com seus estudantes e com o ábaco-cartaz (Figura 50). Dessa forma, os estudantes foram construindo a ideia de número e o valor posicional do sistema de numeração. *“Uma aluna, que diz que ficou fácil chegar a uma centena: basta contar de dez em dez. Ela então diz: ‘E, se tivermos um grupo de dez barrinhas de dezenas (mostrando o material dourado)’”* (Registro – observação do grupo intervenção); e assim realizaram operações de adição e subtração.

Depois da consolidação da construção do número, as participantes do grupo intervenção avançaram da habilidade EF01MA08 para a habilidade EF02MA26, trazendo o significado do objeto matemático, soma e subtração, com a ideia de juntar, acrescentar, separar, retirar, utilizando a reta numérica (Figura 41) com movimentos para a esquerda e para a direita. Essas estratégias, com diferentes significados matemáticos, fizeram com que grande parte dos estudantes consolidasse as habilidades necessárias para a realização da questão nove.

A alfabetização matemática dos alunos do grupo intervenção ficou evidente com a evolução das médias das estratégias utilizadas (Figura 78), a porcentagem de acertos do pós-teste em relação aos pré-testes (Figura 79) e a diferença das médias (Quadro 46) para a resolução dos problemas. Essa evidência decorre do fato de que as professoras do grupo intervenção souberam compreender que a construção do número é primordial para o

desenvolvimento do pensamento numérico, e que os diferentes significados do objeto matemático contribuem para o desenvolvimento das competências e habilidades necessárias para a consolidação da alfabetização matemática dos seus estudantes.

4.3.3 Considerações sobre a articulação entre os resultados quantitativos, a configuração das competências-chave das participantes do grupo intervenção e as competências da BNCC e BNC-Formação

Os dados qualitativos e quantitativos das análises demonstraram que o desenvolvimento das Competências-Chave, em conjunto com as competências da BNCC e da BNC-Formação, permitiram às participantes do grupo intervenção compreender que, para se ter um melhor desempenho matemático de seus estudantes, que apresentavam dificuldades na alfabetização e na consolidação da construção do número para realizar as operações básicas do objeto matemático soma e subtração dos números naturais, é preciso desenvolver competências para o desenvolvimento da Alfabetização Matemática em conjunto com a Alfabetização. As professoras K e L conseguiram compreender, no decorrer do ciclo formativo fundamentado no modelo CCDM, que, para a eficiência no ensino e aprendizagem de matemática para seus alunos do 3º ano do Ensino Fundamental, primeiramente é necessário conhecer os significados dos objetos matemáticos implicados nas habilidades propostas, quais conhecimentos prévios são necessários para atingir sua consolidação e que tipo de interações são fundamentais para a promoção da aprendizagem de seus estudantes.

A configuração apresentada no desenvolvimento das competências supracitadas e nos resultados quantitativos dos pós-testes dos estudantes do 3º ano do Ensino Fundamental, demonstra que o ciclo formativo proporcionou a evolução do planejamento das aulas das professoras do grupo intervenção, partindo do conhecimento sobre seus estudantes e utilizando ferramentas, materiais e estratégias necessários para a consolidação das aprendizagens. A conexão das Competências-Chave com as competências da BNCC e BNC-Formação demonstrou que existe uma falta de compreensão, por parte das professoras que atuam no 3º ano do Ensino Fundamental, sobre a natureza dos objetos matemáticos que ensinam aos seus alunos e de que o ensino de matemática não pode estar desconectado das necessidades cognitivas de seus estudantes, como a Alfabetização. Ao final do ciclo formativo as professoras do grupo intervenção perceberam a necessidade desse conhecimento, pois reconheceram que os estudantes melhoraram seu aprendizado matemático, pois passaram a compreender os

processos que implicam a consolidação das habilidades, e trabalharam a participação efetiva deles, tornando-os protagonistas do processo de ensino e aprendizagem.

Diante do exposto, considera-se necessária uma ampliação do ciclo formativo para o desenvolvimento de duas subcompetências da Competência Matemática que não ultrapassaram o nível um. Esse dado demonstra que as subcompetências Proposição de Problemas e Análise das Práticas de Resolução de Problemas apresentam fragilidades. Essa fragilidade exposta contempla o desenvolvimento das competências de domínio matemático dos objetos matemáticos ensinados e está diretamente relacionada com as competências da BNC-Formação e as competências Cemef, evidenciando as fragilidades do conhecimento matemático desempenhado pelas professoras do grupo intervenção.

Os resultados de desempenho dos pré-testes e pós-testes dos estudantes apresentaram evolução e demonstraram um melhor desempenho do grupo intervenção em relação ao grupo controle. Esses dados mostram que o ciclo formativo foi uma ação necessária para o desenvolvimento das competências das professoras participantes e, em certa medida, melhorou sua formação. Essa melhoria teve impacto na aprendizagem dos estudantes, uma vez que os resultados das médias de acertos das questões realizadas por eles melhoraram significativamente, tanto na solução das questões quanto nas estratégias utilizadas para resolvê-las.

5 CONCLUSÕES

Apresentamos, neste capítulo, as conclusões relacionadas a esta pesquisa de Doutorado. Para isso, em um primeiro momento explicitamos as conclusões relacionadas a cada objetivo específico e mostramos como estes permitem a defesa desta tese. Em um segundo momento discorremos sobre as contribuições deste estudo ao campo da Educação Matemática e, especialmente, à formação de professores. Em um terceiro momento apresentamos as limitações do estudo, seguidas das perspectivas futuras para a continuidade do mesmo. Finalmente apresentamos as publicações realizadas durante o período de realização desta tese.

5.1 Conclusões com relação aos objetivos

O ensino de Matemática nas escolas brasileiras é baseado no modelo de competências e habilidades proposto pela (BNCC) (Brasil, 2018), cuja obrigatoriedade entrou em vigor em 2019. Este documento norteador propõe o desenvolvimento de competências específicas de Matemática para o Ensino Fundamental, assim como competências gerais para a Educação Básica. Complementarmente, a Base Nacional Comum para a Formação de Professores da Educação Básica (BNC-Formação) (Brasil, 2020) também orienta o ensino de Matemática, com foco no desenvolvimento das competências da BNCC na formação inicial e continuada de professores.

No contexto brasileiro a formação de professores para os anos iniciais (primeiro ao quinto ano do Ensino Fundamental) apresenta um caráter abrangente, preparando os docentes para atuar no ensino de várias áreas do conhecimento, incluindo o ensino de Matemática. O currículo dos cursos de Licenciatura em pedagogia, que compõem a formação inicial desses docentes, no entanto, evidencia limitações. As poucas disciplinas voltadas à didática da Matemática, à reflexão sobre a prática pedagógica e ao desenvolvimento de competências oferecidas em diversas universidades brasileiras, não garantem o domínio necessário do conteúdo, da prática profissional e do engajamento para atender às expectativas do ensino e da aprendizagem de Matemática nas séries iniciais do Ensino Fundamental (Silva; Felicetti; Pineda, 2022).

Diante dessa realidade curricular presente nas escolas brasileiras, a estrutura desta tese fundamenta-se nos pressupostos teóricos e metodológicos da Abordagem Ontossemiótica do Conhecimento e da Instrução Matemática (AOS) (Godino; Batanero; Font, 2019), em particular pelas ferramentas propostas pelo modelo de Competências e Conhecimentos Didático-Matemáticos (CCDM) (Font *et al.*, 2018; Godino *et al.*, 2017). A escolha desse modelo teórico

justifica-se pelo fato de ele oferecer instrumentos para o desenvolvimento de competências específicas para o ensino de Matemática na formação de professores. Entre as competências contempladas no modelo, destacam-se as Competência Matemática e a Competência de Análise e Intervenção Didática, consideradas centrais para o desenvolvimento profissional do professor de Matemática.

Com base nos elementos necessários para o desenvolvimento de competências profissionais para o ensino de Matemática nos anos iniciais, foi estruturado um ciclo formativo fundamentado no CCDM. Seu objetivo central foi promover o desenvolvimento de competências e conhecimentos nas professoras participantes, especialmente os relacionados à reflexão docente sobre a prática pedagógica e a otimização dos processos de ensino e aprendizagem da matemática para os estudantes do 3º ano do Ensino Fundamental (Godino; Burgos; Gea, 2021).

Nesse contexto, esta tese teve como objetivo geral:

Analisar as configurações das competências-chave de professoras que lecionam Matemática no 3º ano do Ensino Fundamental, participantes de um ciclo formativo, baseado no modelo de Competências e Conhecimentos Didático-Matemáticos, bem como suas implicações na aprendizagem dos estudantes

Este objetivo geral é atendido na medida em que se atendem os cinco objetivos específicos desta tese.

5.1.1 Conclusões relacionadas ao objetivo específico 1 (OE1)

Estabelecer bases para a criação de um ciclo formativo voltado ao desenvolvimento das Competências-Chave: Competência de Análise e Intervenção Didática e Competência Matemática do professor que leciona matemática no 3º ano do Ensino Fundamental.

Esse objetivo foi abordado no Capítulo 2. Para atendê-lo realizamos uma revisão de literatura sobre a mobilização de conhecimentos e as mudanças e reflexões sobre a prática do professor de Matemática, um estudo aprofundado do modelo teórico de Competências e Conhecimentos Didático-Matemáticos (CCDM) da Abordagem Ontossemiótica do Conhecimento e da Instrução Matemática (AOS) (Godino *et al.*, 2017; Godino; Batanero; Font, 2019). Nesse estudo explicamos as bases teóricas e filosóficas que sustentam a AOS e discutimos o modelo CCDM, especificando as duas Competências-Chave do professor de Matemática: a Competência de Análise e Intervenção Didática e a Competência Matemática e suas respectivas subcompetências.

Para cada uma das subcompetências da Competência de Análise e Intervenção Didática – análise da atividade matemática; análise e gestão das interações; análise, utilização e gestão de recursos; análise e valoração da adequação didática – e para cada subcompetência da Competência Matemática – resolução de tarefas; proposição de problemas; Análise das práticas de resolução de problemas – foram definidos níveis de desenvolvimento, conforme proposto por Pino-Fan, Castro e Font (2023). Além disso, explicamos, de forma minuciosa, as Competências da BNC-Formação e as Competências da BNCC.

Concluimos, a partir do estudo teórico, que as duas Competências-Chave do professor de Matemática (Competência Matemática e Competência de Análise e Intervenção Didática) do CCDM permitem uma reflexão mais profunda sobre uma aula de Matemática e podem proporcionar uma compreensão mais clara dos objetos matemáticos (Competência Matemática) e da didática desses objetos matemáticos (Competência de Análise e Intervenção Didática) por parte dos docentes, especialmente aqueles que atuam nos primeiros anos do Ensino Fundamental. Nesse sentido, o ciclo formativo que instituímos como via de formação continuada das professoras do 3º ano do Ensino Fundamental, foi pautado no modelo CCDM bem como nas diretrizes da BNCC e da BNC-Formação.

5.1.2 Conclusões relacionadas ao objetivo específico 2 (OE2)

Planejar e implementar um ciclo formativo direcionado a professoras que lecionam Matemática no 3º ano do Ensino Fundamental com base no modelo de Competências e Conhecimentos Didático-Matemáticos e nas normativas da BNCC, bem como da BNC-Formação.

Esse objetivo foi abordado no Capítulo 3, no qual apresentamos a descrição do desenho e da introdução do ciclo formativo com base no modelo de Competências e Conhecimentos Didático-Matemáticos e nas normativas da BNCC, bem como na BNC-Formação. Tal ciclo foi realizado no âmbito do projeto *Recontextualizar as Ciências e a Contação de Histórias para os Processos de Ensino e de Aprendizagem da Educação Básica à Formação de Professores*, uma parceria entre pesquisadores da Universidade La Salle e o município de Canoas. Em particular, o ciclo formativo apresentado nesta tese corresponde à Etapa 2 de um curso de formação continuada mais amplo, denominado *Quem conta um conto, aumenta um ponto? Recontextualizar as Ciências por meio de Histórias*, direcionado a professores do 3º ano do Ensino Fundamental do município de Canoas.

A Etapa 2, intitulada “As Quatro Operações – Quem quer aumentar um ponto?”, objeto da nossa análise, teve como objetivo que as professoras participantes compreendessem, de forma aprofundada, algumas noções matemáticas para planejar aulas que contemplassem práticas pedagógicas envolvendo as quatro operações, com o intuito de promover práticas pedagógicas que interconectassem o conhecimento de senso comum e os conhecimentos científicos a partir da contação de histórias e da elaboração de material didático, visando à melhoria dos processos de ensino e aprendizagem dos alunos. Com base no modelo CCDM, o ciclo contemplou cinco encontros.

No primeiro encontro realizou-se a atividade *Alice no País dos Números*, que visou a desenvolver competências matemáticas e de análise e intervenção didática por meio da contação de histórias, promovendo a integração entre matemática e literatura infantil. Durante o encontro as professoras refletiram sobre práticas pedagógicas, exploraram situações-problema e planejaram sequências didáticas aplicáveis às suas aulas, focando em temas como “Grandezas e Medidas” e “Probabilidade e Estatística”.

O segundo encontro focou na alfabetização matemática, trabalhando o conceito de número e suas operações por intermédio da história *O Conto da Conta*, promovendo reflexões sobre representações simbólicas e verbais. Nele as participantes discutiram estratégias de ensino, analisaram práticas didáticas e redesenharam planejamentos para integrar materiais pedagógicos e abordar a complexidade dos números nos anos iniciais.

O terceiro encontro abordou o sistema de numeração decimal, enfatizando o significado posicional dos números e utilizando recursos, como ábacos e outros materiais concretos, para facilitar a compreensão. As participantes exploraram representações didáticas, como o sistema monetário e os jogos lúdicos.

O quarto encontro abordou os significados das quatro operações fundamentais, usando materiais concretos, como ábacos e o material dourado, para explorar os objetos matemáticos de forma representativa. As participantes refletiram sobre estratégias didáticas e aplicaram as noções matemáticas a situações-problema, abordando temas como, entre outros, a soma e a subtração.

O quinto e último encontro destacou a importância da adequação didática no ensino de Matemática, enfatizando como considerar contextos locais e valorizar o raciocínio dos alunos pode enriquecer o aprendizado. Foram discutidos com as participantes os critérios que devem ser considerados no planejamento e na valoração de uma aula de matemática para que essa seja adequada ao contexto no qual se pretende ensinar, denominados Critérios de Adequação Didática (CAD) (epistêmico, cognitivo, de interação, de meios, afetivo e ecológico),

explicitando-os a partir de atividades e exemplos relacionados a situações de ensino e aprendizagem da matemática.

O ciclo formativo desenhado e instituído atende ao OE2, uma vez que incorporou elementos do modelo CCDM, especialmente os CADs. A realização do ciclo formativo permitiu-nos avançar no desenvolvimento da pesquisa e atender ao objetivo específico 3 (OE3), cujas conclusões estão na seguinte subseção.

5.1.3 Conclusões relacionadas ao objetivo específico 3 (OE3)

Comparar, quantitativamente, os resultados de desempenho dos alunos do 3º ano do Ensino Fundamental, tanto do grupo controle como do intervenção, antes e após a participação das professoras do grupo intervenção no ciclo formativo baseado no modelo de Competências e Conhecimentos Didático-Matemáticos.

Esse objetivo foi abordado na primeira seção do Capítulo 4, particularmente na seção 4.1. As análises consideraram pré-testes e pós-testes aplicados aos estudantes pelas professoras participantes do ciclo formativo. As análises dos testes contemplaram dois grupos: o grupo intervenção e o grupo controle. No grupo intervenção foram realizadas análises quantitativas dos pré e pós-testes dos alunos cujas professoras (K e L) participaram do ciclo formativo baseado no modelo CCDM. No grupo controle foram considerados os pré-testes e pós-testes dos alunos de duas professoras (P e Q) que não participaram do ciclo formativo baseado no modelo CCDM.

Os pré e pós-testes realizados avaliaram o desempenho dos alunos quanto às estratégias empregadas na resolução de problemas matemáticos, considerando métodos, como uso de algoritmos, cálculo mental e pictografia. Na análise quantitativa comparamos os resultados utilizando médias ponderadas, desvios-padrão e testes estatísticos, evidenciando acertos e erros apresentados nas estratégias das soluções dos estudantes nos pré-testes e pós-testes, comparando os resultados dos alunos das professoras participantes do grupo intervenção e do grupo controle.

A partir das análises realizadas concluímos que ambos os grupos de alunos apresentaram crescimento e melhorias na aprendizagem ao comparar os pré e pós-testes. Consideramos que a evolução apresentada nas médias dos grupos controle e intervenção pode estar atribuída ao desenvolvimento natural dos estudantes no contexto escolar, que é próprio da maturidade, crescimento e desenvolvimento cognitivo, e pode não estar relacionada diretamente ao ciclo formativo.

Destacamos, no entanto, que os resultados do pós-teste dos alunos cujas professoras participaram do ciclo formativo pautado no modelo CCDM, mostraram resultados superiores. Os resultados do grupo intervenção evidenciaram essa melhora, uma vez que mais de 80% das avaliações tiveram resultados positivos nas questões comparados ao grupo controle, demonstrando uma evolução significativa nos resultados do pré-teste para o pós-teste. Isso caracteriza que a formação pautada no modelo CCDM e nos CADs produziu melhorias nos resultados dos estudantes.

5.1.4 Conclusões relacionadas ao objetivo específico 4 (OE4)

Configurar o nível de desenvolvimento das Competências-Chave: Competência de Análise e Intervenção Didática e Competência Matemática, antes e durante a instrução do ciclo formativo baseado no modelo de Competências e Conhecimentos Didático-Matemáticos.

Os resultados apresentados na seção 4.2 mostraram a configuração do desenvolvimento das competências-chave das professoras participantes antes e durante o ciclo formativo. Observações realizadas nas aulas das professoras L e K permitiram graduar os níveis das subcompetências de Análise e Intervenção Didática e Competência Matemática, evidenciando os avanços alcançados ao longo do ciclo formativo.

5.1.4.1 Desenvolvimento da competência de análise e intervenção didática

Com relação a essa competência tivemos em conta o desenvolvimento dos níveis das seguintes subcompetências: Análise da Atividade Matemática, Análise e Gestão das Interações, Utilização e Gestão de Recursos e Análise e Valoração da Adequação Didática.

Com relação à *Análise da Atividade Matemática*, o baixo desempenho dos alunos no pré-teste evidenciou a necessidade de desenvolver essa subcompetência nas professoras do grupo intervenção, especialmente em relação à compreensão dos objetos e processos matemáticos. A falta de compreensão adequada do critério epistêmico resultou em erros de definição, procedimento e representação, como ao trabalhar conceitos de número e valor posicional. Era necessário que as professoras desenvolvessem a capacidade de relacionar o conhecimento prévio dos alunos com o conteúdo que estavam ensinando, promovendo uma aprendizagem significativa e representativa das operações matemáticas.

Durante o ciclo de formação continuada a instrução do modelo CCDM permitiu uma evolução significativa na subcompetência de análise da atividade matemática. As professoras

começaram no nível inicial (L_0) e, ao final do curso, atingiram o nível mais elevado (L_2), apresentando definições, procedimentos e explicações mais claras, corretas e adaptadas ao nível dos alunos. Elas passaram a considerar os conhecimentos prévios dos estudantes e a trabalhar os significados das operações matemáticas de forma representativa, promovendo a alfabetização matemática. Isso ficou evidente nas respostas dos alunos no pós-teste, que demonstraram avanços significativos na resolução de problemas utilizando estratégias, como cálculos mentais, e avançando nas respostas dos problemas propostos a partir do uso de representações simbólicas.

A falta de um planejamento adequado que integrasse o conteúdo matemático de forma interdisciplinar, como por meio da literatura infantil, e a ausência de estratégias para a gestão da interação, especialmente no atendimento aos alunos com dificuldades de assimilação do conteúdo, evidenciaram o baixo nível da subcompetência de *Análise e Gestão das Interações* das professoras antes da formação. Além disso, a escassez de valorização das conexões entre a língua materna e a linguagem matemática nas interações em sala de aula apontou a necessidade de desenvolvimento dessa subcompetência durante o ciclo formativo.

A instrução do modelo CCDM resultou em uma evolução significativa nessa subcompetência, com as professoras passando do nível dois (L_2) para o nível três (L_3) ao final do ciclo formativo. Inicialmente as professoras tentaram incluir contextos extramatemáticos para estimular a interação, promovendo a autonomia dos alunos ao evitar respostas imediatas. Ao final, elas passaram a refletir mais sobre a gestão das interações e a adotar estratégias para integrar as interações aluno-professor, a interação entre os alunos e o desenvolvimento da autonomia. Exemplos dessa evolução incluem o uso de materiais concretos, como o ábaco e o material dourado, para resolver operações e incentivar a participação ativa dos alunos, promovendo, entre outros, um ambiente mais colaborativo entre os estudantes.

Antes da instrução do modelo CCDM, a análise das práticas pedagógicas das professoras revelou uma clara deficiência na *Análise e Utilização de Recursos* didáticos, caracterizando um nível de competência baixo (L_0). A pressa em concluir as atividades levou à negligência do tempo necessário para garantir a aprendizagem dos alunos. Além disso, a falta de recursos tecnológicos e a utilização de materiais pouco adaptados à realidade da sala de aula evidenciaram a falta de inovação e reflexão sobre as necessidades dos estudantes. A gestão inadequada de recursos, como o material dourado, e a ausência de um planejamento adequado para integrar recursos e adaptar o ambiente de aprendizagem, refletiram uma fragilidade em promover um espaço educativo voltado para o desenvolvimento real da alfabetização matemática e linguística dos estudantes.

Após a instrução no modelo CCDM as professoras do grupo intervenção demonstraram avanços significativos, alcançando o nível três (L_3) na subcompetência de análise, utilização e gestão de recursos. Embora o tempo não fosse mais um fator limitante, a abordagem ainda carecia de maior dinamismo e variedade, como evidenciado pelo uso de folhas xerocadas. As professoras, no entanto, fizeram uso de recursos, como a reta numérica, gráficos e material dourado, que facilitaram a compreensão dos objetos matemáticos trabalhados. A professora L, por exemplo, destacou-se por sua habilidade em perceber as dificuldades dos alunos e explorar representações matemáticas de forma adequada, enquanto a professora K, embora menos explícita na relação com o sistema decimal, também conseguiu promover a compreensão por meio do uso de gráficos e do material dourado.

A análise das práticas das professoras do grupo intervenção, durante o ciclo baseado no modelo CCDM, revelou um avanço significativo na subcompetência de Análise e Valoração da Adequação Didática, que alcançou o nível (L_2). As participantes demonstraram uma reflexão crítica sobre o planejamento, utilizando os Critérios de Adequação Didática (CAD). A colaboração entre as professoras, apesar das questões diferentes, visou o mesmo objetivo e gerou uma troca rica de experiências, contribuindo para um processo reflexivo coletivo. A professora L, embora inicialmente insegura, conseguiu desenvolver uma reflexão significativa sobre seu planejamento, mostrando disposição para melhorar sua prática.

Ao aplicar os CADs as professoras reconheceram a importância de integrar diferentes representações do objeto matemático, como as fases manipulativa, gráfica e simbólica, o que ajudou a aprimorar o planejamento. A reflexão colaborativa, mediada pelo formador e pesquisador, permitiu identificar aspectos positivos e negativos de suas abordagens, promovendo a melhoria das práticas pedagógicas. Ao final do ciclo as professoras foram capazes de associar as ferramentas e técnicas de ensino de maneira mais adequada. A professora L, em particular, concluiu que seu planejamento atendia aos CADs, embora sua insegurança inicial mostre que ainda é necessário fortalecer sua confiança no processo de ensino da Matemática.

5.1.4.2 Desenvolvimento da competência matemática

Com relação a essa competência, tivemos em conta o desenvolvimento dos níveis das seguintes subcompetências: Resolução de Tarefas, Proposição de Problemas e Análise das práticas de resolução de problemas.

Com relação à subcompetência de *Resolução de Tarefas* antes da instrução do modelo CCDM, a análise das práticas docentes das professoras evidenciou um nível inicial (L_0), com dificuldades em planejar, mediar e explorar as tarefas matemáticas de forma significativa. Observamos uma falta de conexão entre os objetos matemáticos abordados e os conhecimentos prévios dos alunos, resultando em uma prática descontextualizada. As tarefas não valorizavam as estratégias individuais dos estudantes nem promoviam reflexões sobre o processo de resolução, refletindo limitações nos conhecimentos ampliados de conteúdo matemático comum das professoras. Além disso, a correção automática das atividades, sem interação ou valorização das contribuições dos alunos, evidenciou a falta de estímulo para o desenvolvimento de competências como argumentação e justificação.

Durante a instrução do modelo CCDM as professoras L e K avançaram para o nível (L_2) na subcompetência de resolução de tarefas, valorizando os conhecimentos prévios dos alunos e promovendo sua participação ativa. Elas utilizaram materiais, como o material dourado encaixável, para ajudar os alunos a compreenderem as relações numéricas e consolidarem as noções de número-quantidade. Além disso, as professoras estimularam a autonomia dos estudantes empregando representações, como a reta numérica e gráficos para enriquecer o processo de aprendizagem.

Antes da instrução do modelo CCDM as professoras L e K estavam no nível zero (L_0) na subcompetência de *Proposição de Problemas*, enfrentando dificuldades significativas no planejamento de tarefas adequadas às necessidades dos estudantes. Ambas não consideravam o nível de aprendizagem dos alunos nem antecipavam suas dificuldades, o que limitava a interação e a compreensão. As estratégias propostas, como o uso de fichas com números ou materiais manipulativos, estavam desconectadas dos problemas apresentados, causando desorientação nos estudantes. Ademais, a falta de integração entre alfabetização e alfabetização matemática e a ausência de incentivo à diversidade de soluções resultaram em baixo envolvimento e compreensão dos alunos, destacando a necessidade de formação docente para um planejamento mais adequado.

Durante a instrução do modelo CCDM as professoras do grupo intervenção avançaram para o nível um (L_1) na subcompetência de proposição de problemas. Elas começaram a incorporar significados aos objetos matemáticos em seus planejamentos, priorizando a aprendizagem dos alunos e compreendendo melhor suas dificuldades. A professora L, por exemplo, passou a antecipar atividades mais interessantes, como a construção de um gráfico sobre preferências de brincadeiras, usando materiais visuais. Ela, no entanto, ainda não previu possíveis erros, como evidenciado por falhas no gráfico e na execução da atividade. Já a

professora K não integrou tão bem os significados matemáticos, apresentando perguntas prontas e falhas na conexão com o eixo vertical do gráfico.

Durante a instrução do modelo CCDM o grupo intervenção alcançou o nível um (L_1) na Análise das práticas de resolução de problemas com foco nos conhecimentos prévios dos alunos. A professora L destacou a importância de relacionar número e quantidade para facilitar o aprendizado. Ainda persistem, no entanto, desafios no ensino de Matemática, especialmente entre professores formados em Pedagogia, que enfrentam dificuldades com a competência matemática. Para aprimorar essa competência é necessário realizar uma análise mais detalhada da produção dos alunos, organizar o conteúdo de forma mais adequada e melhorar a comunicação matemática dentro da sala de aula.

A partir do exposto concluímos, de forma geral, que antes da instrução do CCDM as professoras do grupo intervenção apresentavam níveis predominantemente baixos nas Competências-Chave, com destaque nulo para as subcompetências Análise da Atividade Matemática e Proposição de Problemas, que estavam no nível zero. Durante o ciclo formativo houve evolução significativa, especialmente na Competência de Análise e Intervenção Didática, em que a subcompetência Análise, Utilização e Gestão de Recursos alcançou o nível L_3 e outras subcompetências avançaram até dois níveis. Na Competência Matemática as subcompetências Resolução de Tarefas e Proposição de Problemas chegaram ao nível L_1 , demonstrando progressos modestos.

5.1.5 Conclusões relacionadas à categoria emergente apresentada na ATD dos dados qualitativos e quantitativos

Triangulação dos resultados entre a análise quantitativa – referente ao desempenho matemático dos alunos do 3º ano do Ensino Fundamental – a análise qualitativa – referente à configuração das competências-chave do professor de Matemática – e as bases curriculares BNCC e BNC-Formação.

Esta categoria foi abordada na subseção 4.3 do capítulo 4, na qual foi apresentada a triangulação dos dados da análise quantitativa do desempenho matemático dos alunos do grupo intervenção, estudantes do 3º ano do Ensino Fundamental, com a análise qualitativa da configuração das Competências-Chave das professoras de Matemática após a realização do ciclo formativo baseado no modelo de Competências e Conhecimentos Didático-Matemáticos (CCDM). A triangulação dos dados estabeleceu relações com as Competências da BNCC (Brasil, 2018) e da BNC-Formação (Brasil, 2021), relacionando-as aos Critérios de Adequação

Didática (CAD), e evidenciou como as competências desenvolvidas pelas professoras e seus alunos alinharam-se com essas diretrizes.

As análises resultantes da triangulação deram origem a duas categorias importantes: *Alfabetização* e *Alfabetização Matemática*.

Os dados qualitativos e quantitativos das análises demonstraram que o desenvolvimento das Competências-Chave, em conjunto com as competências da BNCC e da BNC-Formação, permitiram às participantes do grupo intervenção compreender que, para se obter um melhor desempenho matemático de seus estudantes, que apresentavam dificuldades na alfabetização e na consolidação da construção do número para realizar as operações básicas de soma e subtração dos números naturais, é preciso desenvolver competências para o desenvolvimento da Alfabetização Matemática em conjunto com a Alfabetização.

As professoras K e L conseguiram compreender, no decorrer do ciclo formativo fundamentado no modelo CCDM, que, para a eficiência no ensino e aprendizagem de Matemática para seus alunos do 3º ano do Ensino Fundamental, primeiramente é necessário conhecer os significados dos objetos matemáticos implicados nas habilidades propostas, os conhecimentos prévios importantes para atingir sua consolidação e as interações para promover a aprendizagem dos estudantes.

A configuração apresentada no desenvolvimento das competências supracitadas, juntamente com os resultados quantitativos dos pós-testes dos estudantes do 3º ano do Ensino Fundamental, demonstra que o ciclo formativo proporcionou a evolução do planejamento das aulas das professoras do grupo intervenção, partindo do conhecimento sobre seus estudantes e utilizando ferramentas, materiais e estratégias necessárias para a consolidação das aprendizagens. A conexão das Competências-Chave com as competências da BNCC e BNC-Formação demonstrou que existe uma falta de compreensão, por parte das professoras que atuam no 3º ano do Ensino Fundamental, sobre a complexidade dos objetos matemáticos que ensinam aos seus alunos, e que o ensino de Matemática não pode estar desconectado das necessidades cognitivas de seus estudantes, como a Alfabetização.

Ao final do ciclo formativo as professoras do grupo intervenção perceberam a importância desse conhecimento, pois reconheceram que seus estudantes melhoraram seu conhecimento matemático, passando a compreender os processos que implicam a consolidação das habilidades e trabalhando para a participação efetiva dos estudantes, tornando-os protagonistas do processo de ensino e aprendizagem.

Diante do exposto, consideramos necessária uma ampliação do ciclo formativo para o desenvolvimento de duas subcompetências da Competência Matemática que não ultrapassaram

o nível um. Esse dado demonstra que as subcompetências Proposição de Problemas e Análise das práticas de resolução de problemas apresentam fragilidades. Essa fragilidade exposta contempla o desenvolvimento das competências de domínio matemático dos objetos matemáticos ensinados e está diretamente relacionada com as competências da BNC-Formação e as competências Cemef, evidenciando as fragilidades do conhecimento matemático desempenhado pelas professoras do grupo intervenção.

Os resultados de desempenho dos pré-testes e pós-testes dos estudantes apresentaram evolução e demonstraram um melhor desempenho do grupo intervenção em relação ao grupo controle. Esses dados mostram que o ciclo formativo foi uma ação necessária para o desenvolvimento das competências das professoras participantes, e, em certa medida, melhorou sua formação. Essa melhoria teve impacto na aprendizagem dos estudantes, uma vez que os resultados das médias de acertos das questões realizadas pelos estudantes melhoraram significativamente, tanto na solução das questões quanto nas estratégias utilizadas por eles para resolvê-las.

5.1.6 Dos objetivos atendidos à tese defendida

Finalmente, as conclusões relacionadas a cada um dos objetivos específicos que compõem esta pesquisa de Doutorado permitem-nos defender a tese previamente proposta: *as professoras que participaram do ciclo formativo sobre o ensino de Matemática para o 3º ano do Ensino Fundamental, baseado no modelo de Competências e Conhecimentos Didático-Matemáticos, apresentaram avanços nos níveis das competências-chave do professor de Matemática (Competência de Análise e Intervenção Didática e Competência Matemática). Esses avanços foram identificados tanto nas práticas pedagógicas das docentes quanto nos resultados dos testes de Matemática aplicados aos estudantes*, corroborando, finalmente, as hipóteses previamente formuladas.

- O desenvolvimento das competências-chave das professoras (Competência Matemática e Competência de Análise e Intervenção Didática) permite a compreensão dos componentes curriculares e das competências Matemáticas presentes nos documentos normativos da BNCC. Esses aspectos podem ser aprimorados e mais bem compreendidos quando se utilizam macroferramentas que incentivam a reflexão sobre o que é essencial no ensino e aprendizagem de Matemática. Dessa forma, reconhecemos a importância da Competência Matemática e da Competência de Análise e Intervenção Didática das professoras que lecionam Matemática no 3º ano do Ensino Fundamental, possibilitando que as docentes

reflitam e repensem seu planejamento e o ensino dos objetos matemáticos, com o objetivo de melhorar a qualidade das aulas de Matemática.

- O desenvolvimento das competências-chave das professoras (Competência Matemática e Competência de Análise e Intervenção Didática) permite a compreensão dos componentes curriculares e das competências Matemáticas presentes nos documentos normativos da BNCC. Esses aspectos podem ser aprimorados e mais bem compreendidos quando se utilizam os CADs, ferramenta que permite refletir sobre o que é essencial no ensino e aprendizagem de Matemática. Dessa forma, reconhece-se a existência da Competência Matemática e da Competência de Análise e Intervenção Didática das professoras que lecionam Matemática no 3º ano do Ensino Fundamental, possibilitando que as docentes reflitam e repensem seu planejamento e o ensino dos objetos matemáticos, com o objetivo de melhorar a qualidade das aulas de Matemática.
- O ciclo formativo, planejado e instituído no âmbito das competências-chave das professoras em suas aulas de Matemática, possibilita a compreensão da reflexão das docentes sobre a representatividade dos objetos matemáticos ensinados no 3º ano do Ensino Fundamental, contextualizando-os com aspectos didáticos que conduzem o ensino e a aprendizagem de Matemática de forma adequada.
- A configuração das competências-chave das professoras que ensinam Matemática no 3º ano do Ensino Fundamental desenvolvida durante o ciclo formativo, aprimora o ensino e a aprendizagem de Matemática no 3º ano do Ensino Fundamental, podendo ser evidenciado na categoria emergente com a triangulação dos dados.

5.2 Principais contribuições da pesquisa

Os resultados desta tese apresentam contribuições significativas para a comunidade educativa, especialmente para a comunidade de educadores matemáticos, organizadas em três grandes âmbitos.

O primeiro âmbito diz respeito à formação de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental. A estruturação e efetivação de um ciclo formativo fundamentado no desenvolvimento de competências didático-matemáticas das professoras que ensinam Matemática, analisado com as ferramentas do modelo de Competências e Conhecimentos Didático-Matemáticos (CCDM), permitiu uma compreensão aprofundada e uma reflexão docente estruturada no desenvolvimento das Competências-Chave do professor de Matemática. Essas competências foram articuladas cuidadosamente às diretrizes da BNC-Formação (Brasil,

2020) e da BNCC (Brasil, 2018). Uma evidência clara dessa contribuição foi a percepção, por parte das professoras participantes, da importância de integrar a alfabetização matemática à alfabetização linguística. Essa integração tornou possível, em suas práticas pedagógicas, a incorporação de elementos essenciais, como o desenvolvimento da linguagem oral, reconhecido como um aspecto crucial para a evolução da escrita e a construção do significado de número.

O segundo âmbito está relacionado à melhoria do ensino da Matemática. Os resultados da pesquisa indicaram que o objetivo de aprimorar a qualidade do ensino foi alcançado, com evidências concretas na melhoria da aprendizagem dos alunos das professoras participantes da pesquisa. O ambiente de ensino e aprendizagem foi enriquecido por meio de recursos materiais e pedagógicos introduzidos durante o ciclo formativo. Além disso, o espaço de formação continuada ofereceu às professoras a oportunidade de refletirem sobre suas práticas, o que lhes possibilitou uma compreensão mais aprofundada das competências implícitas no ensino da Matemática e um fortalecimento significativo de sua atuação em sala de aula.

O terceiro âmbito refere-se às contribuições teóricas para o marco da Abordagem Ontossemiótica do Conhecimento e Instrução Matemática e para o modelo CCDM. Esta pesquisa proporcionou um avanço inédito ao configurar os níveis das Competências-Chave no desenvolvimento profissional de professores de Matemática para os anos iniciais, um aspecto até então inexplorado dentro desse modelo, particularmente no contexto de professores dos primeiros anos do Ensino Fundamental. Essa contribuição materializa-se, ainda, na triangulação dos dados quantitativos – obtidos a partir dos testes realizados pelos estudantes cujas professoras participaram da formação – com os dados qualitativos, relacionados ao desenvolvimento das Competências-Chave das professoras participantes do ciclo formativo baseado no modelo CCDM. Essa abordagem integrada permitiu uma análise mais abrangente sobre a evolução do desempenho dos alunos, destacando o impacto positivo de uma formação docente embasada no CCDM.

Por meio dessa análise foi possível avaliar não apenas o desenvolvimento das competências profissionais das professoras de Matemática, mas também a aprendizagem de seus estudantes, evidenciando, em certa medida, a evolução e o impacto das competências desenvolvidas no contexto educacional.

5.3 Limitações do estudo e perspectivas futuras

A pesquisa realizada, embora tenha alcançado os objetivos propostos, apresentou algumas limitações.

Uma dessas limitações está relacionada ao baixo desenvolvimento da Competência Matemática entre as professoras participantes em comparação ao desenvolvimento da Competência de Análise e Intervenção Didática. Esse fator, por um lado, pode ser atribuído ao tempo insuficiente destinado ao desenvolvimento das Competências-Chave durante o ciclo formativo, que consistiu em apenas cinco encontros. Essa limitação reforça a necessidade de ampliar a duração do ciclo para permitir um aprofundamento maior das competências. Por outro lado, o resultado também pode estar relacionado à necessidade de uma formação mais aprofundada para o desenvolvimento da subcompetência de Proposição de Problemas, uma das subcompetências relacionadas à Competência Matemática. Esse aspecto demandaria maior atenção durante o ciclo formativo, oferecendo às professoras oportunidades para refletir, de forma mais aprofundada, sobre o desenho de tarefas e problemas, como sugerem Gusmão e Font (2021). Este é um ponto que pretendemos explorar em futuras pesquisas, redesenhando o ciclo formativo para abordar tais questões de maneira mais estruturada e detalhada.

Outra limitação identificada foi a ausência da incorporação de histórias matemáticas nas aulas das professoras participantes do ciclo formativo. Considerando que o ciclo estava relacionado à Etapa 2 do Projeto *Recontextualizar as Ciências e a Contação de Histórias para os Processos de Ensino e de Aprendizagem da Educação Básica à Formação de Professores*, a integração de histórias deveria ter sido um elemento central das práticas pedagógicas das professoras. Esse aspecto, entretanto, foi deixado de lado pelas participantes, possivelmente devido à ênfase que deram à alfabetização e à alfabetização matemática, priorizando os recursos materiais disponíveis. Para que as histórias matemáticas fossem efetivamente integradas às práticas docentes, seria necessário que as professoras percebessem a importância da contação de histórias como estratégia pedagógica. Essa percepção foi limitada, em parte, porque o ciclo formativo não dedicou tempo suficiente ou não atribuiu o foco necessário a esse aspecto, dada a ampla gama de temas abordados em um período de tempo reduzido. Por outro lado, a prática da contação de histórias também foi restringida pelas dificuldades das participantes em compreender plenamente as configurações dos objetos matemáticos trabalhados no curso e as ferramentas pedagógicas, como o uso e o manejo de materiais concretos, essenciais para consolidar a aprendizagem dos estudantes.

Uma terceira limitação está relacionada às análises qualitativas realizadas. Embora tenham sido detectados os níveis de desenvolvimento das Competências-Chave das professoras antes e durante o ciclo formativo pautado no modelo CCDM, ficou pendente uma análise aprofundada do desenvolvimento dessas competências, após o ciclo, em suas práticas cotidianas como professoras da rede municipal de ensino. Esse tipo de estudo, focado em suas experiências

e desempenhos no contexto real de sala de aula, permitiria uma ampliação dos resultados apresentados nesta tese, oferecendo uma perspectiva mais abrangente e, de certa forma, contínua do estudo. Este é, sem dúvida, um dos aspectos que pretendemos explorar em futuras investigações.

A quarta limitação está relacionada ao estabelecimento dos níveis de desenvolvimento das competências-chave com base no modelo CCDM. A escolha entre um nível e outro foi de difícil decisão, uma vez que categorizar e analisar níveis de competência é uma tarefa complexa, não apenas dentro do modelo teórico utilizado nesta tese, mas em qualquer modelo que proponha analisar níveis de competência docente (Breda; Silva; Carvalho, 2016).

Considera-se necessária a promoção de mais ciclos formativos em parceria com Secretarias de Educação que contemplem o desenvolvimento de competências, como as competências-chave do professor de Matemática, pois consideramos que a pesquisa demonstrou a fragilidade da competência Matemática entre as professoras observadas, além de poder ampliar este estudo para as demais etapas da educação básica.

5.4 Divulgação dos resultados parciais da pesquisa e publicações realizadas durante o período de Doutorado

Os resultados parciais desta tese foram divulgados em forma de artigos científicos e comunicações e publicações em anais de congressos nacionais e internacionais.

5.4.1 Artigos em revistas científicas

SILVA, Roger de Abreu; FELICETTI, Vera Lucia; BACKES, Luciana; BREDÁ, Adriana. Enfoque ontosemiotico de la cognición y la instrucción matemática: formación continua en producciones de maestría y doctorado en Brasil (2016-2020). **Paradigma**, Maracay, v. 44, p. 269-292, 2023. DOI: <https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2023.p269-292.id1402>

SILVA, Roger de Abreu; FELICETTI, Vera Lucia; PINEDA, Adriana. Reflexión sobre la práctica docente: experiencias en el contexto de la asignatura acción docente y matemáticas. **Caminhos da Educação Matemática em Revista**, (on-line), v. 12, p. 165-179, 2022.

BREDÁ, Adriana; BOLONDI, Giorgio; SILVA, Roger de Abreu. Enfoque ontossemiótico da cognição e instrução matemática: um estudo metanalítico das teses produzidas no Brasil. **Revemop**, v. 3, p. e202117, 2021. DOI: <https://doi.org/10.22456/1679-1916.44441>

5.4.2 Capítulos de Livro

SILVA, R. de A.; FELICETTI, V. L. Competências profissionais do professor de matemática. In: DRESCH, Jaime Farias (org.). **Dicionário Ciência na escola**. 1. ed. São Carlos: Pedro & João Editores, 2024. p. 43-45. V. 1.

5.4.3 Publicações em anais de congressos nacionais e internacionais

SILVA, R. de A.; BACKES, L.; FELICETTI, V. L.; BREDÁ, A. Competências profissionais de professores que ensinam matemática no terceiro ano do Ensino Fundamental. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS, EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E TECNOLOGIAS EDUCATIVAS, 2., 2024, Palotina, PR. **Anais do Caderno de Resumos** [...]. Curitiba: UFPR, 2024. p. 238-240.

BREDÁ, A.; SALA-SEBASTIÀ, G.; RAMÍREZ, N. V.; CALLE, E.; SILVA, R. de A. Características del conocimiento matemático de futuros profesores del Ecuador al desarrollar tareas basadas en prácticas etnomatemáticas. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS, EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E TECNOLOGIAS EDUCATIVAS, 2., 2024, Palotina, PR. **Anais do Caderno de Resumos** [...]. Curitiba: UFPR, 2024. p. 235-237.

SILVA, R. de A.; BACKES, L.; FELICETTI, V. L.; ALMEIDA, F. A. P. A contação de histórias para recontextualizar as ciências no ensino e na aprendizagem na educação básica: formação continuada. In: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 9., 2023, João Pessoa, PB. **Anais** [...]. Campina Grande, PB: Editora Realize, 2023. p. 1-12. V. 9.

SILVA, R. de A.; CANABARRO, E. S.; FORMIGA, M. C.; BACKES, L.; FELICETTI, V. L. Ensino estruturado dos anos finais do município de Sapucaia do Sul: práticas e desafios para melhorar a qualidade de ensino. In: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 9., 2023, João Pessoa, PB. **Anais** [...]. Campina Grande, PB: Editora Realize, 2023. p. 1-9. V. 9.

SILVA, Roger de Abreu; FELICETTI, Vera Lucia; PINEDA, Adriana. Reflexión docente: la autoevaluación de la práctica de enseñanza de matemáticas por estudiantes de pedagogía. In: CAVIEDES, S.; LUGO-ARMENTA, J. G.; PINO-FAN, L. R.; SÁNCHEZ, A. (ed.). CONGRESO INTERNACIONAL DE DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA – CIDIDMAT, 1., 2023, Osorno. **Actas** [...]. Osorno, Chile: Universidad de Los Lagos, 2023. p. 38-45.

5.4.4 Apresentação em congressos nacionais e internacionais

SILVA, R. de A.; BACKES, L.; FELICETTI, V. L.; BREDÁ, A. Congresso Internacional de Educação da PUCRS – construindo pontes para reimaginar a educação. In: CONGRESSO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO DA PUCRS, 2024. **Apresentação de Trabalho**. 2024.

SILVA, Roger de Abreu; FELICETTI, V. L.; BREDÁ, Adriana; BACKES, Luciana. Competências profissionais de professores que ensinam matemática no terceiro ano do Ensino

Fundamental. *In*: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS, EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E TECNOLOGIAS EDUCATIVAS, 2., 2024. **Apresentação de Trabalho**. 2024.

SILVA, Roger de Abreu; BACKES, Luciana; FELICETTI, Vera Lucia; ALMEIDA, F. A. P. A contação de histórias para recontextualizar as ciências no ensino e na aprendizagem na educação básica: formação continuada. *In*: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 9., 2023. **Apresentação de Trabalho**. 2023.

SILVA, R. de A.; CANABARRO, E. S.; FORMIGA, M. C.; BACKES, L.; FELICETTI, V. L. Ensino estruturado dos anos finais do município de Sapucaia do Sul: práticas e desafios para melhorar a qualidade de ensino. *In*: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 9., 2023. **Apresentação de Trabalho**. 2023.

BREDA, A.; SALA-SEBASTIÀ, G.; CALLE, E.; SILVA, R. de A. Características del conocimiento matemático de futuros profesores del Ecuador al desarrollar tareas basadas en prácticas etnomatemáticas *In*: REUNIÃO LATINOAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – RELME, 36., 2023. **Apresentação de Trabalho**. 2023.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, F. A. P.; MONTEIRO, L. P.; BACKES, L. Princesas soltam pum? Recontextualizando as ciências e a contação de histórias nas percepções das crianças. **Pensares em Revista**, [S. l.], n. 28, p. 135-156, 2023. DOI: 10.12957/pr.2023.77603. Disponível em: <https://www.e-publicacoes.uerj.br/pensaresemrevista/article/view/77603>. Acesso em: 14 out. 2024.
- ALVES, A. M. M.; GRUTZMANN, T. P. Literatura infantil no ensino da Matemática: relações presentes na formação inicial do futuro docente. **Caderno de Letras**, n. 38, p. 201-214, 18 jan. 2021. DOI: 10.15210/cdl.v0i38.19678. Disponível em: <https://periodicos.ufpel.edu.br/index.php/cadernodeletras/article/view/19678>. Acesso em: 13 out. 2024.
- ALSINA, A.; PLANAS, N.; CALABUIG, M. El aprendizaje reflexivo en la formación del profesorado de matemáticas. In: JORNADAS DE REDES DE INVESTIGACIÓN EN DOCENCIA UNIVERSITARIA: LA CALIDAD DEL PROCESO DE ENSEÑANZA/APRENDIZAJE UNIVERSITARIO DESDE LA PERSPECTIVA DEL CAMBIO, 7., 2009. **Actas** [...]. 2009. p. 252-257.
- AMORIM, L. C. de. **A atenção dada às emoções na sala de aula pelo professor de Matemática**: contribuições dos critérios de idoneidade didática. 2017. 161 f. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Formação de Professores) – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Bahia, 2017.
- ANDRADE, D. O.; GRANDO, R. C. Contando histórias nas aulas de Matemática: produção/mobilização de conceitos na perspectiva da resolução de problemas. In: ANPED. **Anped 30 anos**: pesquisa e compromisso social. Caxambu: Anped, 2007. p. 1-12.
- ARAÚJO, A. F. Q. **A inter-relação entre a estatística e a probabilidade**: um estudo com professores de Matemática do Ensino Médio sobre a curva normal. 2020. 189 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2020.
- ASSIS, A.; GODINO, J. D.; FRADE, C. As dimensões normativa e metanormativa em um contexto de aulas exploratório-investigativas. **Relime: Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**, v. 15, n. 2, p. 171-198, 2012.
- BACKES, L.; FELICETTI, V. L.; ALMEIDA, F. A. P. de. Contação de história: recontextualização da linguagem na alfabetização para aprendizagem discente. **Signo**, v. 49, n. 96, p. 137-151, 2024. DOI: 10.17058/signo.v49i96.19387. Disponível em: <https://online.unisc.br/seer/index.php/signo/article/view/19387>. Acesso em: 14 out. 2024.
- BALL, D.; LUBIENSKI, S.; MEWBORN, D. Research on teaching mathematics: the unsolved problem of teachers' mathematical knowledge. In: RICHARDSON, V. (ed.). **Handbook of Research on Teaching**. Washington: Ed. American Educational Research Association, 2001. p. 433-456.

BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: what makes it special? **Journal of Teacher Education**, v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008. Disponível em: <http://jte.sagepub.com/content/59/5/389.short>. Acesso em: 10 out. 2023.

BARBOSA, J. C. Modelagem na educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. **Anais [...]**. Minas Gerais: Anped, 2001. p. 1-30. Disponível em: http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Artigo_Barbosa.pdf. Acesso em: 20 out. 2022.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática e os futuras professoras. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 25., 2002, Caxambu. **Anais [...]**. Minas Gerais: Anped, 2002. p. 25-43. Disponível em: https://scholar.google.com.br/scholar?q=Modelagem+Matemática+e+os+futuros+professores&btnG=&hl=pt-BR&as_sdt=0%2C5. Acesso em: 20 out. 2022.

BARMBY, P.; BOLDEN, D.; THOMPSON, L. **Understanding and enriching problem solving in primary mathematics**. Londres: Critical Publishing, 2014.

BIEHLER, R. Reconstruction of meaning as a didactical task: The concept of function as an example. In: KILPATRICK, J.; HOYLES, C.; SKOVSMOSE, O.; VALERO, P. (ed.). **Meaning in Mathematics Education**, v. 37, p. 61-72, Springer, 2005. DOI: 10.1007/0-387-24040-3_5

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação**. Porto: Porto Editora, 1994.

BORJI, V. *et al.* Application of the complementarities of two theories, APOS and OSA, for the analysis of the university students' understanding on the graph of the function and its derivative. **Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education**, v. 14, n. 6, p. 2.301-2.315, 2018. DOI: 10.29333/ejmste/89514

BOS, A. J. G. **EpiInfo sem mistérios: um manual prático**. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2004.

BRASIL, A. S. **Avaliação quantitativa dos atendimentos odontológicos no município de Canoas/RS**. 2021. 37 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Odontologia) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Canoas, 2021. Disponível em: <https://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/220388/001124212.pdf?sequence=1>. Acesso em: 1º jun. 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/conselho-nacional-de-educacao/base-nacional-comum-curricular-bncc>. Acesso em: 13 out. 2024.

BRASIL. Resolução CNE/CP Nº 2, de 20 de dezembro de 2019. Define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial de Professores para a Educação Básica e institui a Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica (BNC-Formação). **Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil**. Brasília, DF, 2020.

BREDA, A. **Melhorias no ensino de Matemática na concepção de professores que realizam o Mestrado Profmat no Rio Grande do Sul: uma análise dos trabalhos de conclusão de curso**. 2016. 335 f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática) –

Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Faculdade de Física, Porto Alegre, 2016.

BREDA, A.; BOLONDI, G.; SILVA, R. A. Enfoque Ontossemiótico da Cognição e Instrução Matemática: um estudo metanalítico das teses produzidas no Brasil. **Revemop**, Ouro Preto, v. 3, p. e202117, 26 jul. 2021. DOI: 10.33532/revemop.e202117. Disponível em: <https://periodicos.ufop.br/revemop/article/view/5040>. Acesso em: 13 out. 2024.

BREDA, A.; DO ROSÁRIO LIMA, V. M. Estudio de caso sobre el análisis didáctico realizado en un trabajo final de un máster para profesores de Matemáticas en servicio. **Redimat**, v. 5, n. 1, p. 74-103, 2016.

BREDA, A.; FARSANI, D.; SALA-SEBASTIÀ, G. Interação não-verbal e o envolvimento visual dos estudantes nas aulas de matemática: um estudo da organização do espaço na comunicação linguística. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**, v. 26, n. 3, p. 273-294, 2023. DOI: <https://doi.org/10.12802/relime.23.2631>

BREDA, A.; FONT, V.; LIMA, V. M. A noção de idoneidade didática e seu uso na formação de professores de Matemática. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, v. 8, p. 4-41, 2015.

BREDA, A.; FONT, V.; PINO-FAN, L. R. Criterios valorativos y normativos en la Didáctica de las Matemáticas: el caso del constructo idoneidade didática. **Boletim de Educação Matemática – Bolema**, v. 32, p. 255-278, 2018. DOI: <https://doi.org/10.1590/1980-4415v32n60a13>

BREDA, A.; PINO-FAN, L.; FONT, V. Meta didactic-mathematical knowledge of teachers: criteria for the reflection and assessment on teaching practice. **Eurasia Journal of Mathematics Science and Technology Education**, v. 13, n. 6, p. 1.893-1.918, 2017. DOI 10.12973/eurasia.2017.01207a

BREDA, A.; SILVA, J. F.; CARVALHO, M. P. A formação de professores de Matemática por competências: trajetória, estudos e perspectivas do professor Vicenç Font, Universidade de Barcelona. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v. 5, n. 8, p. 10-32, 2016.

BURGOS, M. *et al.* Didactical analysis of a lesson on proportionality of a primary school textbook using tools of the onto-semiotic approach. **Bolema**, v. 34, n. 66, p. 40-68, 2020. DOI: 10.1590/1980-4415v34n66a03. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/bolema/a/4cQYcXNMj4dStdXJMDtdZWJ/?lang=es>. Acesso em: 13 out. 2024.

BURGOS, M.; GODINO, J. D. Assessing the epistemic analysis competence of prospective primary school teachers on proportionality tasks. **International Journal of Science and Mathematics Education**. On-line First, 2022. DOI: 10.1007/s10763-020-10143-0. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/s10763-020-10143-0>. Acesso em: 13 out. 2024.

CAI, J. *et al.* Exploring the impact of a problem-posing workshop on elementary school mathematics teachers' conceptions on problem posing and lesson design. **International**

Journal of Educational Research, v. 102, p. 10.1404, 2020. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2019.02.004>

CARPES, P. P. **Conhecimentos didático-matemáticos do professor de Matemática para o ensino de números racionais**. 2019. 265 f. Tese (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Franciscana, Santa Maria, 2019.

CARVALHO, J. I. F. de. **Um estudo sobre os conhecimentos didáticos-matemáticos de probabilidade com professores de Matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental**. 2017. 344 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2017.

CARVALHO, M. P. de. **Um estudo da inserção de estudantes da Licenciatura em Matemática no contexto da escola pública: contribuições do PIBID**. 2016. 208 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2016.

CASTRO, G. A. M. *et al.* Desafios para o professor de ciências e Matemática revelados pelo estudo da BNCC do Ensino Médio. **Revemat**, v. 15, p. 1-32, 2020.

CENTURIÓN, Marília. **Números e operações: conteúdo e metodologia da matemática**. São Paulo: Editora Scipione, 1994.

CÉSPEDES, María José Castillo; BURGOS, María; GODINO, Juan D. Elaboración de una guía de análisis de libros de texto de matemáticas basada en la teoría de la idoneidad didáctica. **Educación e Pesquisa**, São Paulo, v. 48, e238787, 2022.

CHARLOT, B. A pesquisa educacional entre conhecimentos, políticas e práticas: especificidades e desafios de uma área de saber. **Revista Brasileira de Educação**, v. 11, p. 7-18, 2006.

CHEVALLARD, Y. **La transposition didactique**. Grenoble: La Pensée sauvage, 1991.

DAMASCENO, F. L.; DIAS, M. S. S.; CHAVES, R. Recomposição da aprendizagem: caminho e/ou possibilidade através do programa MAIS PAIC. **Epistemologia e Práxis Educativa – EPEDUC**, [S. l.], v. 5, n. 3, p. 1-17, 2022. DOI: 10.26694/epeduc.v5i3.3636. Disponível em: <https://periodicos.ufpi.br/index.php/epeduc/article/view/3636>. Acesso em: 10 dez. 2023.

D'AMORE, B.; GODINO, J. D. El enfoque ontosemiótico como un desarrollo de la teoría antropológica en didáctica de la Matemática. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**, v. 10, n. 2, p. 191-218, jul. 2007. Disponível em: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=33500202>. Acesso em: 26 jun. 2021.

DEWEY, J. **A escola e a sociedade**; a criança e o currículo. Lisboa: Relógio da Água, 2002.

DRIJVERS, P. *et al.* One episode, two lenses: a reflective analysis of student learning with computer algebra from instrumental and onto-semiotic perspectives. **Educational Studies in Mathematics**, v. 82, n. 1, p. 23-49, 2013. DOI: 10.1007/s10649-012-9416-8.

FARSANI, D.; BREDI, A.; SALA-SEBASTIÀ, G. ¿Cómo los gestos de los maestros afectan a la atención visual de las estudiantes durante el discurso matemático? **Redimat**, v. 9, n. 3, p. 220-242, 2020. DOI: <https://doi.org/10.17583/redimat.2020.5185>

FELICETTI, Vera Lucia; BACKES, Luciana. Recontextualização da formação de professores à aprendizagem dos estudantes em matemática. **Tangram – Revista de Educação Matemática**, [S. l.], v. 6, n. 2, p. 71-96, 2023. DOI: 10.30612/tangram.v6i2.17095. Disponível em: <https://ojs.ufgd.edu.br/tangram/article/view/17095>. Acesso em: 13 out. 2024.

FELMER, P.; LILJEDHAL, P.; KOICHU, N. (ed.). **Problem solving in mathematics instruction and teacher professional development**. Cham, Switzerland: Springer, 2019. DOI: 10.1007/978-3-030-29215-7

FELMER, P.; PEHKONEN, E.; KILPATRICK, J. (ed.). **Posing and solving mathematical problems: advances and new perspectives**. Cham, Switzerland: Springer, 2016. DOI: 10.1007/978-3-319-28023-3

FERREIRA, R. B. **Análise da geometria na coleção de livros didáticos de Matemática do ensino técnico integrado ao médio do Centro Paula Souza**. 2019. 186 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2019.

FONT, V. Competencias profesionales en la formación inicial de profesores de Matemáticas de secundaria. **Unión: Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, v. 26, p. 9-25, 2011.

FONT, V. *et al.* Análisis de narrativas de futuros profesores con el modelo de Conocimientos y Competencias Didáctico-Matemáticas (CCDM). In: RODRÍGUEZ-MUÑIZ, L. J.; MUÑIZ-RODRÍGUEZ, L.; AGUILAR-GONZÁLEZ, A.; ALONSO, P.; GARCÍA GARCÍA, F. J.; BRUNO, A. (ed.). **Investigación en Educación Matemática XXII**. Gijón: Seiem, 2018. p. 23-38. Disponível em: <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=8193750>. Acesso em: 1º jun. 2023.

FONT, V.; BREDI, A.; SALA, G. Competências profissionais na formação inicial de professores de Matemática. **Praxis Educacional**, Vitória da Conquista, v. 11, n. 19, p. 17-34, maio/ago. 2015.

FONT, V.; BREDI, A.; SECKEL, M. J. Algunas implicaciones didácticas derivadas de la complejidad de los objetos matemáticos cuando estos se aplican a distintos contextos. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, v. 10, n. 2, p. 1-23, maio/ago. 2017. Disponível em: <https://periodicos.utfpr.edu.br/rbect>. Acesso em: 1º jun. 2023.

FONT, V.; NANCLARES, J. I. A. Fenómenos relacionados con el uso de metáforas en el discurso del profesor: el caso de las gráficas de funciones. **Enseñanza de las Ciencias: Revista de Investigación y Experiencias Didácticas**, v. 21, n. 3, p. 405-418, 2003.

FONT, V.; PLANAS, N.; GODINO, J. D. Modelo para el análisis didáctico en educación Matemática. **Infancia y aprendizaje**, v. 33, n. 1, p. 89-105, 2010.

FONT, V. *et al.* Mathematical objects through the lens of two different theoretical perspectives: APOS and OSA. **Educational Studies in Mathematics**, v. 91, n. 1, p. 107-122, 2016. DOI: 10.1007/s10649-015-9639-6.

FRABETTI, C. **Alice no país dos números**. Ilustrações Cris e Jean. Trad. M. D. Prades. São Paulo: Ática, 2021.

GIACOMONE, B. Análisis *a priori* de tareas Matemáticas: um componente de análise didáctica. **Uno – Revista de Didáctica de las Matemáticas**, v. 86, p. 25-31, 2019.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 7. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GIMÉNEZ, J.; FONT, V.; VANEGAS, Y. Designing professional tasks for didactical analysis as a research process. In: MARGOLINAS, C. (ed.). **Task Design in Mathematics Education: Proceedings of ICMI Study 22**. Oxford, England: International Commission on Mathematical Instruction, 2013. p. 579-587.

GODINO, J. D. Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de Matemáticas. **Unión: Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, v. 20, p. 13-31, 2009. Disponível em: http://www.ugr.es/~jgodino/eos/JDGodino%20Union_020%202009.pdf. Acesso em: 15 dez. 2014.

GODINO, J. D.; BATANERO, C. Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, Paris, v. 14, n. 3, p. 325-355, 1994.

GODINO, J. D.; BATANERO, C.; FONT, V. The onto semiotic approach: implications for the prescriptive character of didactics. **For the Learning of Mathematics**, v. 39, n. 1, p. 37-42, 2019. Disponível em: <https://eric.ed.gov/?id=EJ1211459>. Acesso em: 13 out. 2024.

GODINO, J. D. ; BELTRÁN-PELLICER, P.; BURGOS, M. Concordancias y complementariedades entre la Teoría de la Objetivación y el Enfoque Ontosemiótico. **Revista Colombiana de Matemática Educativa**, v. 5, n. 2, p. 51-66, 2020.

GODINO, J. D.; BURGOS, M.; GEA, M. M. Analysing theories of meaning in mathematics education from the onto-semiotic approach. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, v. 53, n. 10, p. 2.609-2.636, 2021. DOI: 10.1080/0020739X.2021.1896042. Acesso em: 1º jun. 2023.

GODINO, J. D.; CONTRERAS, A.; FONT, V. Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. **Recherches en Didactiques des Mathématiques**, v. 26, n. 1, p. 39-88, 2006.

GODINO, J. D. *et al.* Una visión de la didáctica francesa desde el enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción Matemática. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**, v. 9, n. 1, p. 117-150, 2006.

GODINO, J. D. *et al.* Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de Matemáticas. **Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 31, n. 57, p. 90-113, 2017.

GODINO, J. D. *et al.* Análisis de la actividad Matemática mediante dos herramientas teóricas: registros de representación semiótica y configuración ontosemiótica. **Avances de Investigación en Educación Matemática**, [S. l.], n. 10, p. 91-110, 2016. DOI: 10.35763/aiem.v0i10.144. Disponível em: <https://aiem.es/article/view/3953>. Acesso em: 26 set. 2024.

GODINO, J. D. Diálogo entre la Teoría Antropológica de lo Didáctico y el Enfoque Ontosemiótico en Educación Matemática sobre las nociones de juicio de valor, praxeología y paradigma didáctico. **Educación Matemática**, v. 35, n. 1, p. 229-254, 2023.

GODINO, J. D. Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas. **Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática**, Costa Rica, v. 8, n. 11, p. 111-132, 2013. DOI: 10.5007/1981-1322.2013v8n1p46. Disponível em: <https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/14720>. Acesso em: 13 out. 2024.

GODINO, J. D. **Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas**. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (CIAEM-IACME), 13., 2011, Recife, Brasil: Ciaem-Iacme, 2011.

GODINO, J. D. Origen y aportaciones de la perspectiva ontosemiótica de investigación en Didáctica de la Matemática. In: ESTEPA, A.; CONTRERAS, Á.; DEULOFEU, J.; PENALVA, M. C.; GARCÍA, F. J.; ORDÓÑEZ, L. (org.). **Investigación en Educación Matemática XVI**. Jaén: Seiem, 2012. p. 49-68.

GODINO, J. D. **Síntesis del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos**: motivación, supuestos y herramientas teóricas. Universidad de Granada, 2014. Disponível em: http://www.ugr.es/~jgodino/eos/sintesis_EOS_14abril14.pdf. Acesso em: 1º jun. 2023.

GOMES, G. P. **A relação professor-materiais curriculares no ensino de Matemática**: uma análise sob a perspectiva ontosemiótica. 2019. 121 f. Dissertação (Mestrado – Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Formação de Professores) – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – Uesb, Bahia, 2019.

GUSMÃO, T. C. R. S.; FONT, V. Ciclo de estudo e desenho de tarefas. **Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, São Paulo, v. 22, n. 3, p. 666-697, 2021. DOI: 10.23925/1983-3156.2020v22i3p666-697. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/50704>. Acesso em: 26 set. 2024.

HILL, H. C.; BALL, D. L.; SCHILLING, S. G. Unpacking pedagogical content knowledge: conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. **Journal for Research in Mathematics Education**, Reston, v. 39, n. 4, p. 372-400, jul. 2008.

IMBERNÓN, F. (org.). **Diseño, desarrollo y evaluación de los procesos de formación**. Madrid: Editorial Síntesis, 2016.

INSTITUTO REÚNA. **Mapa de Foco da BNCC para o Ensino Fundamental** – Anos Iniciais. Disponível em: https://biblioteca.institutoreuna.org.br/MapasDeFocoBncc_Mat_18092020.pdf. Acesso em: 14 out. 2024.

KAIBER, C. T.; LEMOS, A. V.; PINO-FAN, L. R. Enfoque Ontossemiótico do conhecimento e da instrução matemática (EOS): um panorama das pesquisas na América Latina. **Perspectivas da Educação Matemática**, [S.l.], v. 10, n. 23, p. 531-552, 2017.

KENSKI, V. M. Aprendizagem mediada pela tecnologia. **Revista Diálogo Educacional, Curitiba**, v. 4, n. 10, p. 47-56, 2003.

KHATIN-ZADEH, O.; FARSANI, D.; BREDÁ, A. How can transforming representation of mathematical entities help us employ more cognitive resources? **Frontiers in Psychology**, v. 14, p. 1-12, 2023. DOI: <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2023.1091678>

LEITE, L. R. *et al.* Abordagem mista em teses de um programa De Pós-Graduação em educação: análise à luz de Creswell. **Educação e Pesquisa**, [S. l.], v. 47, p. e243789, 2021. DOI: 10.1590/S1678-4634202147243789. Disponível em: <https://www.revistas.usp.br/ep/article/view/190992>. Acesso em: 5 jan. 2024.

LEMOS, A. V. **Estudos de recuperação no Ensino Fundamental**: uma investigação no âmbito da geometria sob a perspectiva do enfoque ontossemiótico do conhecimento e da instrução Matemática. 2017. 354 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática), Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2017.

LLINARES, S. Tareas matemáticas en la formación de maestros: caracterizando perspectivas [Mathematical tasks in teachers' training: Characterising perspectives]. **Números: Revista de Didáctica de las Matemáticas**, n. 78, p. 5-16, 2011.

LOBATO, J. B. R. M. **Aritmética da Emília**. 1. ed. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1935.

MACHADO, N. J. **Epistemologia e didática**: as concepções de conhecimento e inteligência e a prática docente. São Paulo: Cortez, 1995.

MELLO, G. N. Formação inicial de professores para a Educação Básica: uma (re)visão radical. **São Paulo em Perspectiva**, v. 14, n. 1, p. 1-10, jan./mar. 2000.

MERTENS, Donna Marie. **Research and evaluation in education and psychology**: integrating diversity with quantitative, qualitative, and mixed methods. 4. ed. Washington, D.C.: Gallaudet University, 2015.

MOLINA, O. J. **Sistema de normas que influyen en procesos de argumentación: un curso de geometría del espacio como escenario de investigación**. 2019. 535 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidad de Los Lagos, Osorno, 2019. Disponível em: http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/documentos/Tesis_OMolina.pdf

MORAES, R.; GALIAZZI, M. do C. **Análise textual discursiva**. Ijuí: Editora Unijuí, 2007.

MOREIRA, C. B. **O desenvolvimento da percepção de espaço na criança da educação infantil: o papel das tarefas.** 2017. 165 f. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Formação de Professores), Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – Uesb, Bahia, 2017.

MORETTI, V. D.; SOUZA, N. M. **Educação matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: princípios e práticas pedagógicas.** São Paulo: Cortez, 2015.

NCTM. National Council of Teachers of Mathematics. **Principles and standards for school mathematics.** Reston: VA: National Council of Teachers of Mathematics, 2000.

NISS, M. Mathematical competencies and PISA. In: STACEY, K.; TURNER, R. (ed.). **Assessing mathematical literacy: The PISA experience.** 1. ed. Cham: Springer International Publishing, 2014. p. 35–55. DOI 10.1007/978-3-319-10121-7_2. Disponível em: https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-319-10121-7_2. Acesso em: 28 set. 2024.

NISS, M. E.; HØJGAARD, T. Competências Matemáticas revisitadas. **Estudos Educacionais em Matemática**, v. 102, n. 1, p. 9-28, 2019. DOI 10.1007/s10649-019-09903-9. Acesso em 28 nov. 2024.

OCDE. Organização Para Cooperação e Desenvolvimento Econômico. **Principaux indicateurs de la science et de la technologie:** édition 2004. Disponível em: <http://www.oecd.org>. Acesso em: 27 fev. 2023.

OLIVERAS, M. L.; GODINO, J. D. Comparando el programa etnomatemático y el enfoque ontosemiótico: un esbozo de análisis mutuo. **Revista Latinoamericana de EtnoMatemática**, v. 8, n. 2, p. 432-449, jun./set. 2015.

PEREIRA, L. S. A. **A gestão de tarefas Matemáticas por professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental.** 2019. 161 f. Dissertação (Mestrado em Ensino) – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Bahia, 2019.

PEREIRA, M. A. C.; SILVA, G. B.; FELICETTI, V. L. Definição de objetivos instrucionais de aprendizagem: uma proposta sob o olhar das competências. **Práxis Educacional**, on-line, v. 15, n. 33, p. 517-537, 2019. DOI: <https://doi.org/10.22481/praxisedu.v15i33.5302>

PERRENOUD, P. **Construir as competências desde a escola.** Porto Alegre: Artes Médicas, 1999.

PINO-FAN, L.; ASSIS, A.; CASTRO, W. F. Por uma metodologia de caracterização do conhecimento didático-matemático das professoras. **Eurasia: Jornal de Educação em Matemática, Ciência e Tecnologia**, v. 11, n. 6, p. 1.429-1.456, 2015. DOI: <https://doi.org/10.12973/eurasia.2015.1403a>

PINO-FAN, L.; CASTRO, W. F.; FONT, V. A macro tool to characterize and develop key competencies for the mathematics teacher's practice. **International Journal of Science and Mathematics Education**, v. 21, p. 1.407-1.432, 2023. DOI: 10.1007/s10763-022-10301-6. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/s10763-022-10301-6>. Acesso em: 13 out. 2024.

PINO-FAN, L.; FONT, V.; BREDÁ, A. Mathematics teachers' knowledge and competences model based on the onto-semiotic approach. In: KAUR, B.; HO, W. K.; TOH, T. L.; CHOY, B. H. (ed.). **Proceedings of the 41st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**. Singapore: PME, 2017. p. 33-40. V. 4.

PINO-FAN, L. R.; GODINO, J. D. Perspectiva ampliada del conocimiento didáctico matemático del profesor. **Paradigma**, Maracay, v. 36, n. 1, p. 87-109, 2015.

PINO-FAN, L.; GODINO, J. D.; FONT, V. Faceta epistémica del conocimiento didáctico-matemático sobre la derivada. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 13, n. 1, p. 141-178, 2011.

PINO-FAN, L.; GODINO, J. D.; FONT, V. Assessing key epistemic features of didactic-mathematical knowledge of prospective teachers: the case of the derivative. **Journal of Mathematics Teacher Education**, v. 21, n. 1, p. 63-94, 2018. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10857-016-9349-8>

POCHULU, M.; FONT, V.; RODRÍGUEZ, M. Desarrollo de la competencia en análisis didáctico de formadores de futuros profesores de Matemática a través del diseño de tareas. **Relime: Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**, v. 19, n. 1, p. 71-98, 2016. DOI: <https://doi.org/10.12802/relime.13.1913>

RIBEIRO, F. L. **A geometria nos materiais curriculares brasileiros pelo enfoque ontosemiótico**. 2018. 118 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2018.

RIBEIRO, R. M. **Modelagem Matemática e mobilização de conhecimentos didático-matemáticos na formação continuada de professores dos anos iniciais**. 2016. 263 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2016.

RODRIGUES, C. T. O desenvolvimento do pragmatismo segundo Dewey. **Cognitio-Estudos: Revista Eletrônica de Filosofia**, São Paulo, v. 5, n. 2, p. 198-201, jul./dez. 2001. Disponível em: <http://www.pucsp.br/pos/filosofia/Pragmatismo>. Acesso em: 26 set. 2024.

RODRÍGUEZ-NIETO, Camilo Andrés *et al.* Mathematical connections from a networking of theories between extended theory of mathematical connections and onto-semiotic approach. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, 2021a. DOI: 10.1080/0020739X.2021.1875071

RODRÍGUEZ-NIETO, Camilo Andrés *et al.* Una visión desde la red de teorías TAC-EOS sobre el papel de las conexiones Matemáticas en la comprensión de la derivada. **Revemop**, v. 3, p. e202115, 24 jul. 2021b. DOI: <https://doi.org/10.33532/revemop.e202115>

RONDERO, C.; FONT, V. Articulación de la complejidad Matemática de la media aritmética. **Ensino de Ciências**, v. 33, n. 2, p. 29-49, 2015.

ROWLAND, T.; HUCKSTEP, P.; THWAITES, A. Elementary teachers' mathematics subject knowledge: the knowledge quartet and the case of Naomi. **Journal of Mathematics Teacher Education**, Dordrecht, v. 8, n. 3, p. 255-281, jun. 2005.

RUBIO GOYCOCHEA, N. **Competencia del profesorado en el análisis didáctico de prácticas, objetos y procesos matemáticos**. 2012. 605f. Tese (Doutorado em Didàctica de les Ciències Experimentals i la Matemàtica) – Universitat de Barcelona, Barcelona, 2012. Disponível em: <http://www.tdx.cat/handle/10803/294031>. Acesso em: 26 set. 2024.

SANDOVAL-TRONCOSO, L.; LEDEZMA, C. Los gestos, una manera de comunicar matemática: el caso particular de las funciones. **Educación Matemática**, v. 33, n. 2, p. 205-226, 2021. DOI: <http://dx.doi.org/10.24844/EM3302.08>

SANTANA, K. C. L. **Relação professor-materiais curriculares em Educação Matemática**: uma análise a partir de elementos dos recursos do currículo e dos recursos das professoras. 2017. 163 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2017.

SCHEINER, T. Lessons we have (not) learned from past and current conceptualizations of mathematics teachers' knowledge. In: KRAINER, K.; VONDROVÁ, N. (ed.). CONGRESS OF EUROPEAN RESEARCH IN MATHEMATICS EDUCATION, 9., 2015, Praga. **Proceedings** [...] Praga: Erme, 2015. p. 3.248-3.253.

SCHEINER, T. *et al.* O que torna o conhecimento do professor de Matemática especializado? Oferecendo visões alternativas. **Revista Internacional de Educação em Ciências e Matemática**, v. 17, n. 1, p. 153-172, 2019. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10763-017-9859-6>

SCHÖN, D. A. **Educando o profissional reflexivo**: um novo design para o ensino e a aprendizagem. Porto Alegre: Artmed Editora, 2000. 256 p.

SCHÖN, D. A. **Educando o profissional reflexivo**. Tradução Roberto Cataldo Costa. Porto Alegre: Artmed, 2007. Disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788536310121/>. Acesso em: 22 out. 2021.

SHULMAN, L. S. Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. **Harvard Educational Review**, Cambridge, v. 57, n. 1, p. 1-22, 1987. DOI: <https://doi.org/10.17763/haer.57.1.j463w79r56455411>. Acesso em: 26 set. 2024.

SECKEL, J. M. S. **Competencia en análisis didáctico en la formación inicial de profesores de educación general básica con mención en Matemática**. 2016. 291 f. Tese (Doutorado em Formación del Profesorado: Práctica Educativa y Comunicación) – Universitat de Barcelona, Barcelona, 2016. Disponível em: <http://hdl.handle.net/2445/99644>. Acesso em: 26 set. 2024.

SECKEL, M. J.; FONT, V. Competencia de reflexión en la formación inicial de profesores de matemática en Chile. **Práxis Educativa**, v. 11, n. 19, p. 55-75, 2015.

SILVA, G. B. **O ensino e a aprendizagem da matemática e a teoria dos campos conceituais na formação continuada de professores**. 2021. 430 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade La Salle, Canoas, 2021. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11690/1594>. Acesso em: 9 nov. 2024.

SILVA, G. B.; FELICETTI, V. L. Uma experiência de ensino e aprendizagem em matemática: situações-problema no desenvolvimento de competências e habilidades. **Boletim GEPEM**, [S. l.], n. 71, p. 3-20, 2017. DOI: 10.4322/gepem.2017.033. Disponível em: <https://periodicos.ufrj.br/index.php/gepem/article/view/131>. Acesso em: 9 nov. 2024.

SILVA, J. F. da. **Um estudo do programa de consolidação das licenciaturas no contexto da formação inicial de professores de Matemática**. 2017. 253 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2017.

SILVA, R. de A. **Repercussões de um projeto de monitoria em um laboratório de informática para a formação dos monitores**. 2013. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Faculdade de Física, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Porto Alegre, 2013.

SILVA, R. de A. *et al.* Enfoque Ontosemiotico de la Cognición y la Instrucción Matemática: formación continua en producciones de maestría y doctorado en Brasil (2016-2020). **Paradigma**, Maracay, v. 44, n. 4, p. 269-292, 2023a. DOI: 10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2023.p269-292.id1402. Disponível em: <http://revistaparadigma.online/ojs/index.php/paradigma/article/view/1402>. Acesso em: 1º jun. 2023.

SILVA, R. de A.; FELICETTI, V. L.; PINEDA, A. Reflexión sobre la práctica docente: experiencia en el contexto de la asignatura acción docente y Matemáticas. **Caminhos da Educação Matemática em Revista**, v. 12, p. 165-179, 2022. Disponível em: https://periodicos.ifs.edu.br/periodicos/caminhos_da_educacao_matematica/article/view/1367. Acesso em 13 out. 2024.

SILVA, R. de A. *et al.* A contação de histórias para recontextualizar as ciências no ensino e na aprendizagem na educação básica: formação continuada. *In*: CONEDU, 9., 2023, Campina Grande. **Anais [...]**. Campina Grande: Realize Editora, 2023b. Disponível em: <https://editorarealize.com.br/artigo/visualizar/94664>. Acesso em 13 out. 2024.

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez (org.). **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática**. Porto Alegre: Artmed, 2001.

SMOLE, K. C. *et al.* **Matemática e literatura infantil**. 4. ed. Belo Horizonte, MG: Editora Lê, 1999.

SMOLE, K. C. *et al.* **Era uma vez na Matemática: uma conexão com a literatura infantil**. São Paulo: Centro de Aperfeiçoamento do Ensino da Matemática, Instituto de Matemática e Estatística da USP, 2004.

SOARES, M. E. dos S. **Conhecimentos didático-matemáticos mobilizados por professores dos anos iniciais: uma análise sob a perspectiva do enfoque ontossemiótico**. 2016. 230 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2016.

SOUSA, R. S.; GALIAZZI, M. C. A categoria na análise textual discursiva: sobre método e sistema em direção à abertura interpretativa. **Revista Pesquisa Qualitativa**, São Paulo, v. 5, n. 9, p. 514-538, dez. 2017.

SOUZA, J. M. **Materiais curriculares educativos de Matemática do pacto/PNAIC: um olhar desde os critérios de idoneidade didática.** 2016. 146 f. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Formação de Professores) – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Bahia, 2016.

SOUZA, A. P. G. de. **Histórias infantis e matemática: a mobilização de recursos, a apropriação de conhecimentos e a receptividade de alunos de 4ª série do Ensino Fundamental.** 2008. 207f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2008.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional.** Petrópolis: Vozes, 2002.

TRAMONTIN, L. E. **A literatura infantil como estratégia de aprendizagem no ensino de matemática: 2º ano do Ensino Fundamental I.** 2020. 136 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciência e Tecnologia) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Ponta Grossa, 2020.

VASCONCELOS, D. M. de. **Entre palavras, quadros e números: uma análise ontossemiótica da construção do conceito de razões trigonométricas com a utilização de histórias em quadrinhos.** 2019. 169 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2019.

VIEIRA, V. da S. F. **O ensino de Matemática proposto na coleção de livros didáticos usados nos cursos técnicos de nível médio do IFECT Fluminense: contextos e aplicações.** 2016. 199 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências) – Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2016.

VILLALOBOS, F. X. Resolución de problemas matemáticos: un cambio epistemológico con resultados metodológicos. **Revista Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación**, v. 6, n. 3, p. 36-58, 2008.

WILHELMI, M. R.; FONT, V.; GODINO, J. D. Bases empíriques de modèles théoriques en didactique des mathématiques: réflexions sur la théorie de situations didactiques et le point de vue ontológico et sémiotico. In: **Actas de Colloque International Didactiques: quelles références épistémologiques?** Bordeaux, França, 25-27 jan. 2005. p. 1-10. Disponível em: http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/bases_empiricas_5junio06.pdf. Acesso em: 26 jun. 2021.

APÊNDICE A – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO DESENVOLVIMENTO DA COMPETÊNCIA DIDÁTICO-MATEMÁTICA DE PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS EM UM CURSO DE FORMAÇÃO CONTINUADA

Pesquisador/formador: Roger de Abreu Silva

Doutorando em Educação pela Universidade La Salle

Você está sendo convidado a participar como voluntário de uma pesquisa de Doutorado em Educação realizada nesta Universidade. Este documento, chamado Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, visa a assegurar seus direitos como participante e é elaborado em duas vias, uma que deverá ficar com você e outra com a pesquisador/formador.

Justificativa e objetivos

O objetivo deste estudo é compreender como articulam-se os conhecimentos matemáticos e as competências didático-matemáticas em um curso de formação continuada de professores do 3º ano do Ensino Fundamental que trabalham no município de Canoas (RS) e que participam do *Curso de Extensão: Quem Conta um Conto, Aumenta um Ponto? Recontextualizar as Ciências Por Meio de Histórias*. O curso foi projetado a partir do projeto “Recontextualizar as Ciências e a Contação de Histórias para os processos de ensino e de aprendizagem da educação básica à formação de professores em nível internacional”, coordenado pelas doutoras Luciana Backes e Vera Lucia Felicetti, professoras e pesquisadoras do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade La Salle – Unilasalle –, respectivamente nas linhas de Culturas, Linguagens e Tecnologia na Educação e na linha Formação de Professores, Teorias e Práticas Educativas. O objetivo principal é compreender a construção do conhecimento a partir de práticas pedagógicas que contemplam ciências e literatura na educação básica e na formação do professor em âmbito internacional, mediados por artefatos tecnológicos (analógico e digital). Assim, serão desenvolvidas atividades na educação básica (séries iniciais do Ensino Fundamental) e na formação de professores (inicial e continuada). A pesquisa justifica-se pela necessidade de refletirmos e criarmos novas práticas pedagógicas na educação básica e, conseqüentemente, na formação de professores, principalmente no contexto da Pandemia da Covid-19. Desta forma poder-se-á contribuir para diminuir os impactos do *déficit* de

aprendizagem em Matemática, dos estudantes do 3º ano durante os anos de ensino remoto e híbrido de 2020 a 2021.

Procedimentos

Participando do estudo você está sendo convidado a fazer parte da pesquisa Desenvolvimento da Competência Didático-Matemática de Professores dos Anos iniciais em um Curso de Formação Continuada, que contempla a etapa 2 do curso de extensão: *As quatro operações – Quem quer aumentar um ponto?* com carga horária de 30 horas, tendo, em média, duração de três horas em cada encontro, permitindo ser observado e filmado a critério do pesquisador/formador em sua prática em sala de aula, em períodos antes, durante e após o curso.

Desconfortos e riscos

Não há riscos envolvidos durante a investigação, pois a participação é voluntária.

Benefícios

Os sujeitos da pesquisa serão beneficiados pelas trocas entre os seus pares durante os encontros de formação continuada, assim como pelo apoio técnico do pesquisador/formador, que dará o devido suporte em possíveis dificuldades apresentadas.

Sigilo e privacidade

Esta investigação, por fazer parte do *Projeto Recontextualizar as Ciências e a Contação de Histórias para os Processos de Ensino e de Aprendizagem da Educação Básica à Formação de Professores em Nível Internacional*, tem já firmada a aprovação pelo Comitê de Ética em Pesquisa do Unilasalle, que se coloca à disposição por meio do *e-mail* cep@unilasalle.edu.br para contato. Você tem a garantia de que sua identidade será mantida em sigilo e nenhuma informação individual ou pessoal será dada a outras pessoas que não façam parte da equipe de pesquisadores. Na divulgação dos resultados deste estudo, seu nome não será citado.

Contato

Em caso de dúvidas sobre a pesquisa, você poderá entrar em contato com o pesquisador/formador Roger de Abreu Silva, telefone (51)992574753, *e-mail*: rogerabreumat@gmail.com

Nome do(a) participante:

(Assinatura do participante)

Roger de Abreu Silva – Pesquisador/formador

APÊNDICE B – Observação Sistemática

Observação Sistemática (base do CCDM)

	Critério de Adequação	Componente	Descrição da Observação
CCDM	Epistêmica	Erros, Ambiguidades, Riqueza de processos, Representatividade.	
	Cognitiva	Conhecimentos prévios, Adaptação curricular a as diferenças individuais, Aprendizagem, Alta demanda cognitiva.	
	De interação	Interação docente-discente, Interação entre discentes, Autonomia, Avaliação formativa.	
	De meios	Recursos materiais, Número de estudantes, horário e condições da aula, Tempo.	
	Emocional	Interesses e necessidades, Atitudes, Afetividade.	
	Ecológica	Adaptação ao currículo, Conexões intra e interdisciplinares, Utilidade sociolaboral, Inovação didática.	
CCDM	Competência Análise Normativa	Que normas condicionam o desenvolvimento dos processos instrucionais? Quem, como e quando se estabelecem as normas? Quais e como podem ser trocadas para otimizar a aprendizagem Matemática?	
	Competência de análise e valoração da adequação didática	Quais são os conhecimentos didáticos-Matemáticas resultantes das investigações prévias realizadas sobre ensino e aprendizagem do conteúdo matemático?	
	Sistema de Práticas	Quais são os significados dos objetos matemáticos implicados no estudo do conteúdo pretendido?	
	Configuração Ontossemiótica	Quais são as configurações de objetos e processos matemáticos implicados nas práticas que constituem os diversos significados dos conteúdos pretendidos?	
	Trajetórias Didáticas	Que tipo de interações entre pessoas e recursos se introduzem nos processos instrucionais e quais são as consequências sobre a aprendizagem? Como gestar as interações para otimizar as aprendizagens?	

APÊNDICE C – Pré-Teste e Pós-Teste

EMEF _____

NOME: _____

IDADE: _____ DATA: ____/____/____

1) FERNANDO E PEDRO ORGANIZARAM SEUS LÁPIS DE COR PARA A ESCOLA:

FERNANDO



MÁRCIA



QUEM TEM MAIS LÁPIS DE COR?

QUANTOS LÁPIS DE COR A MAIS ELE TEM?

FERNANDO E MÁRCIA TÊM JUNTOS _____ LÁPIS DE COR.

2) AS AULAS DE ANA INICIARAM NO DIA PRIMEIRO DE MARÇO E TERMINARÃO NO ÚLTIMO DIA DE NOVEMBRO. QUANTOS MESES DE AULA ANA TERÁ?

3) MARIANA COLOCOU OS ALGARISMOS DO NÚMERO 253 NO POTE CORRESPONDENTE AO SEU VALOR POSICIONAL. O ALGARISMO QUE SERÁ COLOCADO NO POTE DAS CENTENAS É:



4) COMPLETE A SEQUÊNCIA NUMÉRICA.

4 - 8 - 12 - □

Este material faz parte da pesquisa Recontextualizar as cênicas e a contação de histórias para os processos de ensino e de aprendizagem da Educação Básica à formação de professor, desenvolvida pela Universidade La Salle em parceria com a Secretaria Municipal de Educação.

5) FERNANDA GANHOU DE ANIVERSÁRIO 3 BONECAS. ELA JÁ TINHA 13 BONECAS. COM QUANTAS BONECAS FERNANDA FICOU?

6) JOÃO TEM 7 REVISTAS COM HISTÓRIAS DA MÔNICA E 9 COM HISTÓRIAS DO CASCÃO. QUANTAS REVISTAS COM HISTÓRIAS DA MÔNICA E DO CASCÃO JOÃO TEM AO TODO?

7) PEDRO GANHOU UMA CAIXA COM 14 BOMBONS. ELE COMEU ALGUNS E FICOU COM 8 BOMBONS. QUANTOS BOMBONS PEDRO COMEU?

8) NO FINAL DO JOGO DE CARTINHAS, PEDRO FICOU COM 14 CARTINHAS. PEDRO PERDEU 6 CARTINHAS NO JOGO. QUANTAS CARTINHAS PEDRO TINHA ANTES DE INICIAR O JOGO?

9) JOÃO GANHOU DE SUA AVÓ UM SACO COM 12 BISCOITOS. ALGUNS ERAM DE MAISENA E OUTROS DE POLVILHO. SETE BISCOITOS ERAM DE MAISENA. QUANTOS BISCOITOS ERAM DE POLVILHO?

Este material faz parte da pesquisa Recontextualizar as cênicas e a contação de histórias para os processos de ensino e de aprendizagem da Educação Básica à formação de professor, desenvolvida pela Universidade La Salle em parceria com a Secretaria Municipal de Educação.

APÊNDICE D – Planejamento – Aula 1 – Etapa 2 – Projeto Recontextualizar

Etapa 2: As quatro operações – Quem quer aumentar um ponto?

1 IDENTIFICAÇÃO

- **Professor Formador:** Roger de Abreu Silva.
- **Público-alvo:** 24 Docentes dos 3^{os} anos das 44 escolas das Séries Iniciais da Educação Básica do Município de Canoas inscritos no Projeto de Extensão: Recontextualizar as Ciências e a Contação de Histórias Para os Processos de Ensino e de Aprendizagem da Educação Básica à Formação de Professor.
- **Duração:** 3 horas
- **Data:** 20.6.2022
- **Conteúdo:** Matemática (3º ano – Séries Iniciais do Ensino Fundamental)

Unidades Temáticas

Grandezas e Medidas

- Medidas de tempo: leitura de horas em relógios digitais e analógicos, duração de eventos e reconhecimento de relações entre unidades de medida de tempo.

Probabilidade e estatística:

- Leitura, interpretação e representação de dados em tabelas de dupla entrada e gráficos de barras.
- Coleta, classificação e representação de dados referentes a variáveis categóricas por meio de tabelas e gráficos.

- **Habilidades**

- (EF03MA23) Ler horas em relógios digitais e em relógios analógicos e reconhecer a relação entre hora e minutos e entre minuto e segundos.
- (EF03MA22) Ler e registrar medidas e intervalos de tempo, utilizando relógios (analógico e digital) para informar os horários de início e término de realização de uma atividade e sua duração.
- (EF03MA26) Resolver problemas cujos dados estão apresentados em tabelas de dupla entrada, gráficos de barras ou de colunas.
- (EF03MA27) Ler, interpretar e comparar dados apresentados em tabelas de dupla entrada, gráficos de barras ou de colunas, envolvendo resultados de pesquisas significativas, utilizando termos como maior e menor frequência,

apropriando-se desse tipo de linguagem para compreender aspectos da realidade sociocultural significativos.

- (EF03MA28) Realizar pesquisa envolvendo variáveis categóricas em um universo de até 50 elementos, organizar os dados coletados utilizando listas, tabelas simples ou de dupla entrada e representá-los em gráficos de colunas simples, com e sem uso de tecnologias digitais.

2 COMPETÊNCIAS

- Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo;
- Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.
- Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes. Utilizar as ferramentas disponíveis para solucionar problemas de adição.
- Utilizar processos e ferramentas Matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.
- Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas e dados).
- Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

3 RECURSOS

1. Apostila Impressa;
2. Materiais confeccionados (cenário e materiais para contação de histórias (dedoches);
3. Laboratório de Informática ou *Chrome books* para interação das atividades com o uso das Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs);
4. Uso de plataformas digitais: Google Sala de Aula, Canva, Padlet e Mentimeter.

4 METODOLOGIA

1. Contação de Histórias;
2. Uso de TICs

5 DESENVOLVIMENTO

1º Momento (15 minutos)

- Apresentação do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) da Pesquisa do Doutorado
- Apresentação inicial (professor e alunos)
- Descrição do cronograma;
- Entrega do material a ser utilizado.

2º Momento (15 minutos)

Contação de Histórias: Alice no País dos Números

- Apresentação do Livro Alice no País dos Números;
- Leitura adaptada do capítulo 1 por meio de fantoches (dedoches);

A Matemática não serve para nada

Alice estava sentada no parque perto de sua casa com um livro e um caderno no colo e uma caneta na mão. O sol brilhava e os pássaros alegravam a manhã com seu canto, mas a menina estava de mau humor; tinha de fazer a lição de casa.

– Que droga de Matemática! Por que tenho de perder tempo com essas contas ridículas em vez de brincar ou ler um bom livro de aventura? – queixou-se em voz alta. – A Matemática não serve pra nada!

Como se suas palavras fossem mágicas, saiu detrás de uns arbustos, ao lado do banco onde estava sentada, um estranho personagem: um indivíduo comprido, com rosto meio triste (melancólico), usando roupas como as de antigamente. Parecia uma ilustração de um livro Antigo (livro de Dickens) que havia na casa de sua avó, pensou Alice.

- Será que ouvi direito, jovem? Você disse que a matemática não serve para nada? – perguntou o homem, com uma expressão preocupada.
- Sim, foi isso mesmo que eu disse. Mas, quem é você? Não é um daqueles que incomodam as meninas nos parques...
- Depende do que você entende por incomodar. Se a Matemática a incomoda tanto quanto suas lamentações absurdas fazem crer, talvez se sinta, de fato, pouco à vontade na frente de um matemático.
- Por quê? Por acaso você é matemático? Você mais parece um desses poetas que andam por aí arrancando pétalas de margaridas.
- Também sou poeta.
- Recite um poema, então.
- Depois, talvez. Quando a gente encontra uma menina cabeça dura que diz que a Matemática não serve para nada, precisa primeiro mostrar que está errada.
- Não sou cabeça dura! – protestou Alice. – E não quero que fique aí falando de Matemática!
- Isso é um absurdo, considerando o quanto os números lhe interessam.
- Me interessam? Você está brincando! Os números não me interessam nem isto aqui – retrucou Alice, juntando a ponta do indicador e do polegar. – Não sei, nem quero saber nada de Matemática.
- Está enganada. Sabe mais do que pensa saber. Por exemplo, quantos anos você tem?
- Onze. – E quantos anos você tinha no ano passado? – Mas que pergunta boba... dez, óbvio.
- Então, você sabe contar, e essa é a origem e a base da aritmética. Você acabou de dizer que não serve para nada, mas já parou para pensar como seria o mundo se não existissem os números, se não soubéssemos contar?
- Com certeza seria muito mais divertido.
- Mas, por exemplo, você não saberia que tem onze anos. Aliás, ninguém saberia, e, muito provavelmente, em vez de estar tão tranquila passeando no parque, talvez estivesse trabalhando como um adulto.
- Não estou passeando, estou estudando Matemática!
- Muito bom! É muito bom mesmo que as crianças de onze anos estudem Matemática. Aliás, você sabe como se escreve o número onze?
- Claro que sei, assim – respondeu Alice, escrevendo 11 em seu caderno
- Muito bem. E por que esses dois números "um" juntos representam o número 11?

- Porque sim. Sempre foi desse jeito.
- Não, senhora. Para os antigos romanos, por exemplo, dois números "um" juntos não representavam o número onze, mas o número dois – respondeu o homem, pegando a caneta de Alice e escrevendo um II enorme no caderno. (Cartaz mostrando)
- É verdade – admitiu a menina. – Na casa de minha avó tem um relógio com esses algarismos do tempo dos romanos... Com um dois igual a esse.
- E, se pensarmos bem, parece o mais lógico, você não acha?
- Por quê?
- Se colocarmos uma maçã ao lado de outra maçã, temos duas maçãs, certo?
- Certo.
- E se colocarmos um ao lado de outro um, temos dois uns e duas vezes um é dois.
- É verdade, nunca tinha pensado nisso. Por que então 11 significa onze e não dois?
- Você está me fazendo uma pergunta de Matemática? – Acho que sim.
- Alguns minutos atrás, você disse que não queria nem ouvir falar de Matemática. Você é bastante indecisa. Muda muito de opinião.
- Só mudei de opinião uma vez! – retrucou Alice. – Além do mais, não quero mesmo que você fale nada de Matemática, só quero que explique o onze.
- Não posso explicar só o onze; na Matemática as coisas se relacionam entre si, decorrendo umas das outras de forma lógica. Para explicar por que o número onze se escreve desse jeito tenho de contar a história dos números desde o começo.
- E é uma história muito comprida? – Acho que sim.
- Não gosto de histórias muito longas; quando se chega ao final, não se lembra mais do início.
- Bem, no lugar da história dos números, posso contar um conto, que é quase a mesma coisa...
- Reflexão da importância da leitura e da contação de histórias.
- Leitura colaborativa do conto O tempo de Dionísio Jacob (relacionando com o conto do livro, uma vez que o final mostra que o poeta contará um conto).
- Reflexão: Qual relação do conto com o capítulo do 1 do Livro Alice no País dos Números?

3º Momento (15 minutos)

- Realização da Atividade 1 à Atividade 4.
- Correção e verificação das dificuldades encontradas.

4º Momento: (30-45 minutos)

- Explicação do Uso de Gráficos (Gráfico da Idade da Alice e da sua irmã);
- Atividade Interativa (Construção da idade dos alunos) (atividade será feita em Grupos de 4 alunos e exposto aos demais para a discussão e comparação das idades.
- Reflexão de como seria com a idade dos alunos.
- Realização da Atividade 6.

5º Momento: (15 minutos)

- Construção do Relógio Analógico (Relógios serão entregues para recorte e montagem dos ponteiros.);
- Explicação do Ponteiro de Horas e Minutos;
- Realização da Atividade 7, simulando o horário 17h e 17h e 30. (Outras horas também conforme irão refletindo as dificuldades.) exemplo: 13h, 13h e 10 min, 14h e 15 min, 7h e 45 min, etc.

6º Momento: (30 minutos)

- Explicação dos Números Romanos: (contextualização)
Os algarismos romanos são um sistema de representação numeral ainda presente e, de certa forma, comuns no cotidiano, simbolizando capítulos de livros, relógios, entre outros vários exemplos.
Os algarismos romanos chamam a atenção por possuir representação simbólica a partir de letras do alfabeto e já foram o sistema de representação numérica mais utilizado no continente europeu há muito tempo.
- Apresentação do vídeo: <https://www.youtube.com/watch?v=ea3X1n639Zk>



- Construção do Relógio de Números Romanos. (Atividade 8)
- Explicação de como funciona os Números Romanos (página 14)
- Atividade 9, 10, 11

7º Momento: 15 minutos

Com fita colorida os alunos vão criar uma amarelinha de Números Romanos e irão brincar na atividade.

(Intervalo 15 minutos)

8º Momento (15 minutos)

Com o uso dos *ChromeBooks* ou Computadores, os alunos irão responder o *padlet*: <https://padlet.com/abreurogerve/Bookmarks> e <https://www.menti.com/qimi6r6f6a>

8º Momento: 15 minutos

Planejamento das Atividade e Postagem no Google Sala de Aula

6 DESAFIOS DA PROPOSTA

Desenvolver a articulação entre as habilidades e competências didático-matemáticas de professores de 3^{os} anos com as atividades e o planejamento a serem desenvolvidos.

7 REFERÊNCIAS

FRABETTI, Carlo. **Alice no país dos números**. Ilustrações Cris e Jean. Trad. Maria Dolores Prades. São Paulo: Ática, 2021.

SMOLE, K. C. *et al.* **Era uma vez na Matemática**: uma conexão com a Literatura Infantil. São Paulo: Centro de Aperfeiçoamento do Ensino da Matemática. São Paulo: Instituto de Matemática e Estatística da USP, 1996.

Link do Polígrafo:

<https://drive.google.com/file/d/13b8sKNZeCojsfkkMn9gQg7XbRRGxRu7F/view?usp=sharing>

APÊNDICE E – Planejamento Aula 2 – Etapa 2 – Projeto Recontextualizar

Etapa 2: As quatro operações – Quem quer aumentar um ponto?

PLANO DA AULA

1 IDENTIFICAÇÃO

- **Professor Formador:** Roger de Abreu Silva.
 - **Público-alvo:** 29 Docentes dos 3^{os} anos das 44 escolas das Séries Iniciais da Educação Básica do município de Canoas inscritos no Projeto de Extensão: Recontextualizar as Ciências e a Contação de Histórias para os Processos de Ensino e de Aprendizagem da Educação Básica à Formação de Professor.
 - **Duração:** 3 horas
 - **Data:** 27.6.2022
 - **Conteúdo:** Matemática (3º ano – Séries Iniciais do Ensino Fundamental)
- Unidades Temáticas:**
- Números:**
- Leitura, escrita, comparação e ordenação de números naturais de quatro ordens;
 - “Construção de fatos fundamentais da adição, subtração e multiplicação Reta numérica”.
 - Procedimentos de cálculo (mental e escrito) com números naturais: adição e subtração
- **Habilidades**
 - EF03MA06) Resolver e elaborar problemas de adição e subtração com os significados de juntar, acrescentar, separar, retirar, comparar e completar quantidades, utilizando diferentes estratégias de cálculo exato ou aproximado, incluindo cálculo mental.
 - (EF02MA03) Comparar quantidades de objetos de dois conjuntos, por estimativa e/ou por correspondência (um a um, dois a dois, entre outros), para indicar “tem mais”, “tem menos” ou “tem a mesma quantidade”, indicando, quando for o caso, quantos a mais e quantos a menos.
 - (EF02MA08) Resolver e elaborar problemas envolvendo dobro, metade, triplo e terça parte, com o suporte de imagens ou material manipulável, utilizando estratégias pessoais.

2 COMPETÊNCIAS

- Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.
- Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.
- Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes. Utilizar as ferramentas disponíveis para solucionar problemas de adição.
- Utilizar processos e ferramentas Matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.
- Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).
- Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

3 RECURSOS

- 1 Apostila Impressa
- 2 Materiais confeccionados (cenário e materiais para contação de histórias (dedoches)
- 3 Uso de TICs: Jamboard.Site IXL
- 4 Material Concreto disponibilizado.

4 METODOLOGIA

- 1 Contação de Histórias;
- 2 Uso de Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs)

5 DESENVOLVIMENTO

1º Momento (45 minutos)

Socialização das atividades planejadas

2º Momento (45 minutos)

- Entrega do Material impresso
- Discussão História dos Números (Leitura preliminar)
- Apresentação do vídeo https://youtu.be/_BsoQQUpvMw a origem dos números
- Contação de Histórias (História dos Números)

3º Momento (45 minutos)

- Atividades Construção do Número.
- Discussão da importância da relação biunívoca e diferenças entre o valor numérico e a quantidade.
- Realização das atividades propostas e do material concreto.

4º Momento (15 minutos)

Intervalo

5º Momento (30 minutos)

Contação de Histórias: Alice no País dos Números

- Leitura adaptada do capítulo 2 por meio de fantoches (dedoches);
- Discussão em Grupo sobre a representação do Número.
- Planejamento de atividades.

6 DESAFIOS DA PROPOSTA

Desenvolver a articulação entre as habilidades e competências didático-Matemáticas de professores de 3^{os} anos com as atividades desenvolvidas e o planejamento a ser desenvolvido.

7 REFERÊNCIAS

FRABETTI, Carlo. **Alice no país dos números**. Ilustrações Cris e Jean. Trad. Maria Dolores Prades. São Paulo: Ática, 2021.

CENTURIÓN, Marília. **Números e operações**: conteúdo e metodologia da Matemática. São Paulo: Editora Scipione, 1994.

Link do Polígrafo:

[https://www.canva.com/design/DAE-X-](https://www.canva.com/design/DAE-X-AMrKE/akjtI8oqQfIuccrzL_pCSQ/edit?utm_content=DAE-X-AMrKE)

[AMrKE/akjtI8oqQfIuccrzL_pCSQ/edit?utm_content=DAE-X-](https://www.canva.com/design/DAE-X-AMrKE/akjtI8oqQfIuccrzL_pCSQ/edit?utm_content=DAE-X-AMrKE)

[AMrKEutm_campaign=designshareutm_medium=link2utm_source=sharebutton](https://www.canva.com/design/DAE-X-AMrKE/akjtI8oqQfIuccrzL_pCSQ/edit?utm_content=DAE-X-AMrKE)

APÊNDICE F – PLANEJAMENTO AULA 3 – ETAPA 2 – PROJETO RECONTEXTUALIZAR

Etapa 2: As quatro operações – Quem quer aumentar um ponto?

PLANO DA AULA

1 IDENTIFICAÇÃO

- **Professor Formador:** Roger de Abreu Silva.
- **Público-alvo:** 24 Docentes dos 3^{os} anos das 44 escolas das Séries Iniciais da Educação Básica do Município de Canoas inscritos no Projeto de Extensão: Recontextualizar as Ciências e a Contação de Histórias para os Processos de Ensino e de Aprendizagem da Educação Básica à Formação de Professor.
- **Duração:** 3 horas
- **Data:** 4/7/2022
- **Conteúdo:** Matemática (3º ano – Séries Iniciais do Ensino Fundamental)

Unidades Temáticas

Números

- Leitura, escrita, comparação e ordenação de números naturais de quatro ordens;
 - Procedimentos de cálculo (mental e escrito) com números naturais: adição e subtração;
 - Problemas envolvendo significados da adição e da subtração: juntar, acrescentar, separar, retirar, comparar e completar quantidades.
- **Habilidades**
 - (EF03MA01) Ler, escrever e comparar números naturais até a ordem de unidade de milhar, estabelecendo relações entre os registros numéricos e em língua materna
 - (EF03MA02) Identificar características do sistema de numeração decimal, utilizando a composição e a decomposição de número natural de até quatro ordens.
 - (EF03MA10) Identificar regularidades em sequências ordenadas de números naturais, resultantes da realização de adições ou subtrações sucessivas, por um mesmo número, descrever uma regra de formação da sequência e determinar elementos faltantes ou seguintes.

2 COMPETÊNCIAS

- Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo;
- Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.
- Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes. Utilizar as ferramentas disponíveis para solucionar problemas de adição.
- Utilizar processos e ferramentas Matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.
- Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas e dados).
- Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

3 RECURSOS

- 1 2Apostila impressa.
- 2 Uso de vídeo para contação de histórias.
- 3 Material concreto disponibilizado: material dourado.

4 METODOLOGIA

- 1 Contação de Histórias;
- 2 Uso de Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs)

5 DESENVOLVIMENTO

1º Momento (45 minutos)

Socialização das atividades planejadas.

2º Momento (45 minutos)

- Entrega do Material impresso;
- Apresentação do vídeo <https://www.youtube.com/watch?v=oRTxO3yyR50> O que é o sistema de numeração decimal?
- Discussão sobre o sistema de numeração;

3º Momento (15 minutos)

- Apresentação da Evolução do Número.

Atividade interativa no *Padlet*: <https://padlet.com/rogersilva8/Bookmarks>, com discussão sobre como as professoras trabalham em sala de aula.

- Explicação tipos de ábaco.
- Explicação da construção do ábaco de palitos e do material dourado.
- Realização das atividades propostas e do material concreto.

4º Momento (15 minutos)

Intervalo

5º Momento (30 minutos)

Contação de Histórias: Contação de Histórias Aritmética da Emília, capítulo IV – Manobra dos Números – <https://www.youtube.com/watch?v=WYy9f5-9Cng>

- Discussão em grupo sobre a leitura da história.
- Realização da atividade 8 e 9.
- Realização do Jogo Ganha Cem Primeiro.
- Discussão sobre o jogo.
- Relações com o sistema monetário
- Atividade 10 – Realização das atividades da leitura preliminar do capítulo 3.
- Planejamento de atividades.

6 DESAFIOS DA PROPOSTA

Desenvolver a articulação entre as habilidades e competências didático-matemáticas de professores de 3ºs anos com as atividades e o planejamento a serem desenvolvidos.

7 REFERÊNCIAS

LOBATTO, Monteiro. **Aritmética da Emília**. Ilustrações Jorge Kato. São Paulo: Círculo do Livro, 2000.

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez (org.). **Materiais manipulativos para o ensino do sistema de numeração decimal**. São Paulo: Mathema, 2012. V. 1.

Link da Polígrafo:

https://www.canva.com/design/DAFC9Hg-JaU/IcerfH-NJOLE_I46zyp_Zg/edit?utm_content=DAFC9HgJaU&utm_campaign=designshare&utm_medium=link2&utm_source=sharebutton

APÊNDICE G – PLANEJAMENTO AULA 4 – ETAPA 2 – PROJETO RECONTEXTUALIZAR

Etapa 2: As quatro operações – Quem quer aumentar um ponto?

PLANO DA AULA

1 IDENTIFICAÇÃO

- **Professor Formador:** Roger de Abreu Silva.
- **Público-alvo:** 24 Docentes dos 3^{os} anos das 44 escolas das Séries Iniciais da Educação Básica do Município de Canoas inscritos no Projeto de Extensão: Recontextualizar as Ciências e a Contação de Histórias para os Processos de Ensino e de Aprendizagem da Educação Básica à Formação de Professor.
- **Duração:** 3 horas
- **Data:** 11/7/2022
- **Conteúdo:** Matemática (3º ano – Séries Iniciais do Ensino Fundamental)

Unidades Temáticas

Números

- Construção de fatos fundamentais da adição, subtração e multiplicação.
- Procedimentos de cálculo (mental e escrito) com números naturais: adição e subtração;
- Problemas envolvendo diferentes significados da multiplicação e da divisão: adição de parcelas iguais, configuração retangular, repartição em partes iguais e medida.

Geometria

- Localização e movimentação: representação de objetos e pontos de referência;
- Figuras geométricas planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo): reconhecimento e análise de característica.

Grandezas e medidas

- Comparação de áreas por superposição.

- **Habilidades**

- (EF03MA02) Identificar características do sistema de numeração decimal utilizando a composição e a decomposição de número natural de até quatro ordens.

- (EF03MA07) Resolver e elaborar problemas de multiplicação (por 2, 3, 4, 5 e 10) com os significados de adição de parcelas iguais e elementos apresentados em disposição retangular, utilizando diferentes estratégias de cálculo e registros.
- (EF03MA08) Resolver e elaborar problemas de divisão de um número natural por outro (até 10), com resto zero e com resto diferente de zero, com os significados de repartição equitativa e de medida, por meio de estratégias e registros pessoais
- (EF03MA15) Classificar e comparar figuras planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo) em relação a seus lados (quantidade, posições relativas e comprimento) e vértices.
- (EF03MA21) Comparar, visualmente ou por superposição, áreas de faces de objetos, de figuras planas ou de desenhos

2 COMPETÊNCIAS

- Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo;
- Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.
- Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes. Utilizar as ferramentas disponíveis para solucionar problemas de adição.
- Utilizar processos e ferramentas Matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.
- Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e

linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas e dados).

- Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

3 RECURSOS

- 1 Apostila impressa.
- 2 Uso de vídeo para contação de histórias.
- 3 Material concreto disponibilizado: material dourado.

4 METODOLOGIA

- 1 Contação de Histórias.
- 2 Uso de Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs).

5 DESENVOLVIMENTO

1º Momento (15 minutos)

Socialização das atividades planejadas.

2º Momento (45 minutos)

- Entrega do Material impresso;

O que é um ábaco: <https://www.youtube.com/watch?v=TEI-oYzSdcE>

Apresentação do ábaco virtual: <https://www.nossoclubinho.com.br/abaco-virtual-2-0/>

Operações de adição e subtração com o ábaco e o material dourado.

- Realização da atividade 1: <https://www.nossoclubinho.com.br/jogo-de-matematica-soma-subtraca/>
- Multiplicação com o ábaco: <https://www.youtube.com/watch?v=Mbd6ZNjuukc>
- 4 operações com o ábaco: <https://www.youtube.com/watch?v=t57n7bkboec>

3º Momento (45 minutos)

Intervalo

4º Momento (60 minutos)

- Atividade 2 Construção da Lata da Matemática:
<https://www.youtube.com/watch?v=3r2bV89W66c>
- Multiplicação na Geometria e a relação com a área.
- Par ordenado.

Contação de Histórias: História A Cidade das Formas

<https://www.youtube.com/watch?v=vrMbowzuEoQ>

6 DESAFIOS DA PROPOSTA

Desenvolver a articulação entre as habilidades e competências didático-matemáticas de professores de 3^{os} anos com as atividades desenvolvidas e o planejamento a ser desenvolvido.

7 REFERÊNCIA

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez (org.). **Quatro operações básicas**. São Paulo: Mathema, 2012. V. 2

APÊNDICE H – AULA 5 – APRESENTAÇÃO DA AOS – ETAPA 2 – PROJETO RECONTEXTUALIZAR

- A aula foi um fechamento da Etapa 2 com a reflexão gerada pela apresentação da AOS.
- Reflexões sobre o Planejamento feito das Aula 1, 2, 3 e 4, contemplando as habilidades e competências já trabalhadas.
- Reflexão da pergunta: “O que é uma boa aula de Matemática?”

REFERÊNCIA

BREDA, A.; PALOMEQUE, E. C.; HUMMES, V. B. Análise de relatos de práticas de professores utilizando o modelo de competências e conhecimentos didático-matemáticos (CCDM). *In: CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO E APRENDIZAGENS, 3., SEMINÁRIO INSTITUCIONAL DO PIBID/UNIVATES, 7., E SEMINÁRIO DE RESIDÊNCIA PEDAGÓGICA/UNIVATES, 1., 2020, Lajeado. Anais [...]. Lajeado: Univates, 2020. p. 38-41.*

Etapa 2: As quatro operações – Quem quer aumentar um ponto?

SLIDES DA AULA

5º ENCONTRO: O QUE É UMA BOA AULA DE MATEMÁTICA

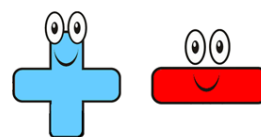


UNIVERSITAT DE
BARCELONA

Aspectos a serem considerados para um adequado processo de ensino e aprendizagem de um objeto matemático:

O caso da adição e da subtração nos anos iniciais

Professora Adriana



Como deve ser uma (boa) aula (sequência de aulas) de matemática?

Que critérios usamos para justificar que houve/ou poderia haver uma melhora nos processos de ensino e aprendizagem da matemática?

Qual o papel do professor?

O que significa “ensinar uma matemática adequada?”

A adição e seus significados

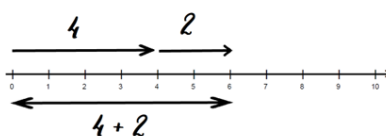


Adição

A adição é uma operação interna no sentido de que somando dois números naturais obtemos outro número natural e o representamos de diferentes maneiras:

Simbolicamente: $4 + 2$

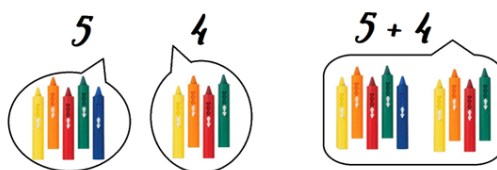
Graficamente e simbolicamente na linha.



Adição como **agregação**

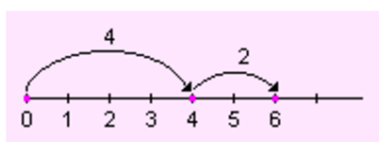
Por um lado, entendemos pela soma de duas coleções disjuntas de objetos o cardinal da união.

Por exemplo, suponha que em uma gaveta temos um saco com 5 lápis e outro saco com 4 lápis, $5+4$ é o número de lápis obtido esvaziando os dois sacos na gaveta.



Adição como “**seguir contando**”

A soma pode ser interpretada como um aumento, ou seja, tenho uma coleção de objetos e estou adicionando mais objetos a essa coleção e quero saber a quantidade de objetos que tenho ao final.



Por exemplo, $4+2$ é o número que resulta de contar dois depois de contar 4.

"Eu tenho cinco lápis em um estojo e adiciono mais três, quantos eu terei no total?"

Neste caso o que se faz é "continuar contando" a partir do primeiro número (o cardinal da coleção inicial) o número de objetos que foram adicionados.

Representação da adição

Além da forma usual de representar os números naturais, existem outras formas de representação em que a adição desempenha um papel fundamental:

- Notação expandida: $(432 = 400 + 30 + 2)$
- Notação polinômica: $4 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10 + 2 \cdot 10^0$

As propriedades da adição são: elemento neutro, comutativa e associativa

- Nos primeiros anos do ensino fundamental, o objetivo é que os alunos os apliquem a números específicos, e nos anos posteriores é quando é conveniente refletir sobre essas propriedades (por exemplo, para melhorar o cálculo mental).
- A importância dessas propriedades para o cálculo mental deve ser destacada uma vez que, por exemplo, os alunos da primeira idade melhoram muito sua capacidade de somar quando conseguem converter $2+9$ em $9+2$ e contar dois a partir de nove.
- A propriedade associativa, por exemplo, nos diz que para somar três números temos que somar dois deles e então somar o terceiro com o resultado da soma dos outros dois.

Pense em uma sequência didática para justificar as propriedades: elemento neutro, comutativa, associativa da soma dos números naturais, no nível educativo em que você está ensinando.

Diferentes Algoritmos

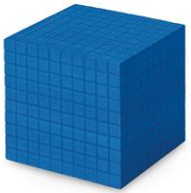
- Embora em muitos casos os algoritmos sejam entendidos como as “quatro regras”, ou seja, os algoritmos que permitem somar, subtrair, dividir e multiplicar com lápis e papel, o conceito de algoritmo é mais geral.
- A primeira coisa a notar é que existem diferentes algoritmos possíveis para a mesma operação.
- Os algoritmos que conhecemos são um produto histórico que substituiu o cálculo pelos dedos e pelo ábaco, pois, de certa forma, são o resultado de uma tecnologia específica: a do lápis e do papel;
- Ao calcular com o ábaco, os algoritmos eram diferentes dos atuais e da mesma forma pode-se supor que no futuro, com a integração do uso da calculadora no currículo, novos algoritmos surgirão. Por exemplo, você pode calcular o quociente de uma divisão com a calculadora.
- Os algoritmos utilizados nem sempre são a versão mais simples, e
- Os algoritmos atuais têm certas características comuns: são escritos, padrão, abreviados, automáticos, simbólicos, gerais.
- No sistema escolar atual, o algoritmo padrão, que até muito recentemente era um dos conteúdos fundamentais do currículo escolar, está perdendo parte de sua importância, pois outras técnicas de cálculo são incorporadas, como o uso da calculadora e o cálculo mental e estimativo.

Algoritmos da adição

- Para explicar o algoritmo de adição de forma significativa, é conveniente seguir as três fases seguintes: **manipulativa, gráfica e simbólica**. A manipulação pode ser feita com diferentes materiais (blocos de base 10, ábacos, dinheiro,...).
- Por outro lado, é necessário distinguir entre a soma sem incremento e a soma com incremento e na fase simbólica é conveniente distinguir entre o algoritmo e o pré-algoritmo.

Fase manipulativa e gráfica

Blocos base 10

UNIDAD	REPRESENTACIÓN
<i>Unidad</i>	
<i>Decena</i>	
<i>Centena</i>	
<i>Unidad de mil (millares)</i>	

Ábaco

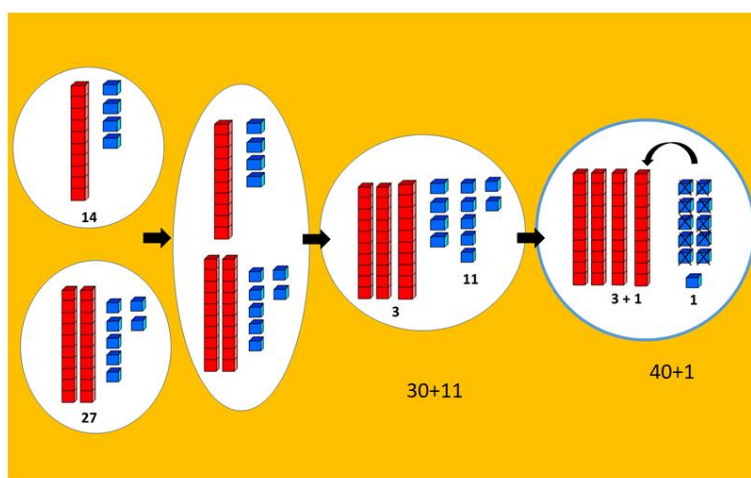


Exemplo de soma com e sem incremento usando blocos base 10

- <https://www.youtube.com/watch?v=cMECNQeHLF0>



Exemplo de soma com incremento usando os blocos base 10:



Soma com incremento usando o Ábaco

- https://www.youtube.com/watch?v=Uj37TLO_bXc



FASE SIMBÓLICA

1. Pre-algoritmo

Decenas			Unidades	
+	1	1	4	
	2		7	
	3		11	
	4		1	

2. Algoritmo

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 14 \\
 + 27 \\
 \hline
 41
 \end{array}$$

Conhecimentos prévios

Os conteúdos necessários para entender como funciona o algoritmo da adição padrão são:

**a estrutura do sistema de numeração decimal,
adições básicas e propriedades (associativas, comutativas e
distributivas).**

- Algumas dificuldades observadas nos alunos em relação à soma à esquerda podem ser resolvidas com o algoritmo de somas parciais:

$$\begin{array}{r}
 862 \\
 + 779 \\
 \hline
 11 \\
 13 \\
 15 \\
 \hline
 1641
 \end{array}$$

Exemplo de atividade relacionada à adição rica em procesos matemáticos

- Um quadrado mágico é uma tabela onde uma série de números inteiros são dispostos em um quadrado ou matriz de tal forma que a soma dos números por colunas, linhas e diagonais principais seja a mesma. A tabela a seguir é um quadrado mágico?

8	3	4
1	5	9
6	7	2

Um dos quadrados mágicos mais famosos é o de Albrecht Dürer (1471-1528).

- Verifique se é um quadrado mágico
- Some os quatro números no centro e os quatro números nos cantos, o que você vê?
- Adicione 11 a cada número no quadrado, o novo quadrado também é mágico



16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

Exemplo de atividade com alta demanda cognitiva

- A soma de cinco números de dois dígitos é menor que 100. Considerando cada uma das seguintes afirmações, decida se elas são necessariamente verdadeiras, necessariamente falsas ou possivelmente verdadeiras, justificando sua resposta
 1. Todos os números são menores que 20
 2. Um dos números é maior que 60
 3. Quatro dos números são maiores que 20, e o quinto é menor que 20
 4. Se dois dos números são menores que 20, pelo menos um é maior que 20.
 5. Se todos os cinco números forem diferentes, a soma de todos os cinco será maior ou igual a 60.

- **É importante propor atividades abertas que impliquem uma alta demanda cognitiva para os alunos.**
- Nesta última atividade, **os alunos devem ser estimulados a dizer em voz alta** o que pensam e discutir entre si.
- Por exemplo, pretende-se que os alunos respondam da seguinte forma à questão 2:
- Não pode ser. Se os quatro primeiros números forem 10, que é o menor que podem ser, pois têm dois dígitos, o quinto teria que ser 60, então nenhum deles pode ser maior que 60.

A subtração e seus significados



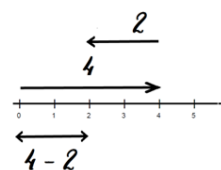
A subtração

A subtração, ao contrário da adição, não é uma operação interna no sentido de que subtraindo dois números naturais podemos obter números negativos (inteiros).

É representado de duas maneiras diferentes:

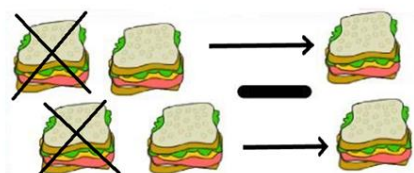
Simbolicamente: $4 - 2$

Graficamente e simbolicamente na linha.



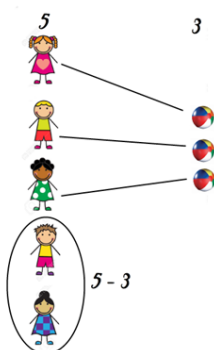
A subtração como ação de retirar ou eliminar

Por exemplo, temos 4 sanduíches e comemos dois, $4 - 2$ é o número de sanduíches que você recebe quando come dois.



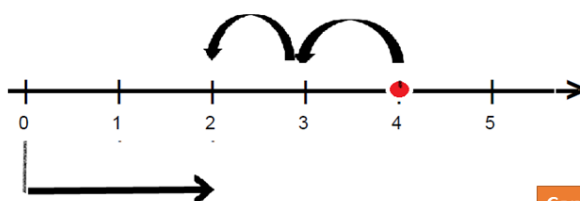
A subtração como ação de comparar

Por outro lado, entendemos por subtração a ação de “comparar”. Por exemplo, existem 5 crianças e 3 bolas, $5 - 3$ é o número de crianças que ficaram sem bola.



A subtração como "contar para atrás"

Por exemplo, $4 - 2$ é o número que resulta da contagem regressiva de dois de quatro.



$$4 - 2$$

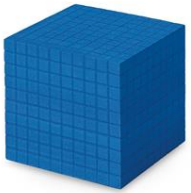
Caminhamos até a terceira parada de ônibus e tivemos que voltar duas. Em qual parada de ônibus ficamos ao final do trajeto?

Algoritmos da subtração

- Para explicar o algoritmo da subtração de forma significativa, é conveniente seguir as três fases seguintes: manipulativa, gráfica e simbólica.
- A manipulação pode ser feita com diferentes materiais (blocos de base 10, ábacos, dinheiro,...).
- Por outro lado, é necessário distinguir entre a SUBTRAÇÃO sem incremento e a SUBTRAÇÃO com incremento e na fase simbólica é conveniente distinguir entre o algoritmo e o pré-algoritmo.

Fase manipulativa e gráfica

Blocos base 10

UNIDAD	REPRESENTACIÓN
<i>Unidad</i>	
<i>Decena</i>	
<i>Centena</i>	
<i>Unidad de mil (millares)</i>	

Ábaco



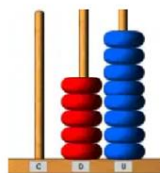
Exemplo de subtração com incremento usando blocos base 10

- <https://www.youtube.com/watch?v=jDhQQE3zGn8>

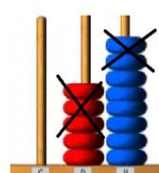


Exemplo de subtração sem incremento usando Ábaco

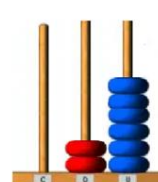
$$\begin{array}{r} 58 \\ - 32 \\ \hline \end{array}$$



58



32



58-32=26

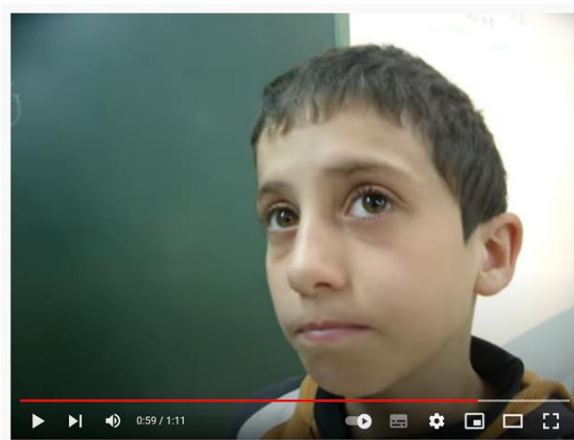
Exemplo de subtração com incremento usando Ábaco

- <https://www.youtube.com/watch?v=WQu3gMc7D1s>



Fase simbólica

Algoritmo de ISAIAS



Participação dos alunos

- <https://www.youtube.com/watch?v=uJ9X1MRJmtY>

D	C
5	8
3	2
2	6

—

Pre-algoritmo

$$\begin{array}{r} 58 \\ - 32 \\ \hline 26 \end{array}$$

Algoritmo

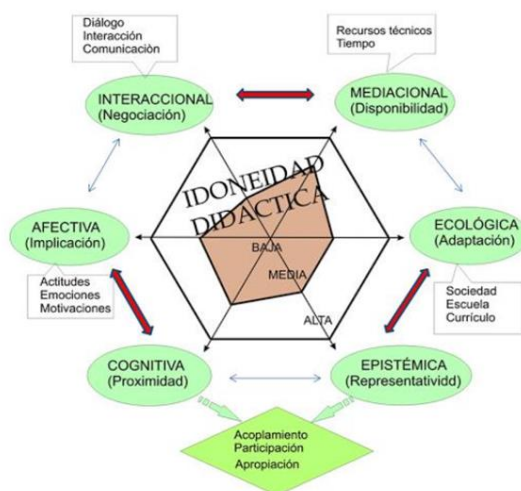
Podemos concluir que ...

- *As noções matemáticas que devemos explicar são complexas, pois têm significados, representações, procedimentos, etc. diferentes.*
- *Portanto, seria conveniente explicar esses diferentes significados e conectá-los adequadamente.*

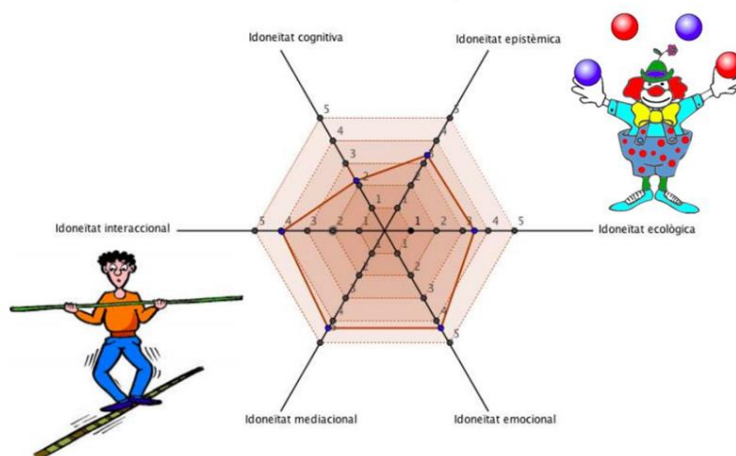
Podemos concluir que ...

- Para ter uma “boa” aula de matemática é necessário que se sigam alguns princípios/critérios nos processos de ensino e aprendizagem da matemática;
- Esses critérios, **provém de consensos da comunidade de educação**, devem ser usados com um certo “equilíbrio”;
- Dentro de um determinado contexto particular, podem surgir algum outro critério que possa ser próprio de tal contexto;
- De forma global, um dos princípios que se deve ter em conta para se ter uma “boa aula matemática” é considerar que a matemática que vamos ensinar seja idônea ou adequada.

Critérios de Idoneidade Didática



O professor é um malabarista/equilibrista



APÊNDICE I – TABULAÇÃO DO PRÉ-TESTE E GRUPO INTERVENÇÃO E CONTROLE

Grupo	AVALIAÇÃO	PRÉ_1_A	PRÉ_1_B	PRÉ_1_C	PRÉ_2	PRÉ_3	PRÉ_4	PRÉ_5	PRÉ_6	PRÉ_7	PRÉ_8	PRÉ_9	PRÉ_TOT	Acertos
Controle	PRÉ	-8	-3	-8	-7	1	-8	1	-8	-5	-8	-7	-60	2
Controle	PRÉ	1	1	1	-7	1	1	5	-1	-5	2	3	2	8
Controle	PRÉ	1	1	1	-2	1	1	6	6	6	-2	1	20	9
Controle	PRÉ	1	-7	1	-7	1	1	-7	1	-7	-7	-7	-37	5
Controle	PRÉ	1	1	1	1	1	1	6	6	1	6	1	26	11
Controle	PRÉ	1	-7	1	-3	1	1	6	6	4	6	4	20	9
Controle	PRÉ	3	3	3	-7	-8	-8	1	1	1	-8	-8	-27	6
Controle	PRÉ	-8	-8	-8	-8	-8	-8	-8	-8	-7	-8	-8	-87	0
Controle	PRÉ	1	1	1	1	1	1	6	6	6	0	6	30	10
Controle	PRÉ	1	6	1	1	1	1	6	6	6	6	1	36	11
Controle	PRÉ	1	1	1	-3	1	1	6	6	6	6	-5	21	9
Controle	PRÉ	1	-7	1	-7	1	-7	-8	6	6	-8	-8	-30	5
Controle	PRÉ	1	-7	1	-8	1	-7	-7	1	-7	-7	1	-38	5
Controle	PRÉ	1	-7	-7	-7	-7	-7	-7	-7	-7	-7	-7	-69	1
Controle	PRÉ	1	-7	1	-8	1	-7	1	-7	-7	-7	-7	-46	4
Controle	PRÉ	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-7	1	3	10
Controle	PRÉ	1	-7	1	-7	-7	1	3	1	1	1	1	-11	8
Controle	PRÉ	1	-3	1	-7	-7	-7	-1	-1	-6	-1	-1	-32	2
Controle	PRÉ	1	-7	1	-8	1	1	1	1	1	1	1	-6	9
Controle	PRÉ	1	-7	1	-7	1	1	6	6	-3	-2	1	-2	7
Controle	PRÉ	1	-7	1	-3	1	-7	6	6	6	-2	4	6	7
Controle	PRÉ	1	1	1	-3	1	1	6	6	6	-2	0	18	8
Controle	PRÉ	1	1	1	-7	-3	1	6	6	6	0	0	12	7
Controle	PRÉ	1	1	1	-7	1	1	6	6	-3	0	6	13	8
Controle	PRÉ	1	1	1	-3	-7	1	1	1	-7	-2	-7	-20	6
Controle	PRÉ	1	-8	1	-3	-7	-7	6	6	6	6	6	7	7
Controle	PRÉ	1	-7	1	-7	-7	-7	-3	6	-3	0	4	-22	4
Controle	PRÉ	1	-7	1	1	1	1	0	0	-3	0	-8	-13	5
Controle	PRÉ	1	1	1	-7	-4	-7	0	1	-3	6	-5	-16	5
Controle	PRÉ	1	1	1	-8	1	1	6	6	0	6	3	18	9
Controle	PRÉ	1	1	1	1	1	1	1	1	-5	-8	-5	-10	8
Controle	PRÉ	1	-3	1	-8	-8	-8	1	1	-5	-7	-7	-42	4
Controle	PRÉ	1	-8	-8	-8	-8	-8	1	-8	-8	-8	-8	-70	2
Controle	PRÉ	1	-8	1	-7	-7	-8	1	1	-2	-2	-7	-37	4
Controle	PRÉ	1	1	1	-8	-7	-8	1	1	-7	-7	1	-31	6
Controle	PRÉ	1	-3	1	-8	-7	-8	1	1	-7	-2	-8	-39	4
Controle	PRÉ	1	1	1	-8	1	-7	1	1	1	-2	-7	-17	7
Controle	PRÉ	1	-7	-7	-7	1	-7	2	2	-6	-6	-6	-40	4
Controle	PRÉ	1	-3	-7	-8	1	-7	-6	-6	-6	-6	-6	-53	2
Controle	PRÉ	1	1	1	-7	-7	1	-7	1	-5	-7	-7	-35	5
Intervenção	PRÉ	-8	-8	-7	-8	-8	-7	1	1	-7	-2	-8	-61	2
Intervenção	PRÉ	-7	-7	1	-7	-7	-7	6	-7	-7	0	-7	-49	2
Intervenção	PRÉ	-7	-7	1	-3	1	-7	1	1	-7	-2	-7	-36	4
Intervenção	PRÉ	-7	-7	-7	-7	-7	-7	6	-7	6	-7	-8	-52	2
Intervenção	PRÉ	1	1	1	1	1	-7	6	6	1	6	-7	10	9
Intervenção	PRÉ	1	-7	-7	-7	-7	-7	-7	-7	-7	-7	-7	-69	1
Intervenção	PRÉ	1	1	1	1	1	-7	1	1	1	1	1	3	10
Intervenção	PRÉ	1	1	1	1	1	-7	1	1	-7	-2	1	-8	8
Intervenção	PRÉ	1	-3	-3	1	1	-7	-8	-7	-5	-7	1	-36	4
Intervenção	PRÉ	1	1	1	1	1	1	1	1	-2	1	-7	0	9
Intervenção	PRÉ	1	1	1	1	1	-7	1	3	3	1	1	7	10
Intervenção	PRÉ	1	1	1	1	1	1	1	1	-2	1	-7	0	9
Intervenção	PRÉ	1	1	1	1	1	-7	1	1	-7	-2	1	-8	8
Intervenção	PRÉ	1	1	1	-7	-8	-7	1	1	1	-7	-7	-30	6
Intervenção	PRÉ	1	-8	-8	-8	-7	-8	-7	-8	-8	-8	-8	-77	1
Intervenção	PRÉ	1	-8	1	-7	-7	1	-7	-7	-7	1	-7	-46	4
Intervenção	PRÉ	1	-8	-8	-8	-7	-8	-8	-8	-8	-8	-8	-78	1
Intervenção	PRÉ	1	-7	-7	-7	1	-8	1	1	-7	-7	1	-38	5
Intervenção	PRÉ	1	1	1	-7	-7	1	1	2	1	-7	2	-11	8
Intervenção	PRÉ	1	-7	1	-7	3	-5	4	0	0	-4	-4	-18	4
Intervenção	PRÉ	1	-7	1	-3	1	-7	6	6	-5	-7	0	-14	5
Intervenção	PRÉ	1	-8	-8	-7	-7	-7	-7	-7	-7	-7	-7	-71	1
Intervenção	PRÉ	1	1	1	-7	-7	-7	6	6	0	-2	-2	-10	5
Intervenção	PRÉ	1	-7	1	-7	-7	-7	6	6	-3	6	-7	-18	5
Intervenção	PRÉ	1	-7	-7	-7	1	-7	-5	-5	3	3	-7	-37	4
Intervenção	PRÉ	1	1	1	-3	1	1	6	6	6	-2	6	24	9
Intervenção	PRÉ	1	-7	1	-3	1	1	6	6	6	6	6	24	9
Intervenção	PRÉ	1	-7	1	1	1	1	6	6	3	4	1	18	10
Intervenção	PRÉ	3	-8	3	-8	1	-7	-5	-5	-5	-8	-8	-47	3
Intervenção	PRÉ	3	-8	-8	1	1	-8	0	0	0	0	0	-19	3
Intervenção	PRÉ	3	-8	3	-7	1	1	1	-5	-7	-7	-7	-32	5

APÊNDICE J – TABULAÇÃO DO PÓS-TESTE GRUPO INTERVENÇÃO E CONTROLE

Controle	PÓS	-8	-8	-8	-8	-8	-7	-7	-7	-7	-7	1	-74	1
Controle	PÓS	-8	-8	-8	-8	-8	-8	-8	-8	-8	-8	-8	-88	0
Controle	PÓS	-8	-8	-8	-8	-8	-8	-8	-8	-8	-8	-8	-88	0
Controle	PÓS	-8	-8	-8	-8	-8	-8	-8	-8	-8	-8	-8	-88	0
Controle	PÓS	-7	1	-7	1	1	-7	1	1	1	1	-7	-21	7
Controle	PÓS	-7	1	1	1	-3	1	1	1	1	1	1	-1	9
Controle	PÓS	-7	1	-3	1	-3	-7	0	0	0	0	5	-13	3
Controle	PÓS	1	1	1	-7	1	-7	1	1	1	1	1	-5	9
Controle	PÓS	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	11	11
Controle	PÓS	1	1	1	1	1	1	6	6	6	-2	6	28	10
Controle	PÓS	1	-7	1	1	1	1	1	-7	1	1	-7	-13	8
Controle	PÓS	1	-8	1	1	1	1	1	1	1	-2	0	-2	8
Controle	PÓS	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	11	11
Controle	PÓS	1	1	1	1	1	1	6	6	0	6	0	24	9
Controle	PÓS	1	-7	1	-7	1	1	1	1	1	6	6	5	9
Controle	PÓS	1	1	1	1	-3	1	1	1	1	1	1	7	10
Controle	PÓS	1	-7	1	-7	1	1	1	-7	1	-3	-3	-21	6
Controle	PÓS	1	-3	1	1	1	1	1	1	1	-2	1	4	9
Controle	PÓS	1	-7	1	1	1	1	1	1	1	-3	1	-1	9
Controle	PÓS	1	-3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	7	10
Controle	PÓS	1	-3	1	-3	1	1	1	1	1	1	1	3	9
Controle	PÓS	1	-3	1	-2	1	1	1	1	1	1	1	4	9
Controle	PÓS	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-2	1	8	10
Controle	PÓS	1	-8	1	1	1	1	1	1	1	-7	1	-6	9
Controle	PÓS	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	11	11
Controle	PÓS	1	-7	1	1	1	1	1	1	1	-2	1	0	9
Controle	PÓS	1	1	1	-3	1	1	1	1	1	1	1	7	10
Controle	PÓS	1	-3	1	1	1	-3	1	1	1	-2	1	0	8
Controle	PÓS	1	-7	1	1	1	1	1	1	1	-7	1	-5	9
Controle	PÓS	1	-3	1	1	1	-7	1	-7	1	-7	-7	-25	6
Controle	PÓS	1	-3	1	1	-3	-7	1	-7	-7	-2	-7	-32	4
Controle	PÓS	1	1	1	-8	1	1	1	1	1	-7	1	-6	9
Controle	PÓS	1	1	1	-3	1	1	1	1	-3	1	-3	-1	8
Controle	PÓS	1	1	1	1	-7	1	1	1	1	-2	1	0	9
Controle	PÓS	1	1	1	-3	1	1	1	1	1	1	1	7	10
Controle	PÓS	1	1	1	-3	1	1	1	1	1	-2	-7	-4	8
Controle	PÓS	1	1	1	-7	1	1	1	6	-5	-5	-5	-10	7
Controle	PÓS	1	1	1	-3	1	1	1	1	1	-7	1	-1	9
Controle	PÓS	1	-8	-8	-8	1	-7	3	-5	-8	-8	-8	-55	3
Controle	PÓS	1	1	1	-8	1	1	1	1	-3	1	1	-2	9
Intervenção	PÓS	-8	-8	-8	-8	1	1	1	1	1	1	1	-25	7
Intervenção	PÓS	-8	-8	1	-3	1	1	1	1	1	1	1	-11	8
Intervenção	PÓS	-8	-8	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-7	9
Intervenção	PÓS	-8	-8	-7	1	-8	1	-8	-8	-8	-8	-7	-68	2
Intervenção	PÓS	-8	-8	-7	-8	1	1	1	1	1	1	1	-24	7
Intervenção	PÓS	-7	1	1	-8	1	1	1	1	1	1	1	-6	9
Intervenção	PÓS	1	-3	3	1	3	1	1	3	3	3	1	17	10
Intervenção	PÓS	1	-7	-7	-3	-3	1	1	3	1	3	3	-9	7
Intervenção	PÓS	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	11	11
Intervenção	PÓS	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-3	1	7	10
Intervenção	PÓS	1	-3	1	1	1	-3	1	1	-7	-7	-7	-21	6
Intervenção	PÓS	1	1	1	-7	1	-3	-7	-5	1	-7	1	-23	6
Intervenção	PÓS	1	1	1	1	1	1	6	6	1	1	1	21	11
Intervenção	PÓS	1	6	6	1	-3	1	1	1	3	1	3	21	10
Intervenção	PÓS	1	3	3	1	1	1	3	3	3	1	3	23	11
Intervenção	PÓS	1	-7	1	-7	-3	1	-7	-7	-7	1	-41	4	
Intervenção	PÓS	1	-3	1	1	1	1	-5	3	3	3	3	9	9
Intervenção	PÓS	1	1	-5	-7	1	-3	3	-5	1	-7	1	-19	6
Intervenção	PÓS	1	3	3	3	1	-3	6	1	-7	1	-7	2	8
Intervenção	PÓS	1	-7	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3	10
Intervenção	PÓS	1	-8	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	10
Intervenção	PÓS	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	11	11
Intervenção	PÓS	1	-8	-8	1	1	1	1	1	1	1	1	-7	9
Intervenção	PÓS	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	11	11
Intervenção	PÓS	1	-7	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3	10
Intervenção	PÓS	1	-8	1	-8	1	1	1	-8	6	1	1	-11	8
Intervenção	PÓS	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	11	11
Intervenção	PÓS	1	-8	1	-8	1	1	1	-8	1	1	1	-16	8
Intervenção	PÓS	1	1	1	-3	-7	1	1	1	1	1	1	-1	9
Intervenção	PÓS	1	1	1	-3	1	1	1	1	1	1	1	7	10
Intervenção	PÓS	1	1	1	1	1	-3	1	1	1	1	1	7	10

**APÊNDICE K – EXEMPLO DE GRADUAÇÃO DOS NÍVEIS COMPETÊNCIAS-
CHAVE DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA
COMPETÊNCIA DE ANÁLISE E INTERVENÇÃO DIDÁTICA**

Quadro 1¹⁹: Níveis de análise da atividade Matemática do processo de instrução

L_n	Descrição dos Níveis	Excertos do corpus
L₀	Neste nível não se observam características que possam ser associadas à análise da atividade matemática. Por sua vez, na atividade matemática do docente observam-se práticas (operativas ou discursivas) consideradas incorretas do ponto de vista matemático. Também existem ambiguidades (na formulação de definições, procedimentos ou propriedades) que podem confundir os estudantes. Em particular, faz-se um mau uso das metáforas, o que pode provocar conflitos de aprendizagem.	
L₁	Ainda não se observam características que possam ser associadas à análise didática da atividade matemática; no entanto, no que diz respeito à intervenção didática, o docente já não experimenta o que é indicado em L ₀ . Nenhuma prática matemática é considerada incorreta, nem com ambiguidades (em definições, explicações, procedimentos, propriedades) que possam confundir os estudantes. As metáforas são utilizadas de forma mais controlada, embora as explicações, verificações ou demonstrações não sejam adaptadas ao nível educacional que está sendo ensinado.	
L₂	Além de L ₁ , o docente promove o uso de diferentes formas de representação do objeto matemático em estudo e promove a discussão com os estudantes. As definições, procedimentos, propriedades e explicações são claras e corretas e, assim como as verificações ou demonstrações, adequadas ao nível educacional ao qual se destinam. O professor preocupa-se para que os alunos tenham conhecimentos prévios para estudar a matéria (seja verificando se já os aprenderam ou ensinando-os ele mesmo). Na atividade matemática realizada, no entanto, ainda não se observa a representatividade dos significados do objeto matemático a ser ensinado (Pino-Fan; Godino; Font, 2011, 2018).	
L₃	As características da análise didática da atividade matemática são observadas em determinados momentos, nos quais o docente reflete sobre sua atividade (ou a atividade de seu colega). Em particular, reconhece erros e ambiguidades matemáticas nas explicações, definições, proposições ou metáforas utilizadas (essa análise é realizada a partir do conhecimento de alguma ferramenta teórico-metodológica ainda não dominada, por exemplo, a configuração ontossemiótica, ou com a experiência adquirida ao longo de anos de serviço docente).	

Fonte: Adaptado de Pino-Fan; Castro; Font (2023, p. 1.419).

¹⁹ Para as demais subcompetências, consultar seção 2.4.

APÊNDICE L – OBSERVAÇÃO SISTEMÁTICA (BASE DO CCDM)

	Critério de Adequação	Componente	Descrição da Observação
CCDM	Epistêmica	Erros, Ambiguidades, Riqueza de processos, Representatividade.	O número 1 não foi explicado ocorrendo ambiguidades do conceito de 1x.
	Cognitiva	Conhecimentos prévios, Adaptação curricular a as diferenças individuais, Aprendizagem, Alta demanda cognitiva.	A multiplicação não foi relacionada com a soma Podendo relacionar, mas, como trabalhou a multiplicação do número 1, ainda não era necessário.
	Interacional	Interação docente-discente, Interação entre discentes, Autonomia, Avaliação formativa.	Ao contestarem às questões alguns alunos responderam errado e não foi trabalhado o motivo porque este aluno estava errado. Apenas chegou na resposta correta.
	De meios	Recursos materiais, Número de estudantes, horário e condições da aula, Tempo.	Atividade impressa.
	Emocional	Interesses e necessidades, Atitudes, Afetividade.	Incentiva os alunos dizendo que são a melhor turma. Traz o incentivo individual dando atenção aos alunos que fazem a atividade corretamente.
	Ecológica	Adaptação ao currículo, Conexões intra e interdisciplinares, Utilidade sociolaboral, Inovação didática.	Começa a atividade de forma a ser mais simples possível para que todos acompanhem a atividade. Nesse caso não traz inovações didáticas para a compreensão
CCDM	Competência Análise Normativa	Que normas condicionam o desenvolvimento dos processos instrucionais? Quem, como e quando se estabelecem as normas? Quais e como se podem trocar para otimizar a aprendizagem matemática?	Durante a atividade resolvida no quadro e no decorrer da atividade, instrui os alunos nas atividades. Estabelece no diálogo com o aluno explicando a atividade.
	Competência de análise e valoração da adequação didática	Quais são os conhecimentos didáticos-matemáticas resultantes das investigações prévias realizadas sobre ensino e aprendizagem do conteúdo matemático?	Atividades de desenho de objetos corresponde às quantidades para encontrar o conceito de multiplicação
	Sistema de Práticas	Quais são os significados dos objetos matemáticos implicados no estudo do conteúdo pretendido?	multiplicação
	Configuração Ontossemiótica	Quais são as configurações de objetos e processos matemáticos implicados nas práticas que constituem os diversos significados dos conteúdos pretendidos?	Conceito de soma para a multiplicação Não foram apresentados
	Trajetórias Didáticas	Que tipo de interações entre pessoas e recursos executam-se nos processos instrucionais e quais são as consequências sobre a aprendizagem? Como gestar as interações para otimizar as aprendizagens?	Uso do quadro, diálogo da professora com os alunos

APÊNDICE M – DIÁRIO DE CAMPO

Antes da aplicação do CCDM

Hoje, 14 de junho de 2022, conheci a escola em que as professoras L e K, que estão no curso recontextualizar e que aceitaram fazer parte da investigação desta tese de Doutorado. A escola em que estou observando remonta à trajetória de minha mãe, que havia sido professora desta escola e a direção da escola faz um acolhimento lembrando dos tempos de minha mãe.

Sou apresentado às professoras L e K. Ambas comentam das dificuldades em matemática de cada turma. As duas turmas apresentam alunos com necessidades especiais. A turma da professora L possui um aluno autista, mas que é alfabetizado e acompanha a turma. A turma da professora K tem uma aluna com Síndrome de Down. A professora K relata que está sem professor de apoio.

As turmas foram receptivas, aceitaram a presença de um observador. Os estudantes apresentaram-se educados e afetivos.

As diferenças das turmas foram notadas. A turma da professora L apresenta alunos ansiosos pela correção do caderno após a realização de todas atividades. A turma da professora K quer mostrar cada atividade para a professora para verificarem se está correto.

Nota-se que na aula da professora L o aluno vai ao professor e na professora K o professor vai ao aluno.

Durante a aplicação do CCDM

Aula 2

Hoje assisti a aula da professora K. Nesta aula a professora K trabalhou a adição. A professora trouxe o ábaco de tampinhas para que os estudantes fizessem operações de soma e subtração. A turma estava bem participativa.

Fui assistir a aula da professora L. A turma ainda não tinha começado a matemática. A professora Raquel escreveu o número 165 no quadro, indicando o valor da unidade, dezena e centena.

Entregou três folhinhas com a posição dos algarismos, depois números ordinais e uma cruzadinha.

Durante a aplicação do CCDM

Aula 3

Ao chegar na sala de aula da professora K observei que na parede estava o cartaz de pregas, relacionando a aula do curso de extensão.

Havia questões de adição já com a conta armada. Ao buscar os alunos, a professora fez a chamada.

A professora estava chamando individualmente, já utilizavam o recurso de palitos e o cartaz de pregas; também utilizou o recurso dos atílios.

Observei que os alunos ainda sentem dificuldade de relacionar unidades e dezenas.

No decorrer da aula observei que os alunos estavam realizando a contagem junto com os colegas.

Outra observação é que os alunos estavam sob a supervisão de alguns colegas, alguns alunos haviam sido alertados sobre o seu comportamento.

Observei que os alunos receberam o xerox da atividade que estava sendo realizada.

Ao realizarem a atividade com a professora as respostas ainda não condizem com o solicitado.

Os alunos confundem Unidades e Dezena.

Durante a realização individual da atividade, muitos alunos não estavam acompanhando o processo. A professora K chama atenção para que acompanhem.

Nesta aula não observei o ábaco de tampinhas que estavam trabalhando na aula anterior.

Na realização nos cadernos dos estudantes, a professora relaciona as unidades com pictografia. (risquinhos)

Os alunos que realizavam a atividade individual eram interferidos pelos colegas com as respostas.

Quando um aluno observou que havia a mesma resposta em dois exercícios, a professora não deu atenção.

Enquanto a professora K circulava, conversou com alguns estudantes sobre o comportamento no recreio.

Ao realizarem a atividade com os palitos os alunos demonstraram insegurança, tendo que esperar a professora para auxiliá-los.

Quando resolviam os alunos faziam pictografias (riscos), a professora comparou as pictografias com a unidade e dezena.

Após a formação

Aula 5

Hoje estive na escola e a professora L informa que a professora K está com problemas familiares e não se encontra na escola.

A professora L mostrou seu planejamento. Observa-se que cuidou para trazer a realidade dos alunos.

Outra observação que a professora L trouxe é de que a tarefa feita no curso sobre os relógios aplicará agora com os alunos, pois está vendo sequências de 5.

A professora L reforça a palavra ensolarado e sua escrita, Dialoga com os alunos de que forma é um dia ensolarado.

Observa-se que na resolução dos exercícios a professora não explorou o acerto do aluno. Os alunos respondem rápido e a professora L esteve um pouco nervosa e acabou errando a questão 4 que havia passado.

A professora entrega uma segunda folha que a professora deixou para os alunos responderem com o seu tempo.

Na segunda folha os alunos dialogaram com a professora:

“se tivesse 15 e eu colocar 10 vai dar 25” (Aluna M).

Após a resolução a professora L percebe que errou e conversa com os alunos.

O aluno V identificou que havia marcado correto.

Professora L resolve os primeiros exercícios no quadro (a terceira folha).

Os alunos, verificando a terceira folha, observam os preços e dialogam o que acham dos preços

APÊNDICE N – PLANEJAMENTO PROFESSORA L

CURSO DE EXTENSÃO/UNIVERSIDADE LA SALLE QUEM CONTA UM CONTO, AUMENTA UM PONTO... MÓDULO: MATEMÁTICA

Professora: Professora L

Ano escolar: 3º ano do Ensino Fundamental

Número de alunos: 29 alunos

Faixa etária dos estudantes: 08 a 11 anos de idade

Atividade desenvolvida: construção de gráfico a partir de levantamento sobre brincadeiras preferidas dos estudantes da turma 3ºB

Objetivos:

- Construir um gráfico com informações sobre brincadeiras preferidas dos estudantes apontando para situações cotidianas que podem ocorrer em diversos contextos sociais;
- Conhecer modos de representações e tratamento de informações por meio da construção, leitura e interpretação de gráficos;
- Ler e interpretar operar adições e subtrações a partir dos números representados no gráfico e com auxílio da reta numérica;
- Comparar números indicados no gráfico realizando operações de adição e subtração para encontrar quantidades a mais, a menos por meio de comparações entre os resultados;

Algumas Possibilidades de Procedimento

- Apresentar imagens com quatro tipos de brincadeiras para que cada estudante escolha de acordo com a preferencia;
- Fazer a representação das quantidades de preferências dos estuantes por meio da construção de um gráfico (cartaz) em papel pardo e fichas retangulares de papel colorido (cada grupo de preferência será representado por uma cor diferente);